

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Кубанов Рустам Татарханович

Фурье-ОПТИКА ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР

Специальность:

1.3.6. Оптика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор П.В. Короленко

Москва – 2024

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Анализ приложений фрактальной оптики.....	11
1.1. Общая характеристика фрактальных структур.....	11
1.2. Особенности восприятия самоподобных изображений.....	26
1.3. Пространственно частотные каналы зрительной системы.....	29
Глава 2. Спектральные характеристики регулярных и стохастических распределений.....	33
2.1. Пространственные спектры структур, задаваемых действительными функциями.....	33
2.2. Спектры распределений в комплексном представлении.....	38
Глава 3. Распространение фрактальных световых структур в свободном пространстве и в оптических системах.....	42
3.1. Организация оптического тракта и метод анализа.....	42
3.2. Характеристика трансформации световых пучков в процессе распространения.....	47
3.3. Особенности распространения фрактальных вихревых пучков.....	51
3.3.1. Алгоритмы и расчетная схема.....	53
3.3.2. Распространение вихревых диффракталов в свободном пространстве.....	54
3.3.3. Учет влияния неоднородности среды.....	56
3.4. Изображения фрактальных структур в оптических системах.....	58
3.4.1. Построение изначальных фрактальных световых структур.....	59
3.4.2. Структура пространственных спектров.....	61
3.4.3. Анализ фазовых характеристик.....	64
3.4.4. Тестирование геометрических фракталов.....	65

3.5. Инструментарий экспериментального исследования.....	67
3.6. Управление статистикой спекловых фрактальных полей.....	70
Глава 4. Роль скейлинга пространственных спектров в восприятии фрактальных изображений.	74
4.1. Построение фрактальных структур для использования в офтальмологии и арт-терапии.....	74
4.2. Скейлинг спектров мультифрактальных распределений и хаотических аттракторов.....	80
4.2.1. Мультифрактальная структура.....	82
4.2.2. Полиномный аттрактор.....	86
Основные результаты и выводы.....	89
Публикации автора по теме диссертации.....	90
Литература.....	92
Благодарности.....	102

Введение

Актуальность темы.

Современная фрактальная оптика приобрела важное значение в общей системе физического знания. Ее развитие расширило представления о многих явлениях и процессах в живой и неживой природе. Одновременно ее результаты нашли применение в социальной, экономической сфере, в организации производства, а также в других областях человеческой деятельности. Есть основания говорить о том, что развитие междисциплинарности в рамках фрактальных представлений составляет весьма актуальное научное направление. Однако его развитие во многом зависит от правильной оценки и проработки его потенциала. Этот потенциал должен обеспечить решение как междисциплинарных, так и трансдисциплинарных задач, которые возникают не только в смежных областях науки, но и в тех ее разделах науки, которые значительно удалены друг от друга по своей направленности и понятийному аппарату. Проблема трансдисциплинарности, связанная, в частности, с вопросами нейроэстетики, требует многостороннего анализа свойств используемых фрактальных структур и процессов, а также возможностей их практической реализации. В данной работе такой анализ выполнен с использованием аппарата Фурье-оптики применительно к регулярным и стохастическим фракталам.

Цель работы.

Цель работы состоит в выявлении основных физических свойств и характеристик фрактальных образований, обеспечивающих решение как общефизических так трансдисциплинарных проблем, возникающих в медицине и нейроэстетике.

Достижение цели предполагает решение следующих задач:

1. Разработать способы моделирования и практической реализации световых фрактальных структур, в том числе спеклоподобного вида, с различными скейлинговыми и статистическими параметрами.
2. Найти подходы к оценке оптимальных с точки зрения эффективного решения практических вопросов фрактальных и скейлинговых характеристик используемых фракталов.
3. Определить особенности пространственных спектров фрактальных структур в присутствии и отсутствии мнимых компонент в распределении амплитуды поля.
4. Объяснить на основе представлений о пространственно-частотных каналах зрительной системы особого когнитивного воздействия фрактальных изображений и эффективности светостимуляционной терапии в медицине.
5. Расширить типоряд применяемых в офтальмологии и арт-терапии спеклоподобных световых структур путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Объект и предмет исследования

Объектами исследования являются свойства регулярных и стохастических фракталов. Предметом исследования являются процессы преобразования световых пучков фрактальными структурами разной геометрии.

Методология исследования

Дифракционное преобразование скейлинговых и статистических характеристик фрактальных световых полей рассматривалось на основе численного моделирования. Для их модельного представления использованы свойства двумерной функции Вейерштрасса с детерминированным и случайным заданием фаз гармоник в случае регулярного и спеклового поля соответственно,

геометрические фракталы и полиномиальные аттракторы. Исследование проводилось с использованием аппарата Фурье-оптики. Численное моделирование оптических спектров осуществлялось для широкого набора параметров фрактальных образований. Особое внимание уделялось оценке скейлинговых характеристик обеспечивающих эффективную обработку оптической информации зрительным аппаратом человека.

Научная новизна.

В работе впервые получены следующие научные результаты:

1. Создана усовершенствованная модель двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса и полиномиальных аттракторов, позволяющая в широком диапазоне менять статистические и скейлинговые параметры излучения.

2. Создан макет оригинального пространственного модулятора света на основе дисплея ноутбука для формирования фрактальных лазерных пучков с заданными характеристиками.

3. Разработаны методы формирования фрактальных спекловых структур обеспечивающие вариацию скейлинговых и статистических параметров, а также размеров спеклов.

4. Разработаны алгоритмы расчета пространственных спектров различных типов фрактальных световых распределений. и вскрыта роль присутствующего в них скейлинга в восприятии оптических изображений с фрактальными признаками.

5. Установлена возможность использования представлений о мультифракталах и динамическом хаосе для создания световых структур с оптимальными для использования в медицине характеристиками.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая и практическая значимость работы определяется тем, что ее

результаты расширяют возможности фрактальной Фурье-оптики для получения сведений фундаментального характера о сходстве пространственных спектров регулярных и стохастических самоподобных образований и их роли в реализации медицинских технологий, базирующихся на светостимуляции зрительных функций.

Положения, выносимые на защиту.

1. Существует возможность усовершенствовать модель двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса путем изменения фазовых соотношения между ее гармониками и задания временных изменений изначальных параметров по фрактальному закону.

2. Созданный в лабораторных условиях макет оригинального пространственного модулятора света позволяет путем непосредственного использования разработанных алгоритмов построения самоподобных структур формировать световые пучки с заданным фрактальным распределением.

3. Пространственные спектры фрактальных распределений в действительном и комплексном представлении существенно отличаются друг от друга. Последние могут иметь несимметричный характер.

4. Особое когнитивное воздействие изображений фрактальных структур и эффективность светостимуляционной терапии в медицине можно объяснить присутствием в зрительном аппарате человека частотно селективных каналах передачи информации.

5. Расширение типоряда применяемых в психотерапии спеклоподобных световых структур возможно путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Степень достоверности результатов.

Представленные в работе результаты достоверны, что подтверждается

обоснованностью применяемых теоретических моделей, методов и методик решения задач. Степень достоверности результатов обусловлена отсутствием противоречий с основными положениями современной фрактальной оптики, а также их согласованностью с результатами, полученными по близкой тематике другими авторами и опубликованными в ведущих научных журналах.

Апробация работы.

Результаты работы были представлены на международных и всероссийских научных конференциях:

1. XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова («Волны-2024»), Москва, 26-31 мая 2024 года.
2. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2024», Москва, 12-26 апреля 2024 года.
3. XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, НИЯУ МИФИ, 24-26 января 2024 года.
4. 14th International Conference on Acousto-Optic and Radar Methods of Measurement and Information Processing (ARMIMP-2021), Астрахань, 4-7 октября 2021 года.
5. XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова («Волны-2020»), Москва, 23-28 августа 2020 года.
6. 11-я Международная конференция "Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации" (ARMIMP-2018), Владимирская обл., г. Суздаль, 7-10 октября 2018 года.
7. VII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, НИЯУ МИФИ, 24-26 января 2018 года.

Публикации

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 5 печатных работах, в том числе в 5 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова. Полный список работ автора приведён в конце диссертации перед списком литературы.

Личный вклад автора.

Все представленные в диссертации результаты получены лично автором или при его определяющем участии.

Структура, объём и краткое содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка цитируемой литературы. Общий объём работы составляет 102 страницы, включающих 53 рисунка и 102 библиографические ссылки.

Первая глава носит преимущественно обзорный характер. В ней главным образом рассмотрены разделы фрактальной оптики, заложившие основы развития фрактальных технологий. Дана характеристика основных типов фрактальных структур. Приведены примеры решения междисциплинарных вопросов с использованием представлений современной Фурье-оптики.

Вторая глава посвящена анализу скейлинговых характеристик регулярных и стохастических распределений. Рассматриваются особенности пространственных спектров световых структур, форма которых задается числовыми последовательностями, действительными и комплексными функциями. Приводится ряд примеров, характеризующих связь геометрии фрактальных объектов и их Фурье-спектров. Определены физические факторы, влияющие на устойчивость пространственных спектров.

В **третьей главе** приведены результаты исследования процессов распространения фрактальных световых структур в свободном пространстве и в оптических системах. На первом этапе исследований решалась задача о распространении регулярных и спекловых фрактальных полей с изначальной кривизной волнового фронта. Особое внимание уделено изучению дифракционного преобразования скейлинговых и статистических характеристик фрактальных световых полей. Рассматриваются также особенности распространения вихревых фрактальных пучков в свободном пространстве и в случайно-неоднородных средах.

В **четвертой главе** решаются две взаимосогласованные задачи. Первая относится к установлению характера трансформации пространственных спектров при переходе от фрактальных световых распределений к мультифрактальным. Вторая нацелена на определение частотных свойств структур, реализующих подходы нелинейной динамики. В этой же главе рассмотрены возможности использования изображений спеклоподобных фрактальных пучков в офтальмологии и арт-терапии.

Глава 1. Физические основы фрактальных технологий

В данной главе, носящей обзорный характер, рассмотрены разделы фрактальной оптики, заложившие основы развития разнообразных приложений.

1.1. Общая характеристика фрактальных структур

Приведем примеры основных типов фрактальных структур.

Пример алгебраического фрактала - множество Мандельброта [1]. Множество Мандельброта строится на комплексной плоскости Z с использованием алгоритма $Z_{n+1} = Z_n^2 + C$. Если приблизиться к одной из точек множества можно наблюдать распределение точек представленное на рисунке 1.1.

