

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*



**Романова Дарья Игоревна**

**Трёхмерное математическое моделирование природных  
склоновых потоков с учетом сложной реологии,  
турбулентности и захвата подстилающего материала**

Специальность 1.1.9 — Механика жидкости, газа и плазмы

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Диссертация подготовлена на кафедре гидромеханики  
механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук, профессор Эглит Маргарита Эрнестовна*

Официальные оппоненты: *Петров Александр Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского РАН, лаборатория механики систем, главный научный сотрудник*

*Беликов Виталий Васильевич, доктор технических наук, Институт водных проблем РАН, лаборатория численного гидродинамического моделирования, заведующий лабораторией, главный научный сотрудник*

*Нуриев Артем Наилевич, кандидат физико-математических наук, Казанский (Приволжский) федеральный университет, институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, отделение механики, кафедра аэрогидромеханики, доцент*

Защита состоится 22 сентября 2023 г. в 16:00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.011.5 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119192, Москва, Мичуринский проспект, д. 1, НИИ Механики МГУ, кинозал.

E-mail: pelevina.daria@gmail.com.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/011.5/2571>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2023 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
МГУ.011.5,  
кандидат физико-математических  
наук

Д.А. Пелевина

## **Общая характеристика работы**

### **Актуальность темы.**

Настоящая работа посвящена разработке трёхмерных математических моделей катастрофических потоков на склонах гор. Примерами таких потоков являются снежные лавины, сели, оползни, лавовые потоки и т. д. Эти потоки могут представлять большую опасность для жизни и деятельности людей в горах. В России горами занято 30% территории [В.М. Котляков гл. ред. Атлас снежно-ледовых ресурсов мира. Москва : Институт географии РАН, НПП «Картография», 1997]. Защита существующих и проектируемых в горных районах железных и автомобильных дорог, линий электропередач, трубопроводов и других объектов от лавин, селей, оползней необходима, а в ближайшем будущем несомненно станет еще более актуальной, особенно в восточных регионах.

Для организации защиты от катастрофических течений в горах необходима информация о скоростях и размерах, границах распространения, о величинах сил, действующих при их ударе о препятствие, а также о количестве сносимого со склона материала. Одним из способов получения этой информации является математическое моделирование.

### **Степень разработанности темы.**

В настоящее время для моделирования склоновых потоков используются в основном модели гидравлического типа (осредненные по глубине). Их достоинством является относительная вычислительная простота, однако они обладают рядом недостатков: не дают распределение параметров потока по глубине, содержат эмпирические коэффициенты, для определения которых требуется калибровка на местности. В связи с развитием вычислительной и измерительной техники появляются возможности построения и использования трёхмерных моделей, основанных на уравнениях механики сплошных сред без использования осреднения по глубине потока. Существуют несколько трёхмерных моделей, основанных на различных вычислительных методах, которые учитывают не все основные свойства склоновых потоков, а лишь некоторые из них.

**Целью** данной работы является разработка трёхмерных математических и численных моделей плотных геофизических потоков на склонах гор, учитывающих сложные реологические свойства материала потока, турбулентный режим движения, сложный реальный рельеф склона, а также возможное вовлечение потоком в движение донного материала.

Для достижения поставленной цели были решены следующие **задачи**:

1. Сформулировать трехмерную математическую модель склонового потока, включающую выбор реологического соотношения движущегося материала, модели турбулентности при осредненном по Рейнольдсу подходе, а также формулировку граничного условия

на нижней границе потока, обусловленного вовлечением массы на этой границе.

2. Сформулировать обобщенный на трехмерный случай критерий разрушения донного материала и вовлечения его в движение.
3. Переформулировать математическую постановку задачи в виде, удобном для создания численной модели.
4. Разработать обработчик и конвертер цифровой модели рельефа (библиотека `avalancheUtils`) для получения расчётной области для проведения компьютерного моделирования потоков на склонах реального рельефа.
5. Разработать процедуру реализации модели в пакете `OpenFoam`. Разработать несколько необходимых дополнительных модулей, отсутствовавших в этом пакете. Разработать решатель `avalancheFoam`, позволяющий моделировать трёхмерные турбулентные потоки неньютоновской среды с учётом разрушения и уноса материала дна и сложного рельефа местности.
6. Произвести валидацию модели и разработанного решателя на модельной задаче потока на склоне постоянного уклона.
7. Провести расчеты потоков, для которых имеются данные, полученные в экспериментах, и сравнить результаты расчетов с экспериментальными данными.

**Научная новизна.** В диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

1. Впервые разработана трёхмерная математическая и численная модель плотных геофизических потоков на склонах гор, учитывающая сложные реологические свойства материала потока, турбулентный режим движения, сложный реальный рельеф склона, а также возможное вовлечение потоком в движение донного материала.
2. Впервые предложен обобщенный на трехмерный случай критерий разрушения донного материала и вовлечения его в движение.
3. Впервые разработана процедура расчета динамики склоновых потоков с использованием предложенной математической модели на базе пакета `OpenFoam` с добавлением необходимых дополнительных модулей, специально созданных при выполнении диссертационной работы и опубликованных для общего пользования в интернете.
4. На основе расчетов потоков в лотках, экспериментально исследованных учеными в университете Исландии, а также потоков на созданной с участием автора экспериментальной установке в НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова проведено сравнение результатов, полученных при использовании  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  SST моделей турбулентности при моделировании склоновых потоков.

5. Разработан алгоритм для оптимизации коэффициентов турбулентной модели по результатам эксперимента на базе методов машинного обучения.

**Практическая значимость.** В работе впервые построены трехмерные математические и численные модели склоновых потоков, учитывающие сложную реологию материала потока, турбулентность, реальный рельеф склона и вовлечение в движение подстилающего донного материала. Практическая значимость таких моделей велика, так как с их использованием можно вычислить важные параметры: границы части склона, по которой будет двигаться поток, величины скоростей и других динамических параметров потока, в частности, их распределение вдоль нормали к склону, изменение массы при захвате подстилающего материала, форму отложений при остановке. Все эти данные важны для организации защиты от катастрофических склоновых потоков.

**Методология и методы исследования.** При построении математических моделей использовались законы и уравнения механики сплошных сред.

