

ОТЗЫВ

официального оппонента

о диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Резниченко Игоря Олеговича

на тему: «Улучшенные квадратурные формулы

для вычисления потенциалов простого и двойного слоя

для уравнений Лапласа и Гельмгольца»

по специальности **1.1.2. «Дифференциальные уравнения**

и математическая физика»

В диссертации И.О. Резниченко разработаны новые квадратурные формулы для вычисления потенциалов простого и двойного слоя в трехмерных областях для уравнений Лапласа и Гельмгольца.

Актуальность темы. Метод сведения краевых задач математической физики, постановки которых включают уравнения в частных производных, к решению граничных интегральных уравнений является мощным инструментом математического моделирования физических явлений и процессов, протекающих при функционировании разнообразных природных или технических систем. В его основе – представление решения задачи через интегралы по границе области и, вообще говоря, границам раздела сред с различающимися свойствами.

Очевидным преимуществом такого подхода является возможность уменьшения пространственной размерности задачи на единицу, однако достоинства методов граничных интегральных этим не ограничиваются: получаемое в результате решение задачи обладает такими весьма желательными свойствами как точное удовлетворение дифференциальному уравнению вне границ области, консервативность (удовлетворение балансовым соотношениям), отсутствие потери точности при вычислении

производных решения по пространственным переменным; возможность решения внешних задач без необходимости искусственного ограничения расчетной области и, следовательно, «сноса» каким-либо образом граничных условий с бесконечности на такую границу.

В настоящее время методы граничных интегральных уравнений применяются для решения краевых задач, возникающих в гидродинамических и электродинамических приложениях, в задачах теплопроводности и теории упругости, а также некоторых других областях.

Значительный интерес представляет развитие алгоритмов и технологий вычислений применительно к численному решению соответствующих задач. Особенно актуальны исследования в области разработки методов повышенной точности, а также «технологичных» («робастных») алгоритмов и подходов, которые могут быть применены для решения индустриальных задач, в которых расчетная область имеет сложную форму, при этом качество сетки на поверхности в общем случае весьма невысокое.

Таким образом, исследования в данном и смежных направлениях, несомненно, являются актуальными.

Научная новизна и практическая значимость исследований. К наиболее значимым новым научным результатам, полученным в диссертации, можно отнести решение автором проблемы вычисления с высокой точностью потенциалов простого и двойного слоя вблизи поверхности, на которой заданы плотности соответствующих потенциалов. Построенная автором квадратурная формула для потенциала простого слоя обеспечивает равномерную сходимость и равномерную аппроксимацию потенциала, а также сохраняет свойство непрерывности потенциала при переходе через поверхность. Для потенциала двойного слоя построена квадратурная формула, обеспечивающая значительно большую точность вычислений по сравнению с известными подходами. Получены также формулы для расчета с высокой точностью прямого значения нормальной

производной потенциала простого слоя и прямого значения потенциала двойного слоя.

Представленные результаты применения полученных квадратурных формул при численном решении краевых задач для уравнения Лапласа, возникающих в гидродинамических приложениях и в теории теплопроводности, убедительно показывают практическую значимость полученных результатов и возможность их практического использования в практике проведения расчетов.

Обоснованность и достоверность научных положений и выводов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью используемого математического аппарата, использованного при получении соответствующих квадратурных формул и обосновании их свойств, а также сопоставлением результатов расчетов с известными точными решениями.

Все основные результаты диссертационной работы представлены в 10 публикациях, из которых 7 опубликованных в рецензируемых изданиях, включенных в перечень ВАК РФ или индексируемых в базах Scopus / Web of Science. Работа успешно прошла апробацию в докладах автора, представленных на различных научных конференциях и семинарах.

Краткая характеристика основного содержания работы.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, содержащего 100 наименований. Общий объем работы – 171 страница, включая 25 таблиц и 4 рисунка.

Во **введении** приведен краткий, но весьма обстоятельный обзор литературы по теме исследования и актуальных на сегодняшний день проблем; обоснована актуальность темы исследования, научная новизна полученных диссертантом результатов, их теоретическая и практическая значимость, вклад автора, сформулированы цель и задачи исследования, положения, выносимые на защиту, и другие формальные пункты, относящиеся к общей характеристике представленной диссертации.