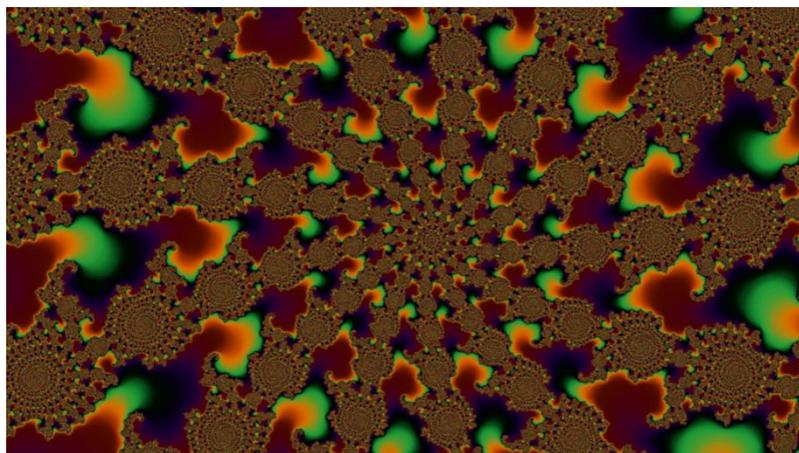


Рисунок 1.1 – Локальная структура множества Мандельброта.

На рисунке несложно обнаружить скейлинг в круговом распределении пятен.

На рисунке 1.2 представлен пример геометрического фрактала - треугольник Серпинского[2].



Рисунок 1.2 – Построение треугольника Серпинского.

Фрактальные структуры также возникают и в биологических системах [3]. Наглядным примером биологического фрактала является капуста Романеско (рисунок 1.3), каждая часть соцветия которого является самоподобной.



Рисунок 1.3 – Капуста Романеско.

Броуновское смещение лазерного пучка на атмосферной трассе является примером стохастического фрактала (рисунок 1.4).

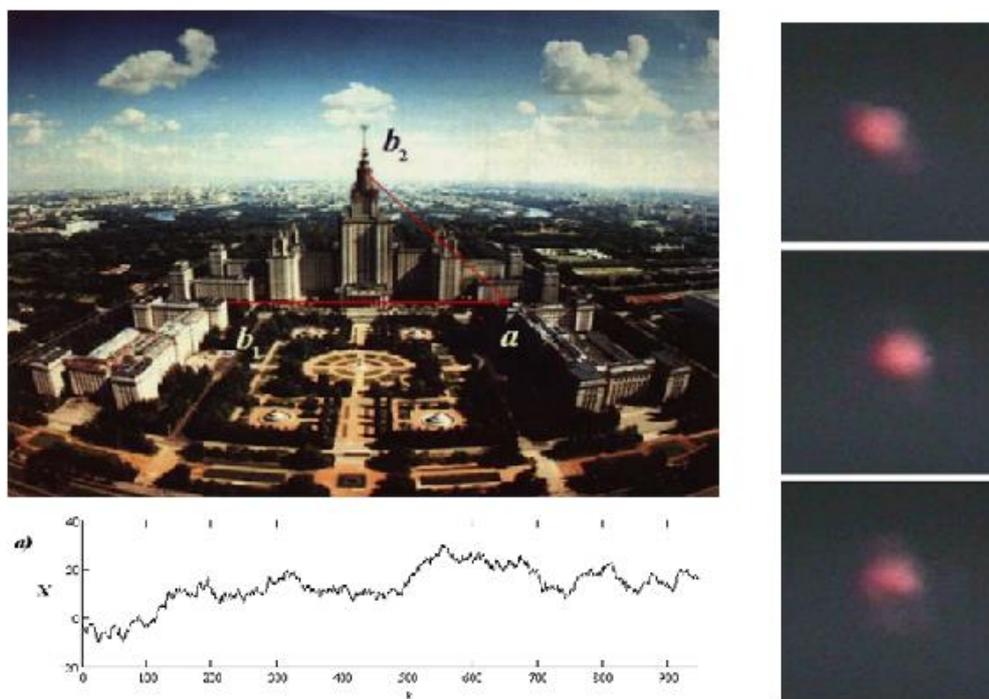


Рисунок 1.4 – “Броуновское” смещение пучка на атмосферной трассе.

Перейдем к рассмотрению практических приложений.

Несмотря на довольно абстрактный на первый взгляд вид геометрических фракталов, такого рода структуры возникают в результате химических экспериментов (рисунок 1.5). В работе [4] химикам удалось синтезировать супрамолекулярный комплекс, повторяющий очертаниями фрактальный треугольник Серпинского. Он включает в себя почти 500 атомов железа и около 750 молекул-связок.

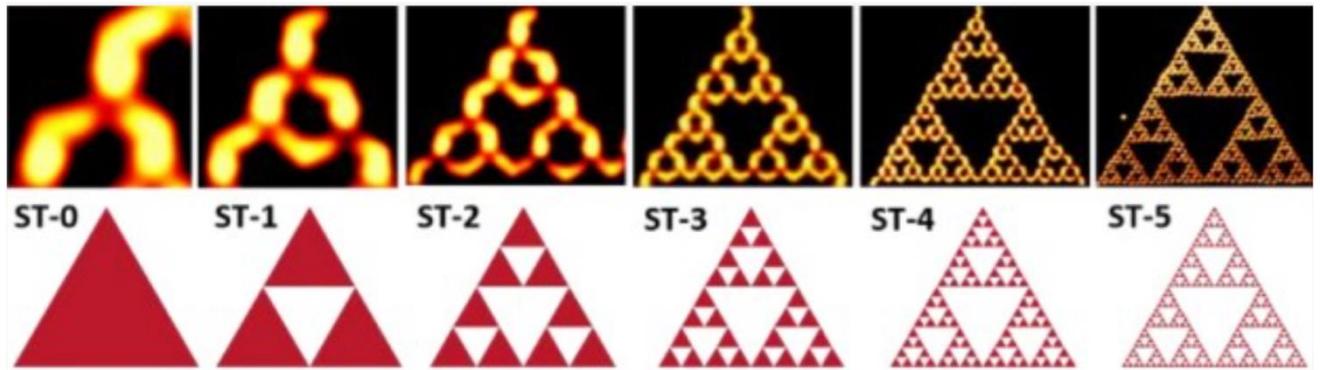


Рисунок 1.5 – Треугольники Серпинского, полученные с помощью самоорганизующихся химических технологий.

Интерес к фрактальным супрамолекулярным комплексам связан с тем, что в них могут наблюдаться необычные механические и магнитные свойства. Например, в 2014 году международная группа физиков показала, что материалы, построенные по принципу треугольника Серпинского прочнее и легче, чем, использующиеся в аэрокосмической области, строительстве и многих других областях, периодические структуры наподобие пчелиных сот [5].

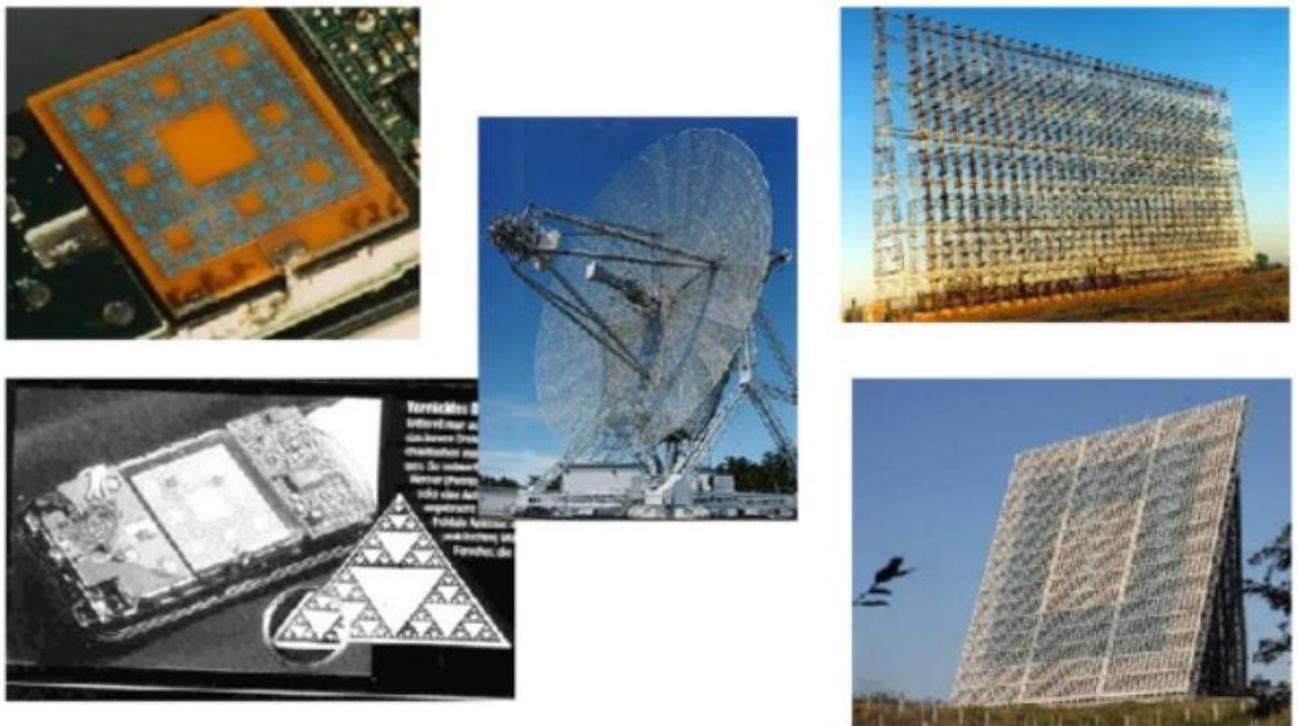


Рисунок 1.6 – Примеры фрактальных антенн.

Фрактальные антенны (рисунок 1.6) – относительно новый класс электрически малых антенн (ЭМА), принципиально отличающийся своей геометрией от известных решений [6-8]. Преимуществом фрактальных антенн является их многодиапазонность и широкополосность при сравнительно меньших размерах.

Считается, что для сложных биологических объектов фрактальные показатели более корректно описывают форму объекта, чем традиционно используемые в морфометрии критерии, основанные на принципах эвклидовой геометрии [9-12]. Анализ фрактальных свойств биологических структур позволил разработать новые модели для изучения тех или иных органов или систем организма человека.

Фрактальный анализ применяют для исследования белого и серого вещества головного мозга, его сосудистой сети, отдельных нейронов [13-16]. К квазифрактальным структурам относят мозжечок человека, его разветвленные белое вещество и кора. Исследована трехмерная фрактальная размерность скелетированного белого вещества мозжечка [17], определены трехмерные индексы его белого и серого вещества в норме и при патологии [18-19].