При выполнении диссертационной работы применялись следующие методы:

1. Численное (компьютерное) моделирование с использованием пакета OpenFoam с включением созданных дополнительных модулей, необходимых для расчетов склоновых потоков.
2. Создание экспериментальной установки и проведение экспериментов с потоками в лотках для проверки математической модели и результатов расчетов, а также для оптимизации коэффициентов моделей турбулентности.
3. Методы оценки качества численного моделирования.
4. Методы обработки результатов моделирования для изучения особенностей структур течения.
5. Методы оптимизации параметров моделей.
6. Язык программирования C++ для программной реализации модели разрушения и уноса подстилающего материала.
7. Язык программирования Python для программной реализации турбулентной модели на основе нейронной сети.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Разработанная трёхмерная математическая и численная модель плотных геофизических потоков на склонах гор и ее реализация в дополненном пакете OpenFoam дают возможность рассчитать поток на склоне с реальным рельефом с учетом неньютоновских свойств материала потока, турбулентного режима движения и вовлечения потоком донного материала.
2. Сформулированный критерий вовлечения массы на границе поток-подстилающий материал, основанный на сравнении величин

интенсивности сдвиговых напряжений на этой границе и предела прочности подстилающего материала, обобщает предложенное ранее условие на величину касательного напряжения.

3. При движении однородного потока по длинному склону постоянного уклона скорость захвата склонового материала потоком стремится к константе, зависящей от величины предельного значения напряжений сдвига подстилающего материала, реологических параметров материала потока и угла склона.
4. Трёхмерное моделирование снежной лавины как потока неньютоновской среды в 22-ом лавинном очаге горы Юкспор (Хибины), а также потока, вызванного прорывом ледникового озера Малый Азау (Центральный Кавказ), демонстрирует возможности разработанной модели.

**Достоверность** результатов диссертации обусловлена использованием классических математических методов механики сплошных сред и общепризнанных вычислительных методов. При проведении численных расчётов проверена сеточная сходимость, и, где это возможно, результаты сравнены с аналитическими и экспериментальными данными.

**Апробация работы.** Результаты диссертации докладывались автором и обсуждались на семинаре НИИ механики МГУ по механике сплошных сред под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова, член-корр. РАН О.Э. Мельника, профессора А.Н. Осипцова; на семинаре кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ под руководством академика Р.Н. Нигматулина, профессора Н.Н. Смирнова и профессора А.В. Звягина; на семинаре кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ под руководством профессора К.В. Краснобаева, профессора В.В. Измоленова, профессора В.Д. Котелкина, профессора В.Я. Шкадова; на семинаре отдела гидрологии речных бассейнов Института водных проблем РАН под руководством профессора В.В. Беликова.

По теме диссертации при окончании аспирантуры успешно защищена научно-квалификационная работа. Кроме того, вопросам моделирования склоновых потоков были посвящены курсовые и дипломная работы.

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. Открытая конференция ИСП РАН имени В.П. Иванникова, Москва, Россия, 1-2 декабря 2022
2. Международная научно-практическая конференция «Лавины и смежные вопросы», Москва, Россия, 27-28 октября 2022
3. ISPRAS Open conference 2021, Москва, Россия, 2-3 декабря 2021
4. Volga neuroscience meeting 2021, Нижний Новгород, Россия, 24-27 августа 2021

5. Международная конференция «Математическое моделирование», Международный авиационно-космический салон МАКС-2021, Россия, 21-22 июля 2021
6. European Geosciences Union General Assembly 2021, Вена, Австрия, 19-30 апреля 2021
7. Конференция «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии», Кемеровская обл., пос. Шеремеш; Россия, г. Новосибирск., Россия, 25 февраля - 5 марта 2021
8. ISPRAS OPEN conference 2020, Москва, Россия, 10-11 декабря 2020
9. XVII гляциологический симпозиум «Роль криосферы в прошлом, настоящем и будущем Земли», Санкт-Петербург, Россия, 17-20 ноября 2020
10. Международная конференция «Марчукские научные чтения 2020» (МНЧ-2020), Академгородок, Новосибирск, Россия, 19-23 октября 2020
11. Международная конференция «Иванниковские чтения», Орёл, Россия, 25-26 сентября 2020
12. XXIV Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность», 2020
13. Всероссийская конференция молодых учёных-механиков, YSM-2020, г. Сочи, Россия, 3-13 сентября 2020
14. Ivannikov ISP RAS Open Conference, Moscow, 5-6 December, 2019, Москва, Россия, 5-6 декабря 2019

**Личный вклад.** Основные научные результаты диссертации получены автором лично, являются новыми и соответствуют мировому уровню.

В работе [A1] авторский вклад соискателя составляет 1/3, в работе [A2] авторский вклад соискателя составляет 1/4, в работе [A6] авторский вклад соискателя составляет 1/2.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 научных статьях, 1 из которых издана в журналах, рекомендованных ВАК, 2 — в периодических научных журналах, индексируемых RSCI, 2 — в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и 3 приложений. Полный объем диссертации составляет 162 страницы, включая 46 рисунков и 10 таблиц. Список литературы содержит 145 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в работе, формулируются цели, ставятся задачи диссертационной

работы, излагается научная новизна и практическая значимость полученных результатов.

В **первой главе** производится обзор литературы, перечисляются существующие в настоящий момент модели склоновых потоков и модели, существовавшие ранее. Делается краткий обзор используемых для моделирования реологических моделей и моделей захвата донного материала.

Во **второй главе** приведена трёхмерная математическая модель склонового потока. Склоновый поток рассматривается как турбулентный несжимаемый поток со свободной поверхностью на склоне под действием силы тяжести.

Используются осредненные по Рейнольдсу уравнения (1), поток считается несжимаемым.

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho\mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}\mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho\mathbf{g}, \\ \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \\ \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t, \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  — плотность,  $\mathbf{U}$  — осреднённая по Рейнольдсу скорость,  $p$  — осреднённое по Рейнольдсу давление,  $\mathbf{g}$  — ускорение свободного падения,  $\boldsymbol{\tau}_m$  — осреднённый по Рейнольдсу тензор вязких молекулярных напряжений,  $\boldsymbol{\tau}_t$  — тензор турбулентных напряжений.

Система уравнений (1) не замкнута, необходимо задать так называемые реологические соотношения, определяющие связи  $\boldsymbol{\tau}_m$  с характеристиками деформирования, а также тензор турбулентных напряжений. Для вычисления последнего в этой работе используются  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  SST модели турбулентности.

Движущийся материал многих склоновых потоков обнаруживает неньютоновское поведение. Например, лавины и оползни могут останавливаться на наклонных склонах, что свидетельствует о наличии предела текучести. В этой работе для описания реологических свойств материала потока используется модель Хершеля-Балкли [Eglit M., Yakubenko A. Numerical modeling of slope flows entraining bottom material // Cold Regions Science and Technology. 2014. т. 108. с. 139–148. DOI: 10.1016/j.coldregions.2014.07.002; Kern M., Tiefenbacher F., McElwaine J. The rheology of snow in large chute flows // Cold Regions Science and Technology. 2004. т. 39, № 2/3. с. 181–192. DOI: 10.1016/j.coldregions.2004.03.006], определяемая формулами (2). Эта модель является обобщением модели бингамовской жидкости, она включает, кроме предела текучести, нелинейную зависимость напряжений от скоростей деформаций.