Первая глава посвящена решению задачи моделирования потенциального обтекания твёрдого тела потоком идеальной несжимаемой среды постоянной плотности, которая формулируется как внешняя краевая задача Неймана для уравнения Лапласа. Задача сведена к отысканию плотности потенциала простого слоя на поверхности тела; последняя является решением соответствующего граничного интегрального уравнения. Построены квадратурные формулы для вычисления потенциала простого слоя и его нормальной производной на поверхности. Также построены квадратурные формулы для вычисления потенциалов, возникающих при решении аналогичной краевой задачи для уравнения Гельмгольца. Доказаны необходимые утверждения, обосновывающие возможность соответствующих представлений решений и свойства построенных квадратурных формул.

Во **второй главе** решается задача по расчету температурного состояния однородного тела, сводимая к решению внутренней краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Ее решение представлено в виде потенциала двойного слоя. Построены и обоснованы квадратурные формулы для вычисления потенциала двойного слоя и его прямого значения на поверхности, причем также и для случая, когда исходная краевая задача формулируется для уравнения Гельмгольца. Рассмотрена возможность повышения точности результатов в том случае, когда плотность потенциала – достаточно гладкая функция.

В **заключении** приведены основные результаты диссертации.

В целом, давая общую оценку содержания работы, следует отметить, что работа написана достаточно ясным языком, обладает внутренним единством; все ее части служат достижению поставленной цели и решению сформулированных задач. При этом следует отметить, что главы диссертации оказались весьма объемными и «насыщенными»; представляется, что деление текста диссертации на большее число глав способствовало бы упрощению

и лучшему восприятию ее результатов.

Автореферат и опубликованные автором статьи по теме диссертации верно и достаточно полно отражают ее содержание и включают все основные положения.

По содержанию диссертации имеются некоторые **вопросы и замечания**.

1. В Главе 1 поставлена задача о моделировании стационарного потенциального обтекания тела. Сведение задачи к поиску потенциала поля скоростей, безусловно, является оправданным и наиболее естественным способом ее решения; при этом дальнейшие усилия автора относятся к вычислению данного потенциала с высокой точностью. Вместе с тем, для приложений представляет интерес определение и самого поля скоростей (градиента потенциала), однако данный вопрос в диссертации в должной мере не освещен. То же относится к градиенту потенциала двойного слоя.

2. Сведения о форме исходной области и ее границы, несомненно, следует отнести к исходным данным, или постановке задачи, однако при выполнении практических вычислений, очевидно, требуется обеспечить каким-либо образом ее параметризацию. Как следует из представленных результатов, требуется обеспечивать необходимую степень гладкости поверхности, что сделать сравнительно легко, если рассматривать тела простой формы, однако в практических приложениях часто приходится иметь дело с областями намного более сложной формы, заданными не аналитически, а лишь треугольной сеткой на поверхности. Не вполне ясно, насколько применимы и насколько эффективны в смысле обеспечиваемой точности в этих случаях полученные в диссертации квадратурные формулы.

3. На практике часто приходится иметь дело с поверхностями, которые не являются гладкими и имеют кромки; при приближении к ним плотность потенциала может быть неограниченной. Возможна ли адаптация разработанных подходов для таких задач?

4. Разработанные квадратурные формулы вместе с выражениями для их коэффициентов являются весьма громоздкими (что вполне объяснимо и естественно с учетом сложности решаемой задачи!), их воспроизведение с целью практического использования потенциальным читателем – весьма нетривиальная задача. Ее решение упростило бы приведение автором в свободном доступе соответствующих вычислительных процедур в виде исходных кодов или скриптов.

Указанные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку проведенного И.О. Резниченко диссертационного исследования.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.2. – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (по физико-математическим наукам), а именно следующим ее направлениям: Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; Математические проблемы механики сплошной среды; Математические проблемы оптики и электродинамики; Математические проблемы термодинамики, кинетики и статистической физики.

Диссертационная работа отвечает критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова и оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Резниченко Игорь Олегович, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. - «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры «Прикладная математика»

Научно-учебного комплекса «Фундаментальные науки»
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана (национальный
исследовательский университет)».

Марчевский Илья Константинович

28.03.2023г.

Контактные данные:

тел.: +7 (903) 783-99-87, e-mail: iliamarchevsky@bmstu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Адрес места работы:

105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, к. 1

ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Научно-учебный комплекс «Фундаментальные науки»

тел.: +7 (499) 263-63-26; e-mail: fn2@bmstu.ru