Исследовательская группа из Института Макса Планка и Университета Филиппа в Марбурге, изучая фермент цитратсинтазу цианобактерии, обнаружила, что его молекулы спонтанно формируют структуру, повторяющую геометрию треугольника Серпинского (рисунок 1.7) [20]. Существование молекулярного фрактала указывает на то, что принципы самосборки белков гораздо сложнее и разнообразнее, чем считалось ранее. Молекулярные фрактальные структуры обладают уникальными физическими и химическими свойствами, такими как высокая площадь поверхности, фрактальная размерность и самоподобие. Изучение молекулярного фрактала цитратсинтазы может открыть новые пути для создания биомиметических материалов с улучшенными характеристиками, например, для катализа, доставки лекарств или сенсорики.

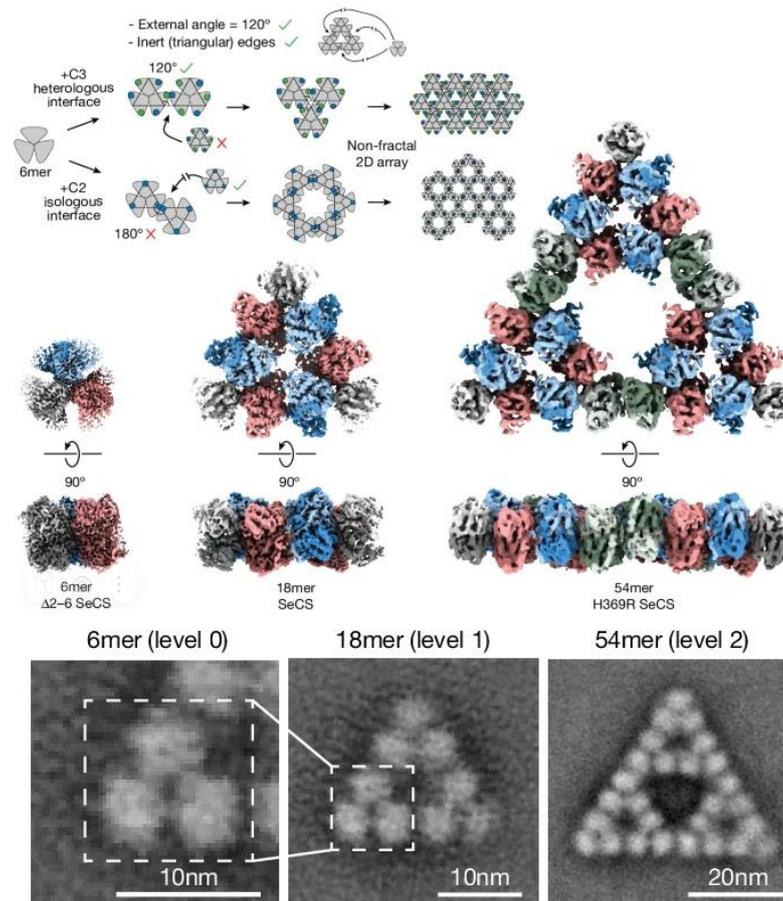


Рисунок 1.7 – Цитратсинтаза цианобактерии.

Пример стохастического фрактала - “броуновское движение” (котировка) акций на бирже представлен на рисунке 1.8. Использование математического аппарата теории фракталов открывает новые возможности в моделировании рыночных процессов. Первым практиком, который применил фрактальную теорию при анализе финансово-сырьевых рынков, стал Билл Вильямс. Впоследствии, его метод фрактального анализа рынка широко распространился во многих странах. Наиболее важным параметром фрактального анализа для экономистов выступает фрактальная размерность.

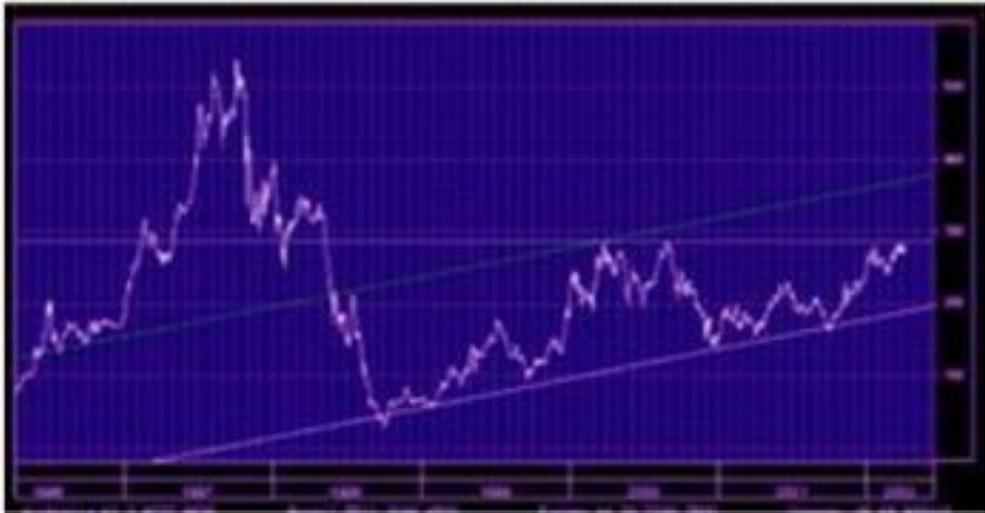


Рисунок 1.8 – Котировка акций на бирже.

Хаусдорф в 1919 г. предложил выражение для определения фрактальности:

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(N(\delta))}{\ln(1/\delta)} \right], \quad (1.1)$$

где $N(\delta)$ — наименьшее количество шаров радиуса δ , покрывающих это множество. Отметим, что если исходное множество находится в евклидовом пространстве, то вместо покрытия множества шарами можно использовать любые другие простые фигуры (например, клетки) для его аппроксимации с геометрическим фактором δ . Видно, что

$$N(\delta) \propto (1/\delta)^D. \quad (1.2)$$

Иллюстрация зависимости минимальной площади покрытия при разных значениях δ для временного ряда, состоящего из 32 наблюдений, приведена на рисунке 1.9.

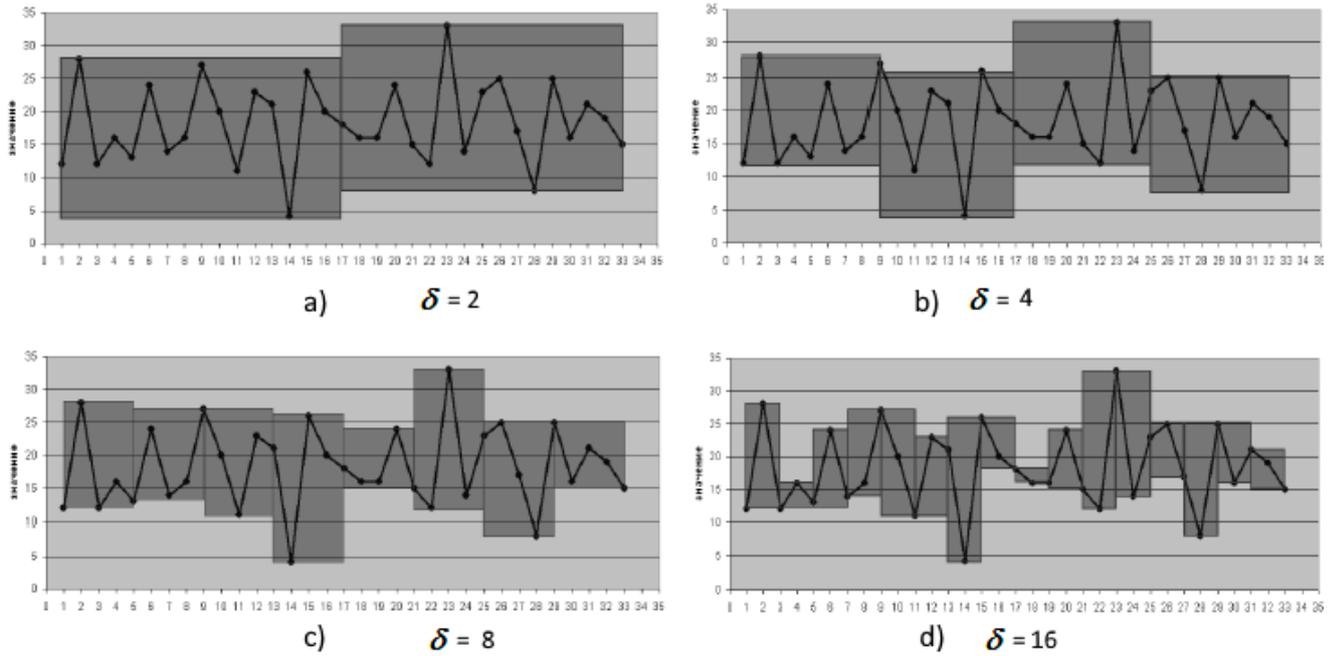


Рисунок 1.9 – Вычисление площади покрытия при различных значениях δ .

Общий смысл фрактальной размерности состоит в том, что ее величина характеризует степень сложности и хаотичности структуры фрактала.

При соблюдении определенных условий к случайным фракталам может быть отнесена и фрактальная спекловая структура (рисунок 1.10).

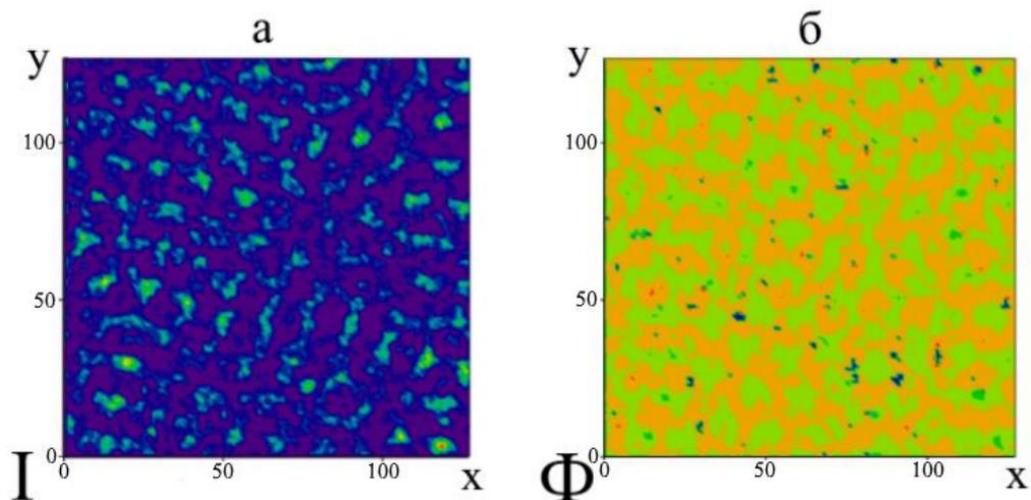


Рисунок 1.10 – Распределение интенсивности (а) и фазы (б) спекловой картины с нерелеевской статистикой.