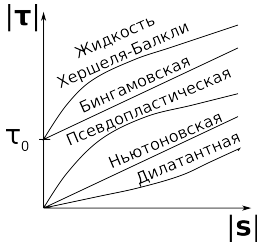
$$\begin{cases} |\boldsymbol{\tau}| < \tau_0 : \mathbf{s} = 0, \\ |\boldsymbol{\tau}| \geq \tau_0 : \boldsymbol{\tau} = \frac{\tau_0 + \kappa|\mathbf{s}|^n}{|\mathbf{s}|} \mathbf{s}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} |\boldsymbol{\tau}| < \tau_0 : \mu_{eff} = \infty, \\ |\boldsymbol{\tau}| \geq \tau_0 : \mu_{eff} = \frac{\tau_0 + \kappa|\mathbf{s}|^n}{|\mathbf{s}|}. \end{cases} \quad (2)$$



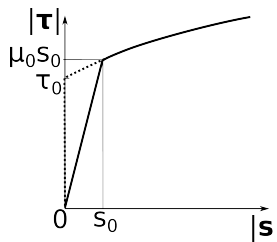
Здесь  $|\tau| = \sqrt{0.5\tau_{ij}\tau_{ij}}$  — корень из половины второго инварианта тензора напряжений  $\tau$ ,  $|\mathbf{s}| = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}}$  — корень из удвоенного второго инварианта тензора скоростей деформаций  $\mathbf{s}$ ,  $\tau_0$  — предел текучести,  $\kappa$  — коэффициент консистенции,  $n$  — степенной индекс,  $\mu_{eff}$  — эффективный коэффициент вязкости, такой, что  $\tau_m = 2\mu_{eff}\mathbf{s}$ .

В областях, где скорости деформации обращаются в 0,  $\mu_{eff} = \infty$ . В связи с этим при расчетах вводится регуляризованная модель (3): при  $|\mathbf{s}| < s_0$  (где  $s_0$  - малый параметр) эффективный коэффициент вязкости полагается равной большой константе  $\mu_0$ , определяемой формулой  $\mu_0 = \frac{\tau_0 + \kappa s_0^n}{2s_0}$ , обеспечивающей непрерывность эффективного коэффициента вязкости. Более того, в вычислительной модели вместо логического условия вводится функция минимума из параметра  $\mu_0$  и коэффициента эффективной вязкости, определяемого формулой Хершеля-Балкли.

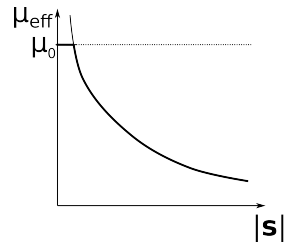
$$\begin{cases} |\mathbf{s}| < s_0 : & \mu_{eff} = \mu_0, \\ |\mathbf{s}| \geq s_0 : & \mu_{eff} = \frac{\tau_0 + \kappa|\mathbf{s}|^n}{|\mathbf{s}|}. \end{cases} \rightarrow \mu_{eff} = \min\left(\mu_0, \frac{\tau_0 + \kappa|\mathbf{s}|^n}{|\mathbf{s}|}\right) \quad (3)$$



а) Зависимость напряжений сдвига от скорости сдвига в простом сдвиговом потоке для разных сред



б) Зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига для регуляризованной модели Хершеля-Балкли



в) Зависимость коэффициента эффективной вязкости от скорости сдвига модели Хершеля-Балкли

Рис. 1 — Свойства реологической модели Хершеля-Балкли на примере простого сдвигового потока

Для решения задачи динамики склонового потока необходимо также задать начальные и граничные условия.

В расчетах склоновых потоков в этой работе предполагалось, что движение начинается из состояния покоя, обеспеченного виртуальной дамбой, то есть начальная скорость считается равной нулю. Параметры  $k$  и  $\varepsilon$  или  $\omega$ ,

входящие в модели турбулентности, задаются некоторыми ненулевыми малыми величинами [Greenshields C., Weller H. Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles. Reading, UK : CFD Direct Ltd, 2022].

На свободной поверхности не происходит переходов массы, поэтому задаются стандартные граничные условия: кинематическое граничное условие — нет потока через свободную поверхность (перемешивания тоже нет), и динамическое граничное условие — вектор напряжений непрерывен. Для турбулентных параметров потока используется граничное условие нулевой производной по нормали.

На границе поток-склон может происходить процесс разрушения потоком подстилающего материала и вовлечения разрушенного материала в движение. Если этого не происходит, то положение этой границы задано, на ней считаются выполненными условия прилипания. Если разрушение материала склона и вовлечение его в движение происходит, то граница поток-склон перемещается, скорость этого перемещения определяет скорость притока массы в поток и заранее не известна. Она определяется в процессе решения задачи с использованием условия на величины напряжений на нижней границе потока, которое формулируется в Главе 4. Турбулентная кинетическая энергия  $k$  на дне полагается равной нулю, или вблизи дна используются пристенные функции, для  $\varepsilon$  или  $\omega$  используется условие нулевых производных по нормали.

В **третьей** главе приведен процесс разработки программного комплекса для моделирования потоков на склонах, а также результаты моделирования, полученные разработанным ПО. Изложенные в третьей главе результаты опубликованы в [A1; A5; A3].

Сначала выбирается численный метод, в частности, метод VoF для расчета верхней и нижней поверхностей потока, в котором эти поверхности заменяются узкими переходными слоями. Система уравнений переформулируется в виде, согласованном с этим подходом.

Предложенная модель склонового потока реализована автором в свободно распространяемом пакете с открытым исходным кодом OpenFOAM. При этом для выполнения задач, поставленных в этой работе, потребовалось включить в стандартный пакет новые необходимые дополнительные модули, которые были созданы автором диссертации и опубликованы в интернете.

Для построения расчётной сетки на основе цифровой модели рельефа была разработана библиотека `avalancheUtils`, содержащая `python`-скрипты для генерации параметров сетки, а также начальных и граничных условий. Библиотека доступна в интернете [A8].

Для решения задачи течения потока по склону сложного рельефа с учётом неньютоновской реологии, турбулентного режима течения и захвата донного материала был разработан решатель `avalancheFoam`. Решатель,

также включает в себя библиотеку `massTransferModel`, описывающую процесс разрушения и захвата потоком подстилающего материала. Решатель доступен в интернете [A9]. Описание разработанного подхода можно также найти в статьях автора [A6; A4].

С использованием разработанного решателя был произведен расчёт снежной лавины в 22-ом лавинном очаге (ЛО) горы Юкспор (Хибины), сошедшей 5 апреля 1985 года. Очаг показан на рис. 2. Данная лавина рассчитывается без учета разрушения и захвата материала склона.

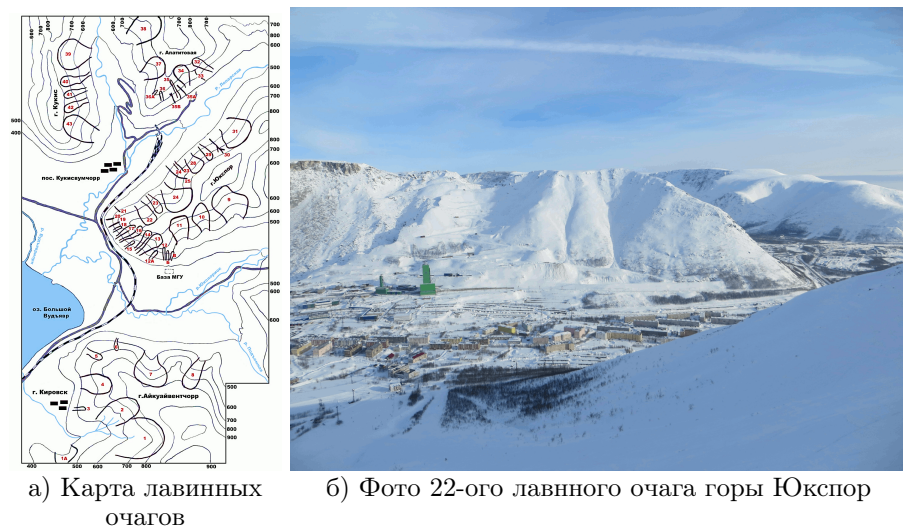


Рис. 2 — 22-ой лавинный очаг горы Юкспор (Хибины) в окрестности города Кировск.

Паспорт лавины, сошедшей 5 апреля 1985 года содержит данные о плотности снега, средней глубине снега в зоне зарождения и зоне лавинных отложений, формы зон зарождения и лавинных отложений. Паспорт также содержит информацию о метеорологических условиях, структуре снега, причинах схода лавины, которые не были использованы в настоящей работе.

В расчёте использовались следующие константы реологической модели Хершеля-Балкли, взятые либо из паспорта лавины, либо близкие к тем, что использовались в работе [Kern M., Tiefenbacher F., McElwaine J. The rheology of snow in large chute flows // Cold Regions Science and Technology. 2004. т. 39, № 2/3. с. 181–192. DOI: 10.1016/j.coldregions.2004.03.006]:

$$\rho = 200 \text{ кг/м}^3, \quad \tau_0 = 10^4 \text{ Па}, \quad n = 0.5, \quad \kappa = 1000 \text{ Па} \cdot \text{с}^n. \quad (4)$$

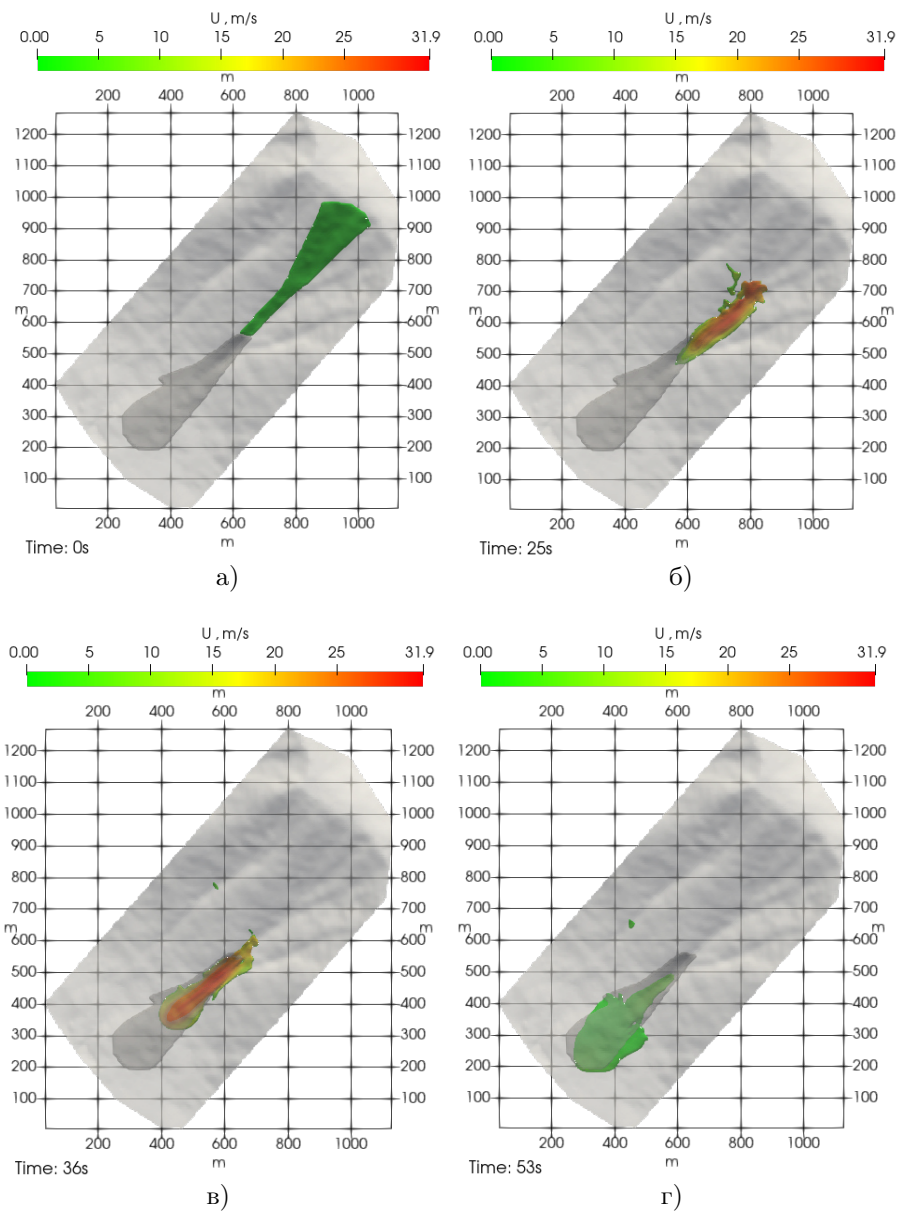


Рис. 3 — Расчёт динамики снежной лавины в 22-ом лавинном очаге горы Юкспор (Хибины). Показаны рассчитанные границы потока и величины скоростей на его поверхности в разные моменты времени.