Для того, чтобы подчеркнуть актуальность подходов использующих фрактальный анализ, начнем с рассмотрения вопросов, относящихся к использованию спеклоподобных полей на практике. Практическое использование фрактальных представлений очень обширно. Они используются в машиностроении, в материаловедении, при сжатии изображений, в маркетинге и во многих других областях человеческой деятельности [21]. В данном разделе преимущественно будут освещены вопросы, относящиеся к применению спекловых фрактальных пучков. Поскольку фрактальные световые поля могут формироваться при отражении света от объектов с шероховатыми поверхностями, появилась возможность определять степень шероховатости по фрактальной размерности отраженного излучения. Проиллюстрируем эту возможность на примере работы [22]. Схема использованной установки приведена на рисунке 1.11.

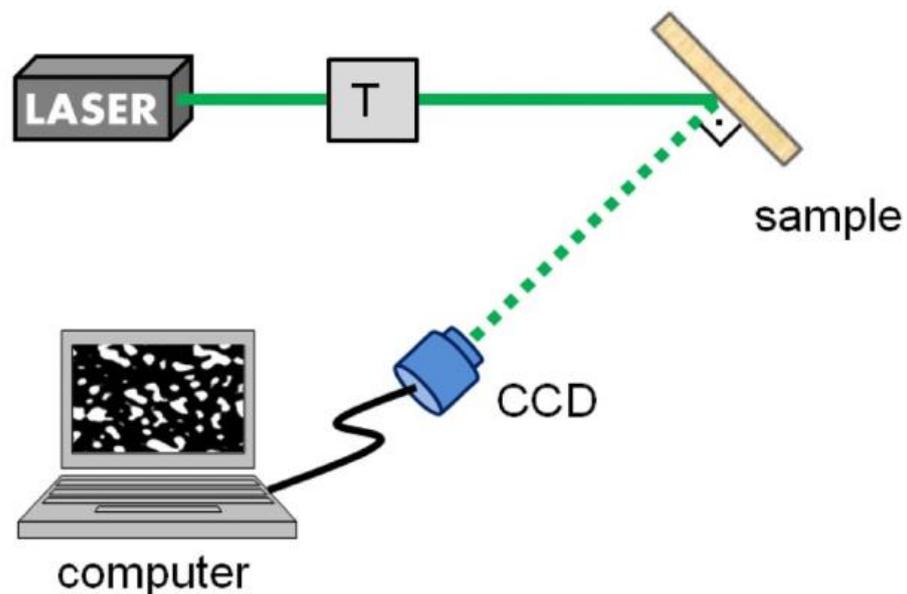


Рисунок 1.11 – Экспериментальная установка для получения цифровых изображений отраженных пучков.

В ходе исследований была установлена зависимость, графически представленная на рисунке 1.12. Непрерывная кривая и пунктир относятся к двум реализациям.

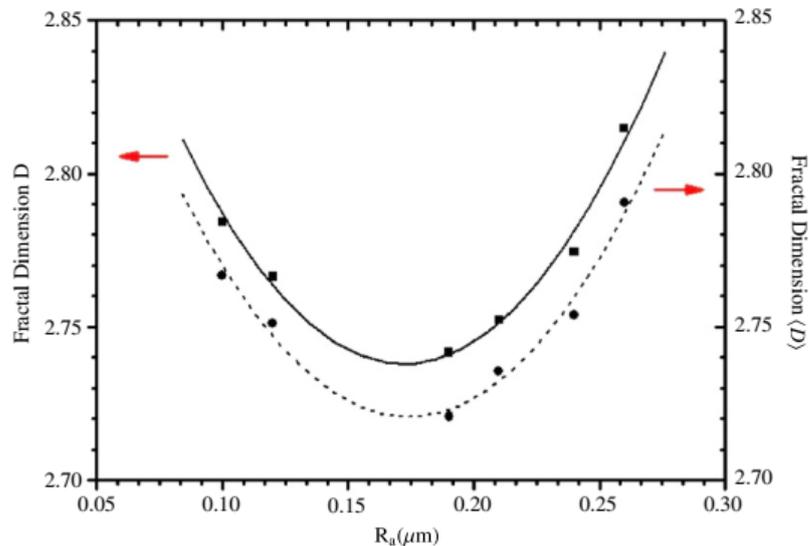
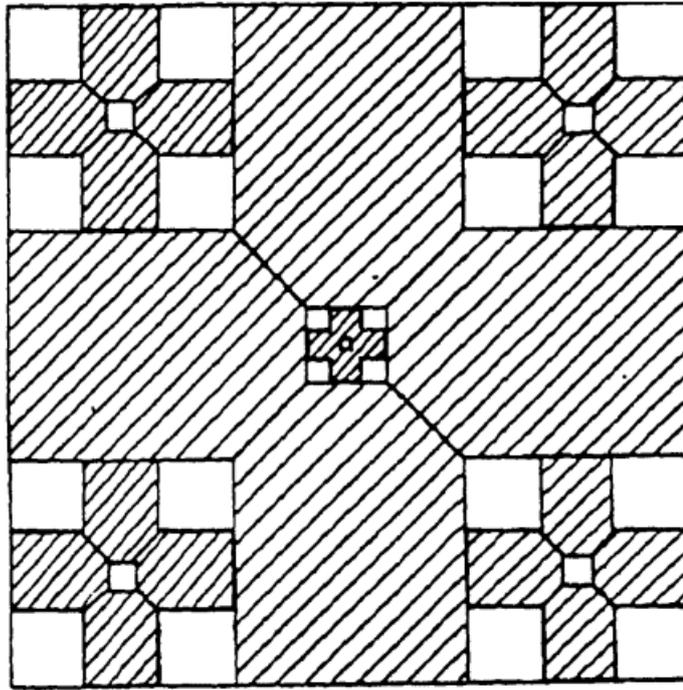


Рисунок 1.12.– Фрактальная размерность как функция шероховатости поверхности.

Однозначная связь между степенью шероховатости и фрактальной размерностью распределения интенсивности в пучке свидетельствует о возможности использовать на практике дистанционный метод определения шероховатости различных деталей после обработки.

Важное практическое значение имеет возможность фрактального моделирования нефтеносных пористых сред. На основе теории фракталов - множеств дробной размерности строятся фрактальные модели геоматериалов пористых сред. Рассматриваются скейлинговые законы для пористости, проницаемости, распределения пор и зерен материала по размерам. Обсуждаются вопросы, связанные с движением в таких средах жидкостей. Примечательной в этом отношении является работа [23]. Используемая в ней модель графически представлена на рисунке 1.13.



Рисунке 1.13 – Модельный пример фрактальной пористой среды с порами и зёрнами разных размеров.

В более поздней публикации [24] Исследованы статистические геометрические характеристики микроструктуры образцов горных пород на основе трехмерных изображений, полученных с помощью рентгеновской микротомографии. Показано, что поверхность порового пространства имеет фрактальные свойства. В результате проведенного фрактального анализа трехмерных микромоделей получены значения ведущей фрактальной размерности, мультифрактальные спектры обобщенных размерностей и другие структурно-геометрические параметры. Структуры исследованных образцов показаны на рисунке 1.14.

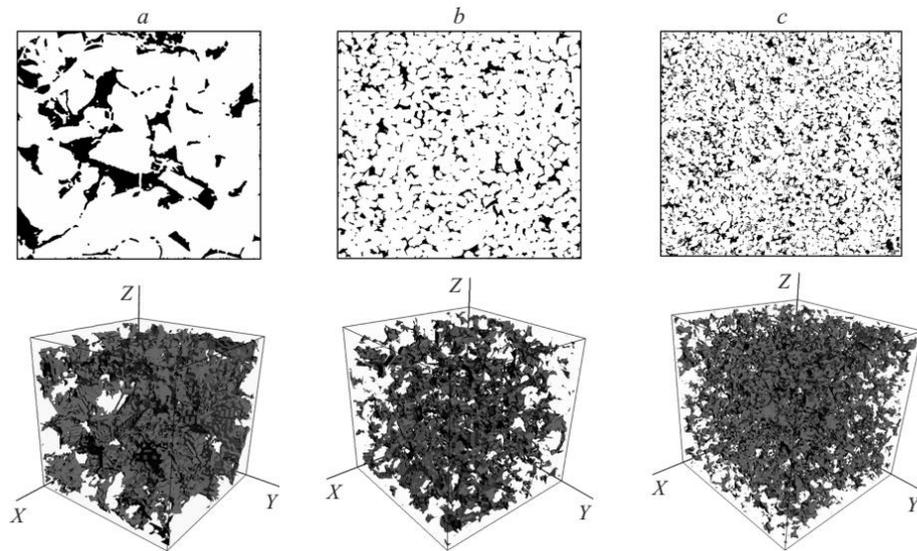


Рисунок 1.14 – Бинаризованные 2D-слои и восстановленные по ним 3D-модели пористых сред: Achimov structure (a), Fontainebleau structure (b), Gray Berea structure (c).

Фрактальные спеклоподобные структуры весьма перспективны для использования в системах оптической связи, использующих открытые каналы распространения излучения. Дело в том, что, когда на апертуру приемную апертуру приемного устройства попадает только часть светового пучка, в силу самоподобия поперечного распределения интенсивности появляется возможность восстановить полную информацию о пучке. На следующих рисунках приведены примеры распределения интенсивности в таких пучках [25] (рисунок 1.15, 1.16).

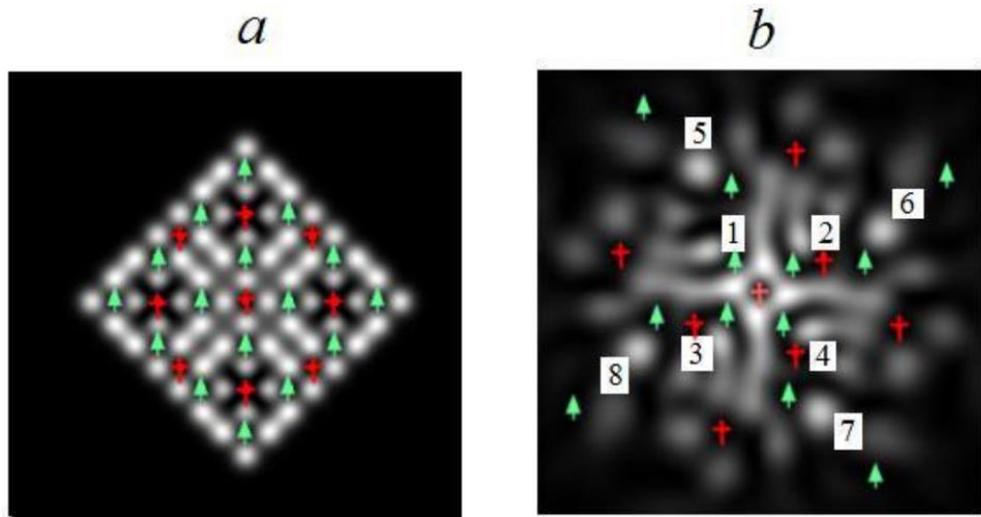


Рисунок 1.15 – Пример 1: Структура пучка в начальной плоскости(а) и в дальней зоне(б).