В начальный момент времени слой снега толщиной 1.5 м лежит в зоне зарождения и удерживается виртуальной дамбой. На рис. 3 сравнивается зона лавинных отложений, полученная в численном расчёте, с натурной, обозначенной серым на рисунке. Отметим, что границы рассчитывались по методу VoF, к потоку отнесены те ячейки, в которых объемная доля материала потока была больше или равна 0.5.

По данным расчёта были получены результаты:

- Течение происходит в течение 50 секунд;
- Средняя скорость в потоке составляет порядка 25 м/с, максимальная скорость в потоке составила порядка 32 м/с;
- Средняя толщина снега в зоне лавинных отложений, полученная в расчёте, составляет 0.7 м, средняя толщина лавинных отложений, представленная в паспорте лавины, составляет 0.72 м (ошибка моделирования составляет 3%);
- Была получена информация о распределении параметров течения (скорости, давления) в пространстве с течением времени;
- Была получена информация о положении границ потока в различные моменты времени;
- Получена форма зоны лавинных отложений (совпадение с натурными данными составило 80% при оценке пиксельным методом), была рассчитана дальность выброса лавины (точность составила 96% по оценке вдоль линии от самой высокой точки зоны зарождения лавины, до самой нижней точки лавинных отложений).

Далее приводятся результаты проведенного при выполнении этой работы численного моделирования экспериментов университета Исландии.

Эксперимент, поставленный в университете Исландии [Agustsdottir K. H. The design of slushflow barriers: Laboratory experiments : дис. ... канд. / Agustsdottir Katrin Helga. Haskolaprent, Falkagata 2, 107 Reykjavik, Iceland : Faculty of Industrial Eng., Mechanical Eng., Computer Science, University of Iceland, 05.2019] (далее эксперимент УИ), был спроектирован с целью воспроизвести взаимодействие водоснежного потока с защитными дамбами. В начальный момент жидкость объемом 2.7 м<sup>3</sup> находится в баке, затем удерживающая перегородка открывается и возникает поток. Одним из интересующих параметров было количество удержанной системой дамб жидкости. В настоящей работе проводится моделирование двух вариаций эксперимента: 1) с 3 дамбами (рис. 4 и 6) и 2) без дамб (рис. 5). Результаты представлены, соответственно в таблице 1 и на рисунке 7.

Для потока с дамбами исследуется высота первого всплеска на основной дамбе —  $H$ , время с начала взаимодействия потока с основной дамбой, до окончания переливания потока через дамбу —  $T$ , объём, удержанный дамбами из 2.7 м<sup>3</sup> —  $V$ .

Для эксперимента без дамб измеряется средняя скорость потока в сечении, находящемся на расстоянии 11.1 м от начала желоба. Результаты

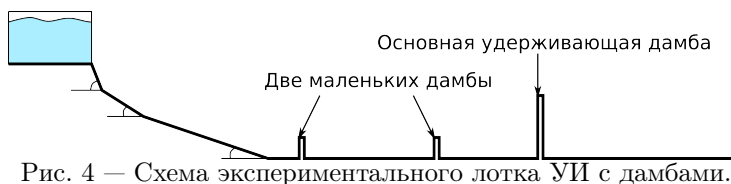


Рис. 4 — Схема экспериментального лотка УИ с дамбами.



Рис. 5 — Схема экспериментального лотка УИ без дамб.

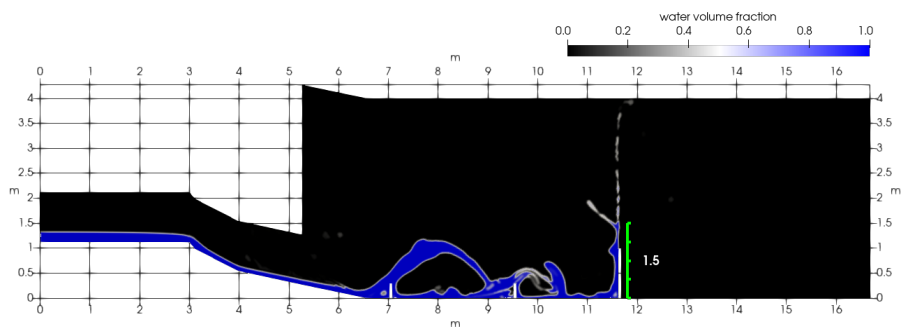


Рис. 6 — Кадр расчёта, синим цветом обозначена жидкость, чёрным обозначен воздух, зеленой шкалой отмечен замер высоты всплеска на основной дамбе.

сравнения экспериментальных данных и расчётов с использованием  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega SST$  моделей турбулентности, в том числе и с оптимизированными коэффициентами представлены на рис. 7. Результаты этой части работы позволяют сделать выводы о том, что  $k-\omega SST$  модель турбулентности больше подходит для моделирования такого рода потоков.  $k-\varepsilon$  модель турбулентности позволяет получить хороший результат после оптимизации коэффициентов модели.

Проведенные расчеты показали состоятельность модели в следующих аспектах:

- Модель позволяет учитывать сложную геометрию дна и взаимодействие потока с препятствиями.
- Для описания турбулентного режима течения можно использовать  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega SST$  модели турбулентности.

Таблица 1 — Сравнение измеренных и рассчитанных параметров потока в эксперименте УИ с дамбами

	$H$	$T$	$V$
Эксперимент	1.3 м	1.25 с	2.684 м <sup>3</sup>
$k-\omega$ SST модель турбулентности со стандартными коэффициентами	1.95 м	1.3 с	2.635 м <sup>3</sup>
$k-\omega$ SST модель турбулентности с оптимизированными коэффициентами	1.5 м	1.26 с	2.676 м <sup>3</sup>
$k-\varepsilon$ модель турбулентности со стандартными коэффициентами	1.64 м	1.3 с	2.528 м <sup>3</sup>
$k-\varepsilon$ модель турбулентности с оптимизированными коэффициентами	1.5 м	1.3 с	2.622 м <sup>3</sup>

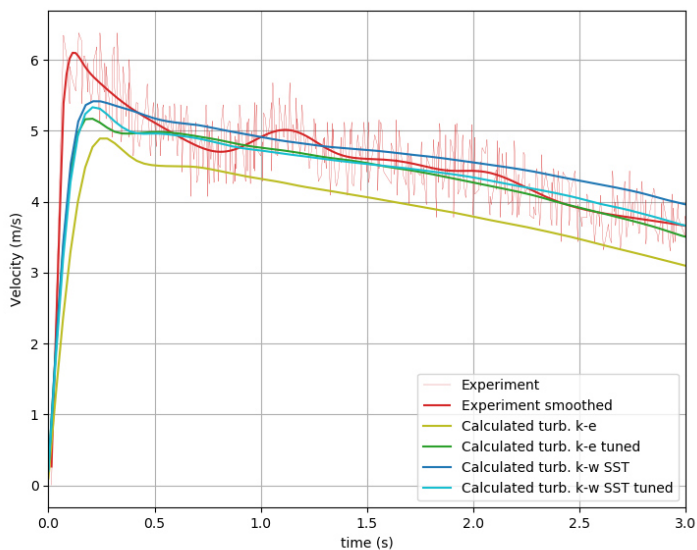


Рис. 7 — Сравнение средней по глубине потока скорости в экспериментальном лотке Университета Исландии при отсутствии дамб, в сечении, находящемся на расстоянии 11.1 м от начала желоба.

- Результаты неплохо согласуются с экспериментальными данными, причем лучшее совпадение получается с использованием оптимизированных коэффициентов турбулентных моделей, полученными с использованием другого эксперимента, проведенного при выполнении этой работы в НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова. Процедура оптимизации описана в Главе 5.

**Четвёртая глава** посвящена разработке математической и численной моделей разрушения материала дна (подстилающего материала) и дальнейшего сноса его потоком. Изложенные в четвёртой главе результаты опубликованы в [A6; A4; A7].

Формулируется следующая гипотеза: разрушение донного материала под действием потока происходит, если интенсивность сдвиговых напряжений на границе поток-склон достигает предельной величины  $\tau_{er}$ , определяемой прочностью донного материала.

$$|\boldsymbol{\tau}| = \tau_{er}. \quad (5)$$

Эта гипотеза является трехмерным обобщением утверждения, что захват донного материала потоком определяется величиной касательного напряжения на дне. Этот критерий лежит в основе ряда используемых в гидравлике эмпирических формул, описывающих размыв русла [Петров А., Потанов И. Избранные разделы русловой динамики. Москва : URSS, 2019; Беликов В., Алексюк А., Васильева Е. Численное моделирование волн прорыва. Москва : РАН, 2023; Eglit M., Demidov K. Mathematical modeling of snow entrainment in avalanche motion // Cold Regions Science and Technology. 2005. т. 43, № 1. с. 10–23. DOI: 10.1016/j.coldregions.2005.03.005. Snow and Avalanches] и предлагался для склоновых потоков в работах [Eglit M., Yakubenko A. Numerical modeling of slope flows entraining bottom material // Cold Regions Science and Technology. 2014. т. 108. с. 139–148. DOI: 10.1016/j.coldregions.2014.07.002; Issler D. Dynamically consistent entrainment laws for depth-averaged avalanche models // Journal of Fluid Mechanics. 2014. т. 759. с. 701–738. DOI: 10.1017/jfm.2014.584; Zaiko Y. Numerical modeling of downslope flows of different rheology // Fluid Dyn. 2016. т. 51. с. 443–450. DOI: 10.1134/S0015462816040013].

В этой главе, как и в предыдущей, границы потока приближенно заменяются узкими зонами, то есть, применяется метод VoF. В частности, в узкой зоне, моделирующей границу поток-склон свойства среды меняются от свойств подстилающего донного материала до свойств разрушенного (захваченного) материала. Объемные доли этих материалов обозначаются индексами «s» (склон, slope) и «e» (захваченный, entrained) и подчиняются уравнениям (6).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \alpha_s) &= -q_{s \rightarrow e}, \\ \frac{\partial \alpha_e}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \alpha_e) &= q_{s \rightarrow e}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{U}$  — скорость среды;  $\alpha_i$  — объёмная доля  $i$ -ой фазы;  $q_{s \rightarrow e}$  — это скорость изменения объёмной доли материала склона за единицу времени за счет его разрушения и перехода в захваченный материал.



Уравнения (6) и критерий (5) добавляются к использованной в предыдущих главах системе. Отметим, что при таком подходе нужно задавать реологические свойства склонового материала. В этой работе считается, что склоновый материал описывается моделью Хершеля-Балкли с большим пределом текучести, обеспечивающим его неподвижность вне узкого приграничного слоя.

Величина  $q_{s \rightarrow e}$  не задается, а вычисляется в соответствии с критерием (5) следующим образом. Во-первых, критерий (5) переписывается в виде условия на величину интенсивности скоростей деформаций (7).

$$|\mathbf{s}| = s_{er}. \quad (7)$$

На каждом шаге по времени вычисляются скорости деформации во всех ячейках зоны, моделирующей границу поток-склон. Если объёмная доля склонового материала  $\alpha_s$  в ячейке не равна нулю, и  $|\mathbf{s}| \geq s_{er}$ , то склоновый материал превращается в разрушенный, то есть  $q_{s \rightarrow e} = \alpha_s / \Delta t$ ,  $\Delta t$  — шаг по времени. В противном случае  $q_{s \rightarrow e} = 0$ .

Также глава 4 содержит результаты расчётов захвата подстилающего материала потоком на модельном склоне постоянного уклона, на основе которых проводилась валидация разработанной модели захвата.

Было проведено исследование сеточной сходимости в задаче захвата подстилающего материала потоком на модельном склоне постоянного угла наклона при постоянном расходе потока. Результаты расчёта базального захвата с различным количеством слоёв ячеек по глубине  $nz_s$  в материале склона (10 слоёв ячеек на слой подстилающего материала, 20 слоёв ячеек, 50 и 100). Исследование показало, что при всех масштабах разбиения разрушение подстилающего материала происходит приблизительно одинаково. Решение сходится по сетке.

Было проведено исследование влияния предела прочности материала склона на захват. Результаты расчёта базального захвата с различными значениями предела прочности показали, что чем меньше предел прочности материала склона тем быстрее происходит разрушение слоя и унос материала. Скорость разрушения слоя постоянна, что совпадает с результатами, полученными Эглит [Eglit M., Yakubenko A. Numerical modeling of slope flows entraining bottom material // Cold Regions Science and Technology. 2014. т. 108. с. 139–148. DOI: 10.1016/j.coldregions.2014.07.002].