Красным и зеленым цветом помечены разного топологического знака точки винтовых дислокаций, являющихся атрибутом любых спекловых полей. Из распределения интенсивности и расположения дислокаций видно, что при переходе в дальнюю зону общая топология поперечной структуры пучка не претерпевает существенных изменений.

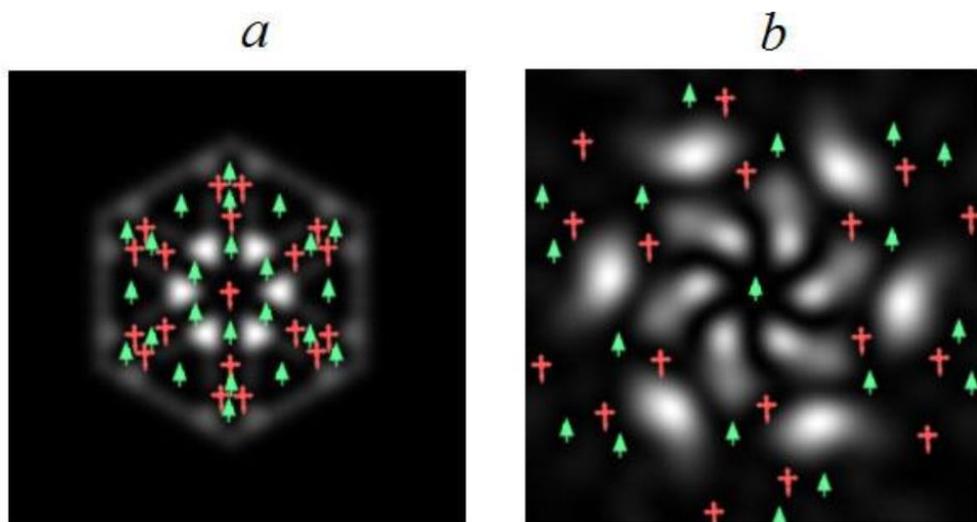


Рисунок 1.16– Пример 2: Структура пучка в начальной плоскости(а) и в дальней зоне(б).

Технологии, связанные с использованием спеклов, успешно используются в медикобиологической диагностике. Так, в работе [26] представлены результаты анализа фрактальных размерностей экспериментально полученных спеклструктур, образующихся при облучении лазерным светом бактериальных колоний *Escherichia coli* и *Staphylococcus aureus*, а также гистологических срезов тканей с доброкачественными и злокачественными образованиями. Показана возможность идентификации по фрактальным размерностям типы колоний. Аналогичным образом отмечены различия в поведении графиков функций, определяющих фрактальную размерность спеклолей, образующихся при облучении гистологических срезов тканей с доброкачественными и злокачественными образованиями. Последний результат иллюстрирует рисунок 1.17.

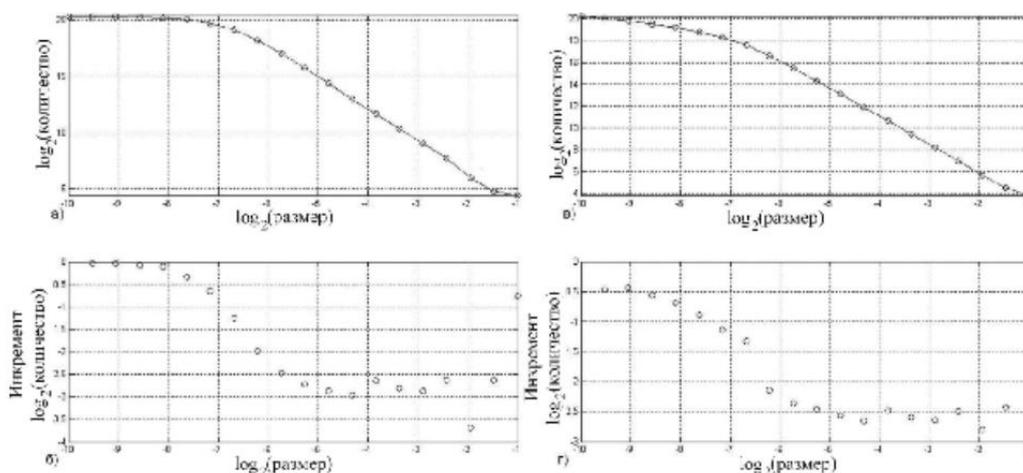


Рисунок 1.17 – Графики зависимостей, определяющих фрактальную размерность, соответствующую злокачественной опухоли (а,б) и доброкачественной опухоли (в,г).

Серьезные различия в поведении графиков указывают на возможность уверенного определения опасной патологии.

Спекловые световые структуры могут быть использованы для дистанционного измерения частоты сердечных сокращений. Экспериментальное

подтверждение этого метода осуществлялось путем регистрации сокращений эмбриона в курином яйце [27]. Для этого участок куриного яйца освещался лазерным пучком. Отраженное от него излучение имело спекловую структуру. Происходящие временные изменения ее фрактальной размерности позволяли определять частоту сокращений эмбриона. На следующем рисунке показана схема экспериментальной установки (рисунок 1.18).

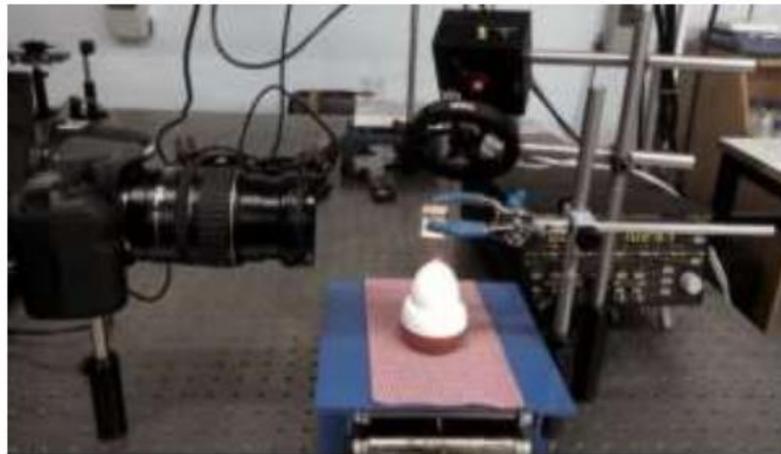


Рисунок 1.18 – Установка in-vivo.

Результаты эксперимента приведены на рисунке 1.19.

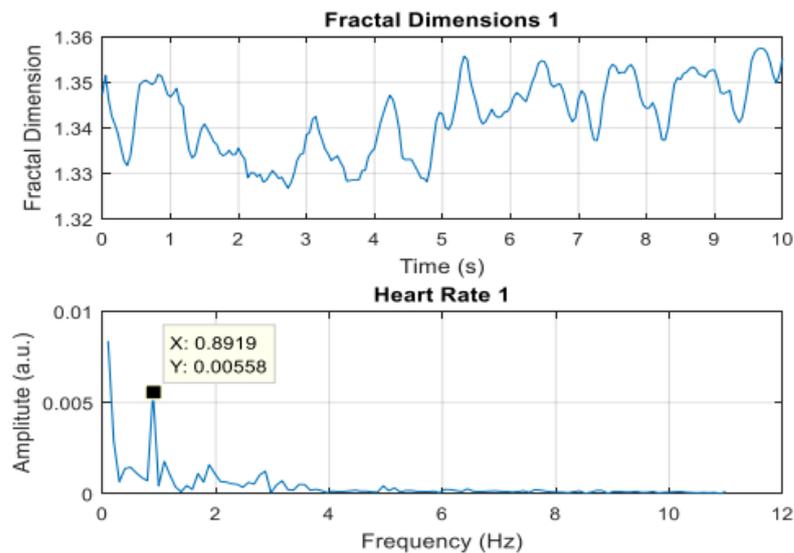


Рисунок 1.19 – График зависимости фрактальной размерности от времени(а) и его Фурье спектр(б).

Черная метка на одном из максимумов спектра Фурье позволяет определить частоту сокращений.

1.2. Особенности восприятия фрактальных и фракталоподобных изображений

Большой вклад в понимание особой роли процессов воздействия на человека фрактальных и фракталоподобных изображений природных объектов внес американский физик Ричард Тейлор (Richard Taylor) из Орегонского университета. Изучая благотворное влияние на психику человека изображений природных объектов, Тейлор связал это влияние с присутствием в изображениях фрактальных признаков. Наиболее полно взгляды Тейлора изложены в работе [28]. В ходе исследований было установлено, что картины, в которых присутствуют элементы фрактальности, воспринимаются мозгом как красивые и гармоничные, а также способны снизить уровень стресса и ускорить восстановление организма после операции. Фрактальностью обладают пейзажи, выполненные в традиционной китайской технике. Благодаря МРТ-сканированию, специалисты по нейроэстетике доказали, что китайские пейзажи обладают успокаивающим действием. Признаки фрактальности можно увидеть в картинах и Винсента ван Гога и многих других художников. Доказано, что фрактальностью обладают квазиспекловые картины американского художника Джексона Поллока, выполненные в технике разбрызгивания красок.

Выполненные исследования заложили основы арт-терапии, основанной на восприятии красоты фракталов [29].

Нейрофрактализация – процесс формирования фрактальных изображений на основе данных ЭЭГ человеческого мозга, собранного с помощью

нейроинтерфейса. Данные передаются нейросети, которая, на их основе предсказывает наиболее соответствующий этим данным фрактал. Затем этот фрактал подвергается случайным изменениям, для увеличения вероятности отражения состояния человека, с которого снимались данные ЭЭГ. Фрактальные изображения при их просмотре вызывают у человека увеличение альфа-ритма [30]. Это состояние может улавливаться с помощью ЭЭГ. Предполагается, что появление этого состояния зависит от размерности фрактального изображения. При высокой (почти пограничной) размерности приятное состояние, соответствующее повышению альфа-ритма может превратиться в противоположное [31]. Этот феномен позволяет собрать базу данных образцов ЭЭГ для тренировки нейросети, которые были сняты с человека, при просмотре фрактальных изображений. После тренировки можно воспользоваться обратным процессом – нейросеть на основе данных ЭЭГ подбирает наиболее подходящие этому состоянию фракталы в соответствии с базой данных (рисунок 1.20).



Рисунок 1.20 – Фрактал, подобранный нейросетью.

В 1980-х годах архитекторы обнаружили, что пациенты быстрее

восстанавливаются после операции, если им предоставлены больничные палаты с окнами, выходящими на природу. Другие исследования, проведенные с тех пор показали, что простое рассматривание фотографий природных сцен может изменить реакцию вегетативной нервной системы человека на стресс.

Аналогичный идеям Тейлора подход продемонстрирован в работе [32]. Она содержит важное указание на то, что благотворное воздействие контакта с природой можно использовать без присутствия реальных изображений природы, но с фрактальной геометрией, характерной для природных элементов. Существуют свидетельства [30], что фрактальные структуры вызывают значительные изменения ЭЭГ даже при использовании относительно простых силуэтных изображений. Паттерны с фрактальной размерностью 1.3 вызывали наибольшие изменения ЭЭГ с самым высоким уровнем альфа в лобных долях и с самым высоким уровнем бета в теменных долях. Это указывает на сложное взаимодействие между различными частями мозга при созерцании фрактальных элементов.

Примечательной является работа [33], в которой сделана попытка связать фрактальность и сложность картины с красотой.

Сведения, убедительно доказывающие эффективность фрактальной арт-терапии, содержатся в публикации [34].

В литературе, однако, слабо освещен вопрос о причине возникновения особого когнитивного отклика при созерцании фрактальных изображений. В нашей лаборатории для ответа на этот вопрос была разработана специальная физико-математическая модель. Эта модель должна была подтвердить сформировавшуюся в ходе дискуссий и обмена мнениями гипотезу, согласно которой основная причина состоит в наличии скейлинга в пространственных спектрах фрактальных структур. Поскольку оптическая информация поступает в кору головного мозга по пространственно-частотным каналам зрительной системы, обрабатывается и хранится там в форме пространственных спектров (Фурье-образов) изображений [35], наличие скейлинга облегчает и ускоряет ее

обработку. Это вызывает особый когнитивный отклик при просмотре фрактальных изображений. Такое световое воздействие на человека во многом объясняет эффективность арт-терапии. Происходящее при этом воздействии укрепление связей между нейронами в коре головного мозга может способствовать также излечению ряда глазных болезней (например, глаукомы). Тем самым, есть основания рассматривать фрактальную светостимуляцию в качестве универсального метода улучшения здоровья человека.

1.3. Пространственно частотные каналы зрительной системы

Исследование особенностей обработки фрактальных изображений корой головного мозга опирается на результаты нейро-психологических исследований, согласно которым один из основных каналов обработки оптической информации осуществляется на основе частотной фильтрации [36, 37]. Предполагается, что зрительная система, в первую очередь кора мозга, настраивается на восприятие пространственной информации разного частотного диапазона. Другими словами, допускается, что зрительная система человека содержит нейронные комплексы, которые наделены свойствами двумерных пространственно-частотных фильтров, осуществляющих анализ параметров оптического сигнала по принципу, который описывается разложением Фурье. Причем существует, по видимому, множество относительно "узких" фильтров, настроенных на восприятие разных пространственных частот.

Примечательной является концепция работ [38, 39], где особое когнитивное воздействие фракталов объясняется самоподобием структуры их пространственных спектров, обеспечивающей высокую эффективность частотной фильтрации фрактальных изображений при их обработке в коре головного мозга. Предполагается, что зрительная система человека содержит

нейронные комплексы, которые наделены свойствами двумерных пространственно-частотных фильтров Фурье или Габора [40, 41]. Причем существует, по-видимому, множество относительно "узких" фильтров настроенных на восприятие разных пространственных частот. Если в разных спектральных интервалах форма распределения пространственных частот совпадает, то обработка сигнала происходит быстро и с малыми затратами энергии. Благодаря этому, у человека формируется чувство комфорта, вызывающее возбуждение в коре головного мозга центров удовольствия.

Описанная ситуация и формирует при созерцании природных объектов и произведений искусства с фрактальными свойствами чувство прекрасного и ощущение эмоционального подъема. Улучшаются, в частности, креативные способности индивидуума. Частотный анализ упрощает узнавание знакомых объектов с увеличенными или уменьшенными размерами. При этом в системе памяти фиксируется, в основном, гармонический состав. Это делает опознание образа более экономным, не зависящим от реального размера объекта. Именно поэтому для оперативной памяти требуется весьма малый объем. Считается, что различные пространственные частоты по-разному взаимодействуют с памятью: высокочастотная информация сохраняется в кратковременной памяти дольше, чем низкочастотная. Кроме того, нейронные механизмы, формирующие основные функциональные свойства фильтров, их пространственно-частотную избирательность, по-видимому, различным образом представлены в долговременной памяти. Опираясь на концепцию частотной селекции и учитывая особенности пространственных спектров фрактальных структур, можно найти причину их нестандартной когнитивной обработки и терапевтического воздействия на состояние человека. Если обработка пространственных спектров не требует взаимодействия с памятью: высокочастотная информация сохраняется в кратковременной памяти дольше, чем низкочастотная. Кроме того, нейронные механизмы, формирующие основные функциональные возможности, требуют меньших затрат времени и

энергии, у человека формируется чувство комфорта, вызывающее возбуждение в коре головного мозга центров удовольствия. Преимущество системы, основанной на частотном анализе, состоит в том, что она упрощает узнавание знакомых объектов, которые имеют увеличенные или уменьшенные размеры. При этом предполагается, что в системе памяти фиксируется только гармонический состав, что делает опознание образа более экономным, не зависящим от реального размера объекта. Именно поэтому для оперативной памяти требуется весьма малый объем. В то же время следует считаться с тем, что в контексте модели частотной селекции конкретные механизмы функционирования памяти еще далеко не ясны. Однако показано, что различные пространственные частоты по-разному влияют на свойства фильтров, их пространственно-частотную избирательность, по-видимому, различным образом представлены в долговременной памяти.

Общую схему обработки оптической информации в коре головного мозга можно представить следующим образом. Оптические сигналы (в виде системы электрических импульсов) распространяются от глаз человека в тыльную часть головного мозга. В этом отделе коры головного мозга осуществляется Фурье преобразование оптических сигналов и соответствующие пространственные спектры (опять же в виде системы электрических импульсов) распространяются в область миндалевидного образования, находящегося в подкорковой области головного мозга. Одновременно в область миндалины поступают сигналы непосредственно от глазной системы человека. Эти сигналы, качество которых не является высоким, обеспечивают поступление экспресс информации к нейронам, располагающимся в окрестности миндалевидных тел. Одновременно, если экспресс сигналы несут информацию об объектах, представляющих опасность для человека в нейронах окружающих миндалины формируются сигналы, вызывающих чувство страха и обостряющих оборонительный рефлекс несут сигналы в окрестности миндалин осуществляется фиксация сигналов несущих информацию о пространственных

спектров изображений. Участок нейронной сети вблизи миндалин связан с системой гормональных центров и группами нейронов обеспечивающих управление двигательными органами человека и работы сердечной системы. Определенные типы гормонов связаны с особыми центрами удовольствия, находящимися в коре головного мозга, активизация которых приводит к ощущению красоты и удовольствия.

Глава 2. Спектральные характеристики регулярных и стохастических распределений

В данной главе используются материалы, опубликованные в статье [A1].

2.1. Пространственные спектры структур, задаваемых числовыми последовательностями и действительными функциями

В настоящее время спектральный анализ фрактальных объектов с различной геометрией успешно применяется для описания их оптико-физических свойств [42–45]. Несмотря на широкое использование спектрального анализа, базирующегося на выполнении пространственного Фурье-преобразования, вопрос об устойчивости и характере связи структурных характеристик объекта и его пространственных частот остается малоизученным. Как показывают литературные данные [43, 46–48], существует необходимость учета специфики отдельных видов фракталов и их пространственных спектров.

Рассмотрим ряд примеров, характеризующих связь геометрии фрактальных объектов и их Фурье спектров. В качестве одного из примеров рассмотрим структуру, построенную на основе канторовского множества. Ее можно представить в виде последовательности блоков элементов, соответствующих разным масштабам. Блоки первого уровня имеют форму: $S_0 = A; S_1 = ABA; S_2 = ABABBBABA$ и т. д. Переход с каждого уровня на более высокий осуществляется путём замены элементов: $A \rightarrow ABA$ и $B \rightarrow BBB$. Указанная последовательность блоков формирует своеобразный одномерный квазикристалл [49]. В нем элементы А и В будут разделять «атомы»

формирующие структуру квазикристалла. В этом случае каждый фрагмент (состоящий из нескольких последовательно расположенных элементов В) последовательности сопоставляется с одним сегментом суммарной длины.

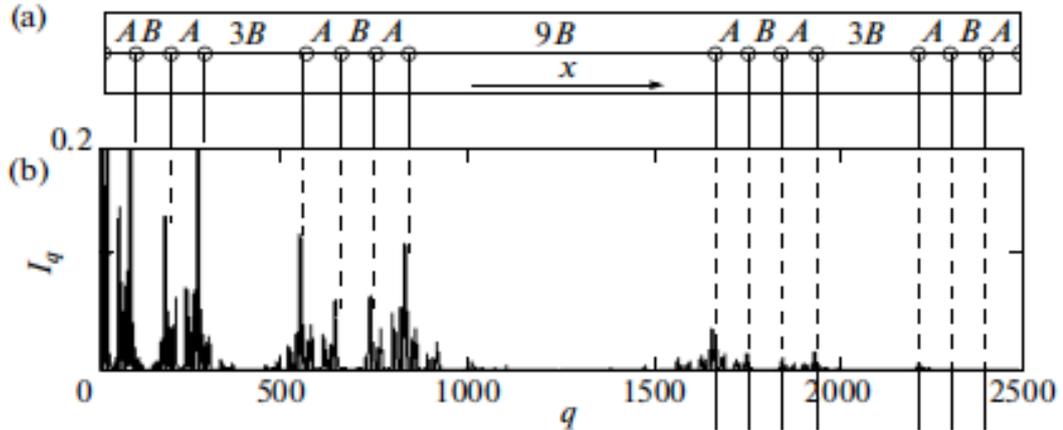


Рисунок 2.1 – Оптические свойства канторовских систем: (а) - фрагмент структуры сформированного квазикристалла, (б) - картина дифракции для структуры 5-го уровня.