Исследование влияния реологических свойств потока на скорость разрушения и захвата донного материала при постоянном расходе потока выявило следующие зависимости:

- Чем больше предел текучести среды потока, тем быстрее происходит разрушение подстилающего слоя;
- Чем больше коэффициент консистенции в потоке, тем быстрее происходит разрушение подстилающего слоя;

- Чем больше показатель степени ( $n \geq 1$ ) в среде потока, тем быстрее происходит разрушение подстилающего слоя;
- При  $n < 1$  чем меньше показатель степени в потоке, тем быстрее происходит захват, однако присутствует порог, при значении показателя степени ниже которого скорость захвата остаётся неизменной.

Далее приводятся результаты проведенного при выполнении этой работы численного моделирования потока, возникающего при прорыве ледникового озера, расположенного вблизи ледника Малый Азау (Кавказ).

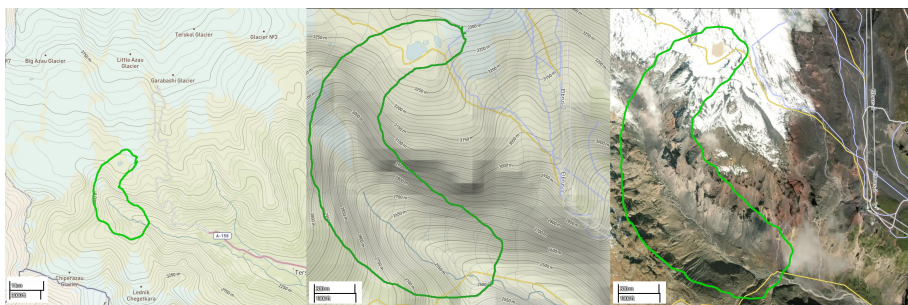


Рис. 8 — Топографическая карта местности вблизи ледника Малый Азау, включающая озеро и русло реки Азау.

Расчет производился с использованием разработанной трехмерной модели с учетом разрушения потоком донного материала. Карта рельефа вблизи озера показана на рис. 8, описание характеристик озера представлено в работе [Dokukin M., Khatkutov A. Lakes near the glacier Maliy Azau on the Elbrus (Central Caucasus): dynamics and outbursts // Ice and Snow. 2016. дек. т. 56. с. 472–479. DOI: 10.15356/2076-6734-2016-4-472-479].

Рассматривался прорыв озера в период поздней весны, когда происходит активное таяние снежных покровов, и снежный покров ещё присутствует на склоне. Материал склона — мокрый снег. Реологические параметры задачи представлены в таблице 2.

По результатам моделирования удалось построить карту, показывающую толщину захваченного потоком слоя снежного покрова (рис. 9). Красным цветом на рисунке обозначена область, на которой толщина захваченного снега составляет 1 м. Во второй половине пути потока можно видеть отклонение потока от русла реки в сторону линии наибольшего спуска. Следовательно, можно сделать вывод, что при прорыве ледникового озера Малый Азау изменится русло реки Азау и, возможно, произойдёт разрушение левого берега.

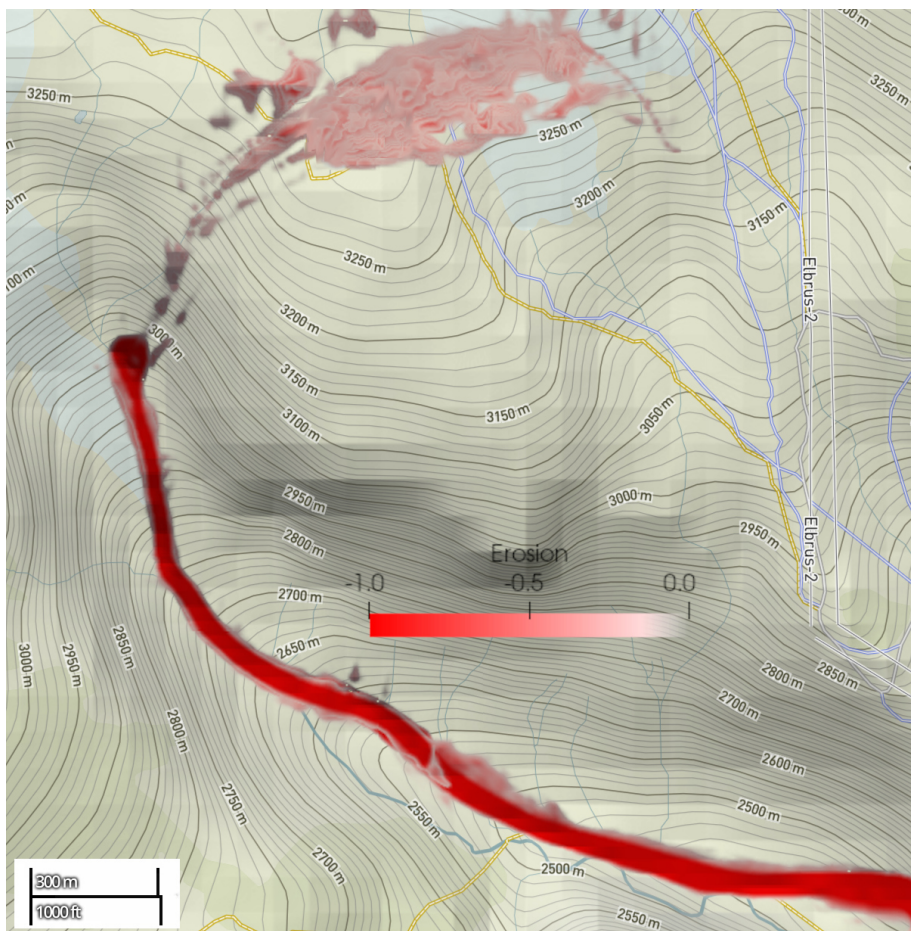


Рис. 9 — Толщина захваченного потоком слоя снежного покрова при прорыве ледникового озера Малый Азау.

Таблица 2 — Реологические параметры сред в задаче расчета водоснежного потока при прорыве ледникового озера Малый Азау.

материал потока	материал склона	захваченный материал
$\rho_f = 1000 \text{ кг/м}^3$	$\rho_s = 800 \text{ кг/м}^3$	$\rho_e = 800 \text{ кг/м}^3$
Ньютоновская среда	Среда Хершеля-Балкли	
$\mu_f = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$	$\tau_{s0} = 10^5 \text{ Па}$	$\tau_{e0} = 10^4 \text{ Па}$
	$\kappa_s = 0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$	$\kappa_e = 0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}^n$
	$n_s = 2$	$n_e = 2$

В **пятой** главе проведена оптимизация коэффициентов  $k$ - $\varepsilon$  и  $k$ - $\omega$  SST турбулентных моделей [A1–A3] с использованием данных эксперимента по спуску турбулентного потока жидкости в лотке постоянного уклона, поставленного при участии автора в НИИ Механики МГУ.