На рисунке 2.1(а) показан фрагмент квазикристалла, состоящий из 16 атомов, в случае, когда сегменты А и В равны. Квазикристаллы построенные таким образом являются фрактальными, обладают ярко выраженным самоподобием с коэффициентом скейлинга равным 3.

Число атомов N в квазикристалле и общее число сегментов А и В связаны следующим образом: $N \propto \tilde{N}^{D_1}$, где D_1 обозначает массовую (или кластерную) фрактальную размерность [50]. Для рассматриваемого квазикристалла она равна 0,63, т.е. совпадает с размерностью Хаусдорфа–Бесиковича множества Кантора.

На рисунке 2.1(б) показана структура Фурье спектра канторовской последовательности. Интенсивность спектральных составляющих рассчитывалась по формуле

$$I_q = \left| \sum_{n=0}^N e^{-iqs_n} \right|^2 \quad (2.1)$$

где q - пространственная частота, N - количество центров излучения, x_n

координата n -го центра излучения, и s - масштабирующий коэффициент. Расчеты были выполнены в предположении, что q принимает целочисленные значения и $s = 0,001$.

Почти полное совпадение наиболее значимых спектральных пиков с положением элементов рассматриваемой системы указывает на определенное структурное соответствие фрактального объекта и его Фурье спектра, связанное с одинаковым скейлингом их характеристик. Наличие структурного соответствия подтверждается ходом приведенных на рисунке 2.1 пунктирных линий.

Существует класс фрактальных систем, геометрическая структура которых, не содержит в явном виде самоподобных элементов. Однако применительно к ним можно говорить о некотором скрытом самоподобии, которое связано с наличием внутренней симметрией самоподобия, обусловленной определенным перестановочным законом [51]. К этому классу можно отнести квазикристаллическую систему, построенную на основе числовой последовательности Фибоначчи. Она также может быть описана с помощью системы блоков. Состоящий из элементов А и В блок n -го уровня задается рекурсивным правилом вида: $S_n = S_{n-1}S_{n-2}$, при $n \geq 2$. Блоки нулевого и первого уровня имеют вид: $S_0 = B$ и $S_1 = A$. Таким образом, блоки элементов на различных уровнях имеют вид: $S_0 = B$; $S_1 = A$; $S_2 = AB$; $S_3 = ABA$; $S_4 = ABAAB$, и т.д. Переход на каждый более высокий структурный уровень осуществляется с помощью правила замены: $A \rightarrow AB$, $B \rightarrow A$. С увеличением уровня структуры n отношение числа элементов А к В в блоке S_n приближается к золотому сечению: $\tau \equiv (1 + \sqrt{5})/2$.

Фурье образ данного квазикристалла можно получить, осуществляя Фурье преобразование от системы дельта функций, располагающихся на границе блоков. На рисунок 2.2(а) показана соответствующая системе Фибоначчи последовательность блоков, а на рисунок 2.2б приведен соответствующий ей

Фурье-спектр. Несмотря на отсутствие в явном виде самоподобных элементов в структуре Фибоначчи, ее спектр оказывается фрактальным с четко выраженным скейлингом. Из расположения спектральных пиков следует что коэффициент скейлинга равен величине 1.59, весьма близкий к коэффициенту Золотого сечения.

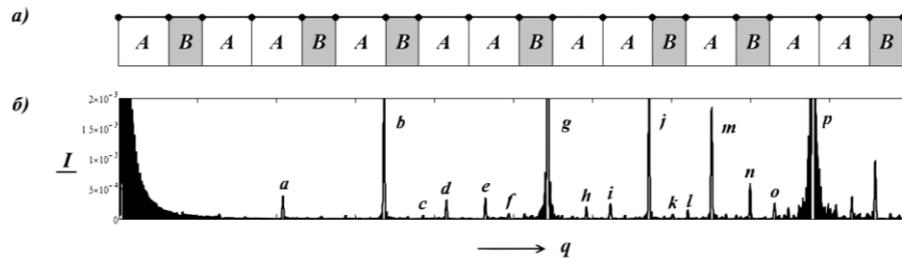


Рисунок 2.2 – Характеристики многослойной системы Фибоначчи. (а) - структура системы, (б) - ее Фурье - спектр (по мощности I).

Рассмотрим вопрос о структурном соответствии фрактального объекта и его пространственного спектра, отступая от блочного принципа построения объекта. С этой целью рассмотрим график функции Вейерштрасса, имеющей вид [52]:

$$W_k = \sqrt{2}\sigma [1 - b^{2D-4}]^{1/2} \frac{\sum_{n=0}^N b^{(D-2)n} \cos(2\pi \cdot s \cdot b^n \cdot k)}{1 - b^{(2D-4)(N+1)}}, \quad (2.2)$$

где σ — стандартное отклонение, b, s — параметры пространственно-частотного масштабирования, D — фрактальная размерность, связанная с параметром Херста H соотношением $D = 2 - H$, $N+1$ — количество гармоник, k — величина, характеризующая поперечную координату в дискретном представлении.

На рисунок 2.3(а) приведен график этой функции, построенный для параметров $N = 4$; $K = 1023$; $b = 2$; $k = 0 \dots K$; $D = 1.35$;

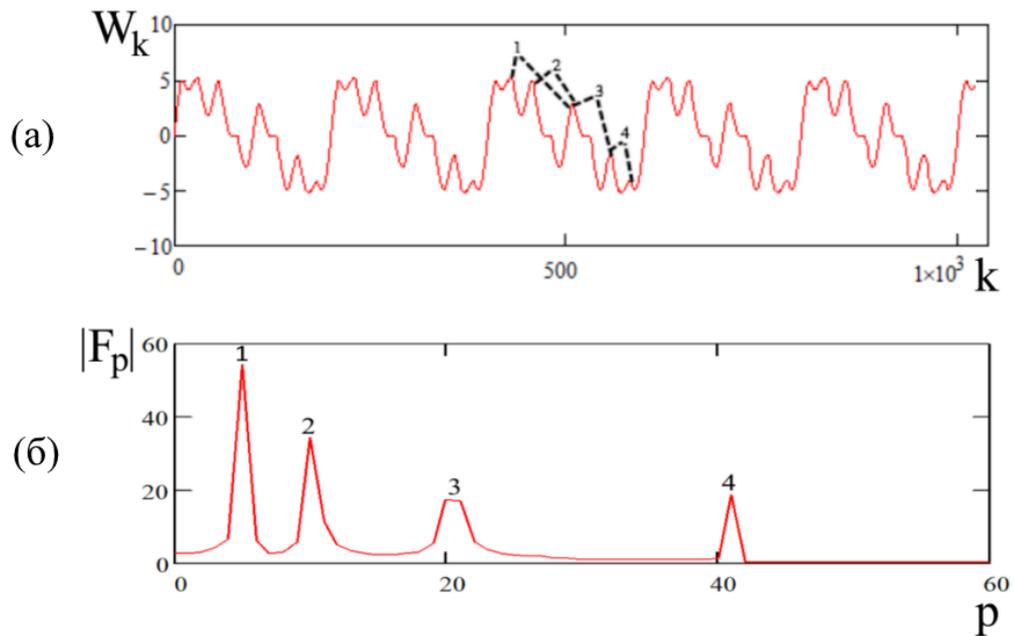


Рисунок 2.3 – График функции Вейерштрасса(а) и его Фурье-спектр(б).

Соответствующий Фурье спектр приведенной зависимости представлен на рисунке 2.3(б).

Из расположения спектральных пиков видно, что спектр обладает скейлингом с коэффициентом равным параметру b , присутствующим в формуле для функции Вейерштрасса.

Наличие скейлинга с таким же коэффициентом можно обнаружить и в графике данной функции. Помеченные цифрами 1-4 схожие элементы графика характеризуются размерами, отличающимися в два раза. Мы видим, что и в этом случае имеет место определенное соответствие геометрии фрактальной структуры и ее спектра.

Приведенные примеры не исчерпывают варианты, характеризующие соотношения параметров фрактального объекта и его Фурье спектра. Существуют примеры [53] когда эти соотношения оказываются более сложными. Однако более подробное их описание выходит за рамки данной работы.

2.2. Спектры распределений в комплексном представлении

Рассмотрим совокупность вопросов, относящихся к связи фрактальных объектов с их Фурье спектрами при описании структуры объекта с помощью комплексной функции. Возьмем за основу комплексную функцию Мандельброта-Вейерштрасса (М–В) имеющую вид [54]:

$$w_{k,m} = \sigma \sum_{v=0}^V \sum_{n=-N}^N \frac{|1 - e^{ib^n s(k \cos(\alpha v) + m \sin(\alpha v))}| e^{i\psi(n)}}{b^{(2-D)n}}, \quad (2.3)$$

где k, m – номера значащих точек по поперечным координатам, D характеризует фрактальную размерность, V – полное число азимутальных поворотов системы координат, v – номер отдельного поворота, α – его величина, b, s – масштабирующие параметры; σ – нормировочный множитель; $\psi(n)$ – фазы (в общем случае случайные), входящих в выражение (1) гармоник;

На рисунке 2.4(а,б) показаны амплитуда $W_{k,m} = |w_{k,m}|$ и фаза $\Phi_{k,m} = \arg(w_{k,m})$ распределения (2.3). Расчет проводился для следующих значений параметров: $N = 5$; $s = 3$; $v = 8$; $K = 127$; $b = 2$; $n = -N, -N + 1 \dots N$; $\alpha = \pi/8$; $k = -K \dots K$; $D = 1.65$; $m = -K \dots K$. Из рисунка видно, что наиболее значительные максимумы представленных распределений располагаются по окружностям. Отношение радиусов этих окружностей, определяющее величину коэффициента скейлинга, равно коэффициенту $b = 2$. Пространственные спектры функции $W_{k,m}$ характеризующие распределение поля в дальней зоне, графически представлены на рисунке 2.4(в,г). Для их расчета использовалась процедура БПФ. На рисунке 2.4(в) показана амплитуда коэффициентов Фурье ($W_{k,m}$), а на рисунке 2.4(г) – их фаза ($\Phi_{k,m}$). Видно, что спектры в отличие от изображений не обладают центральной симметрией. Амплитудным спектрам присуща асимметрия с точки зрения расположения спектральных максимумов. В той части спектра, где

максимумы проявляются наиболее четко, они располагаются по окружностям, размеры которых соотносятся как радиусы расположения максимумов на изначальном распределении амплитуды и фазы (рисунок 2.4(а,б)). Структура спектра по фазе не характеризуется дискретными максимумами. Она включает систему фрагментов прямоугольной формы, на границах которых фаза испытывает резкие изменения на величину π . Примечательно, что пространственные частоты, определяющие положение амплитудных максимумов, соответствуют положению углов прямоугольных сегментов. Это означает, что амплитудные максимумы располагаются в точках винтовых фазовых дислокаций, где фаза в двух взаимно перпендикулярных направлениях меняется на π . Для иллюстрации указанного факта на рисунок 2.4(г) осуществлено наложение амплитудной и фазовой частей Фурье-образа.