В эксперименте НИИ Механики МГУ были измерены глубина и профиль скорости потока на входе и на выходе лотка. Данные на входе использовались в качестве граничных условий. По данным на выходе было проведено сравнение расчёта с экспериментом.

Для минимизации используется метод Нелдера-Мида (метод оптимизации функций с несколькими переменными, не использующий градиенты), реализованный в библиотеке SciPy.

Для валидации полученных значений коэффициентов турбулентных моделей было проведено моделирование эксперимента УИ с исходными параметрами турбулентности и оптимизированными. Результаты приведены в таблице 1 и на рис. 7, которые были представлены ранее в тексте.

На рис. 7 показано, что осредненная по глубине скорость потока лучше совпадает с экспериментальными данными после калибровки коэффициентов как для  $k$ - $\varepsilon$ , так и для  $k$ - $\omega$  SST турбулентной модели. Для параметров, перечисленных в таблице 1 можем видеть уменьшение расхождения для высоты первого всплеска на основной дамбе для модели  $k$ - $\varepsilon$  с 26% до 15% и с 50% до 15% для  $k$ - $\omega$  SST модели. Для времени взаимодействия потока с основной дамбой ошибка сократилась с 4% до 0.8% для  $k$ - $\omega$  SST модели и не изменилась для  $k$ - $\varepsilon$  модели. Для объёма, удержанного дамбой ошибка сократилась для  $k$ - $\varepsilon$  модели — с 6% до 2%, для  $k$ - $\omega$  SST — с 1.8% до 0.3%. Из вышесказанного можно сделать вывод, что калибровка коэффициентов турбулентной модели для исследуемого класса задач позволяет увеличить точность расчётов.

В **заклЮчении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Были разработаны трёхмерная математическая и численная модели плотных геофизических потоков на склонах гор, учитывающие сложные реологические свойства материала потока, турбулентный режим движения, сложный реальный рельеф склона, а также возможное вовлечение потоком в движение донного материала.
2. Сформулирован обобщенный на трехмерный случай критерий разрушения донного материала и вовлечения его в движение.
3. Проведены серии расчетов, показывающих влияние реологических свойств материалов потоков на горных склонах. В частности, потоки могут останавливаться на наклонных склонах, что объясняется наличием предела текучести у материалов потока.
4. Разрушение и вовлечение потоком в движение донного подстилающего материала приводит к увеличению скорости потока.

5. Разработан решатель `avalancheFoam` для расчёта склоновых потоков с использованием созданной модели.
6. На модельной задаче о потоке на склоне постоянного уклона исследовано влияние реологических параметров движущегося материала на скорость вовлечения подстилающего материала.
7. На основе расчетов потоков в лотках, экспериментально исследованных учеными в университете Исландии, а также потоков на созданной с участием автора экспериментальной установке в НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова проведено сравнение результатов, полученных при использовании  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  SST моделей турбулентности при моделировании склоновых потоков разработанным решателем `avalancheFoam`.
8. Проведено трёхмерное моделирование снежной лавины как потока неньютоновской среды в 22-ом лавинном очаге горы Юкспор (Хибины), показавшее хорошее совпадение с натурными данными.
9. Проведено трёхмерное моделирование потока, вызванного прорывом ледникового озера Малый Азау (Центральный Кавказ), продемонстрировавшее предсказание эрозии донного материала потоком.
10. Разработан алгоритм для оптимизации коэффициентов турбулентной модели по результатам эксперимента на базе методов машинного обучения, показавший в среднем улучшение точности расчётов на 5%.

## Публикации автора по теме диссертации

**Статьи в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI**

- A1. *Romanova D., Ivanov O., Trifonov V., Ginzburg N., Korovina D., Ginzburg B., Koltunov N., Eglit M., Strijhak S.* Calibration of the  $k-\omega$  SST Turbulence Model for Free Surface Flows on Mountain Slopes Using an Experiment // *Fluids*. — 2022. — т. 7, № 3. — DOI: 10.3390/fluids7030111. — SJR: 0,41. — (Scopus, WoS).
- A2. *Barkalov K., Lebedev I., Usova M., Romanova D., Ryazanov D., Strijhak S.* Optimization of Turbulence Model Parameters Using the Global Search Method Combined with Machine Learning // *Mathematics*. — 2022. — т. 10, № 15. — DOI: 10.3390/math10152708. — SJR: 0,54. — (Scopus, WoS).

- A3. *Романова Д. И.* Калибровка  $k-\varepsilon$  модели турбулентности в пакете OpenFOAM с помощью методов машинного обучения для моделирования потоков на склонах гор на основе эксперимента // Труды Института системного программирования РАН. — 2021. — т. 33, № 4. — с. 227–240. — DOI: 10.15514/ispras-2021-33(4)-16. — РИНЦ: 0,19. — (ВАК, RSCI).
- A4. *Романова Д. И.* Архитектура программного средства с открытым исходным кодом для численного моделирования потоков на горных склонах // Труды Института системного программирования РАН. — 2020. — т. 32, № 6. — с. 14. — DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(6)-14. — РИНЦ: 0,19. — (ВАК, RSCI).

### **В изданиях из списка ВАК РФ**

- A5. *Романова Д. И.* Трёхмерное моделирование схода лавинных потоков средствами пакета OpenFOAM // Труды Института системного программирования РАН. — 2017. — т. 29, № 1. — с. 85–100. — DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-6. — (ВАК).

### **В сборниках трудов конференций**

- A6. *Romanova D., Eglit M.* Bottom material entrainment in 3D simulations of flows on mountain slopes in open-source solver avalancheFoam // 2022 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS). — 2023. — с. 70–73. — DOI: 10.1109/ISPRAS57371.2022.10076266.
- A7. *Romanova D.* Comparison of Single-Velocity and Multi-Velocity Multiphase Models for Slope Flow Simulations // 2020 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS). — 2020. — с. 170–174. — DOI: 10.1109/ISPRAS51486.2020.00033.

### **Программы для ЭВМ**

- A8. *Romanova D.* avalancheUtils [Электронный ресурс]. — 2023. — URL: <https://github.com/RomanovaDI/avalancheUtils> ; Last accessed 20 May 2023.
- A9. *Romanova D.* avalancheFoam [Электронный ресурс]. — 2023. — URL: <https://github.com/RomanovaDI/avalancheFoam> ; Last accessed 20 May 2023.

*Романова Дарья Игоревна*

Трёхмерное математическое моделирование природных склоновых потоков с учетом сложной реологии, турбулентности и захвата подстилающего материала

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_. Заказ № \_\_\_\_\_

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография \_\_\_\_\_