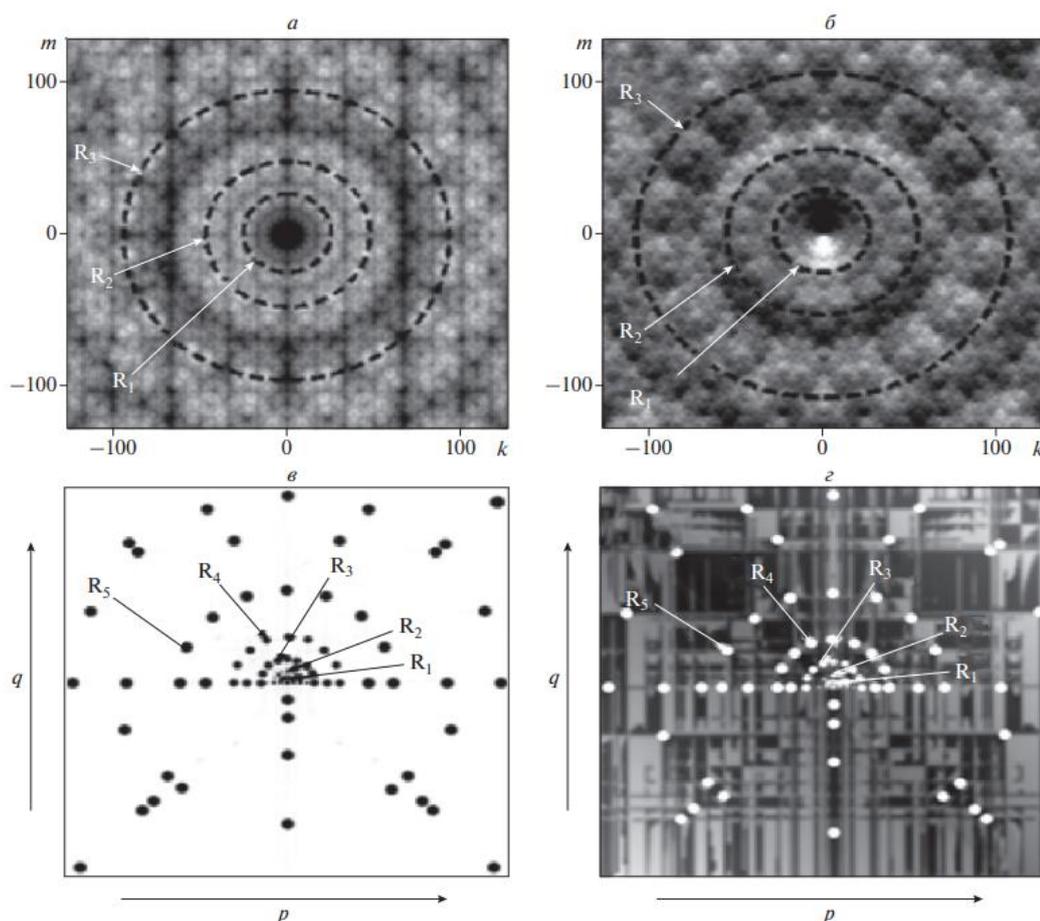


Рисунок 2.4 – Распределение амплитуды $W_{k,m}$ (а) и фазы $\Phi_{k,m}$ (б) световых

колебаний в изначальной структуре и ее коэффициенты Фурье, представленные по амплитуде $|F_{p, q}|$ (в) и фазе $P_{p, q}$ (г).

Как было отмечено комплексные фрактальные структуры не всегда обладают симметричным спектром. Это объясняется соотношением действительной и мнимой частей комплексной функции Вейерштрасса-Мандельброта, которые имеют различную четность. Отметим, что действительные функции таким свойством не обладают – их спектры симметричны относительно нуля.

Была исследована устойчивость пространственных спектров к влиянию оптических шумов, возникающих в процессе Фурье-преобразования изначальной структуры. Уровень шумов зависел от диапазона изменения случайной фазы $\psi(n)$. Когда $\psi(n)$ меняется в интервале от 0 до $\pi/50$ шумовые всплески являются пренебрежимо малыми по сравнению с пиками спектральных линий, если же значения фазы варьируются в интервале от 0 до π , то уровень шумов оказывается сопоставимым с уровнем сигнала. Но даже в последнем случае коэффициент корреляции C_r формы Фурье-спектра с той, которая соответствует малым шумам имеет величину $C_r = 0.92$. Столь значимая величина коэффициента корреляции доказывает высокую степень стабильности спектральных характеристик рассматриваемых фрактальных объектов.

Свойства фрактальных световых полей, задаваемых множеством комплексных чисел, заметным образом углубляют и расширяют представления о взаимной связи амплитудно-фазовых характеристик и пространственных спектров излучения. Как показало проведенное рассмотрение, отличительная черта спектрального анализа таких волновых структур состоит в возможности увеличить диапазон получаемой информации за счет параллельной обработки данных о распределении амплитуды и фазы. При получении и обработке этой информации следует считаться с тем, что в отдельных случаях будет нарушаться прямая связь между пространственными и спектральными характеристиками

излучения. Положительный момент с точки зрения практических приложений состоит в высокой устойчивости Фурье-спектров диффракталов к влиянию различного рода оптических шумов. К важным особенностям структуры Фурье-спектров следует отнести обнаруженный факт совпадения амплитудных максимумов с точками фазовых сингулярностей. Регистрируемая степень асимметрии структуры Фурье-образа из-за присутствия мнимой составляющей в распределении изначального светового поля может быть использована при оценке уровня фазовых возмущений в плоскости объекта.

Глава 3. Распространение фрактальных световых структур в свободном пространстве и в оптических системах

В данной Главе используются материалы, опубликованные в статьях [A1,A2,A5].

3.1. Организация оптического тракта и метод анализа

Спекловые фрактальные структуры нашли использование в оптической диагностике и при проведении медикобиологических исследований. Однако, несмотря на достаточно подробную проработку приложений прикладной направленности, некоторые вопросы фундаментального характера нуждаются в более подробном изучении. Ряд из них связан с изучением особенностей дифракционного распространения волн со спекловой структурой. Работы, посвященные этой проблеме (например, [26, 55, 56]), обходят, как правило, вопрос о влиянии дифракционного перераспределения интенсивности светового пучка на его фрактальные свойства. Однако этот вопрос имеет важное значение, поскольку обычно световой пучок проходит от объекта, формирующего спекловое поле, до анализатора его структуры, определенное расстояние в силу чего дифракция может его заметно исказить. В разделе структурные изменения фрактального характера в процессе распространения излучения

рассматриваются совместно с трансформацией их статистических характеристик.

При численном моделировании структуры фрактальных спекловых полей использовалась двумерная функция Вейерштрасса, имеющая вид

$$W_{x,y,t} = \sigma \left[\sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[b^{(D-2)n} \cos \left[2\pi \cdot s \cdot b^n \left[\left(x - \frac{K+1}{2} - \eta(t) \right) \cos(\alpha v) + \left(y - \frac{K+1}{2} - \mu(t) \right) \sin(\alpha v) \right] + \psi_n k_1 + \psi_v k_2 \right] \right] \right] - A(t). \quad (3.1)$$

Здесь $W_{x,y}$ – интенсивность излучения, x, y – дискретные поперечные координаты ($0 \leq x, y \leq K$), σ – стандартное отклонение амплитуды от среднего значения, N – количество гармоник, V – количество азимутальных парциальных волн, m – номер гармоники, v – индекс азимутальной составляющей волны, α – элементарный азимутальный угол поворота, b – параметр скейлинга, s – масштабирующий параметр, ψ_n, ψ_v – фазы компонент поля, A – компонента с однородным распределением амплитуды поля. При случайных значениях фаз ψ_n, ψ_v поле приобретало спеклоподобный вид, D – фрактальная размерность графика функции Вейерштрасса при одномерном представлении.

Приведенные ниже результаты численного моделирования, иллюстрирующие распространение спеклового пучка, получены для следующего набора параметров: $K = 255$, $\alpha = 2\pi/48$, $V = 47$, $v = 0 \dots V$, $n = 0 \dots N$, $D = 1.2$, $\sigma = 3.3$, $s = 0.05$, $b = 2$, $A = 0$. Случайные фазы ψ_n, ψ_v задавались с помощью соотношений:

$$\psi_n = \text{rnd}(n)4\pi/(n+1), \quad \psi_v = \text{rnd}(v)4\pi/(v+2). \quad (3.2)$$

На первом этапе исследований рассматривалась задача о распространении спеклового пучка, имеющего в начальной плоскости вогнутый волновой фронт. Такого рода ситуация возникает после прохождения излучения через собирающую линзу. Влияние линзы можно описать путем умножения функции $W_{x,y}$, описывающей поле плоской волны, на функцию

$$F_{x,y} := e^{i \frac{\left[\left[x \cdot u - \frac{(N+1) \cdot u}{2} \right]^2 + \left[y \cdot u - \frac{(N+1) \cdot u}{2} \right]^2 \right]}{\lambda \cdot R}} \pi, \quad (3.3)$$

характеризующую пропускание стоящего за линзой фазового экрана, обеспечивающего в параксиальном приближении преобразование плоского волнового фронта в сферический радиуса R . Будем для наглядности считать, что $R = 1,5\text{м}$, а длина волны $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}\text{м}$. Положим также, что размер рабочего поля, определяемого величиной K , в метрическом измерении равен $a = 0,02\text{м}$. В этом же измерении расстояние между значащими точками рабочего поля составляет $u = a/K = 7,812 \cdot 10^{-5}\text{м}$. На рисунке 3.1(а) показано распределение интенсивности $A_{x,y}$ сразу за фазовым экраном в предположении, что световой пучок ограничивает квадратная диафрагма, размер которой в 3.2 раза меньше размера рабочего поля.

В некоторых случаях вместо диафрагмы с резкими краями использовалась “мягкая” дифрагма с супергауссовым профилем пропускания (рисунок 3.2).

Для оценки характеристик светового поля на разных расстояниях за экраном воспользуемся методом разложения изначального поля по плоским волнам. Он реализуется в несколько этапов. Сначала с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье определяется пространственный комплексный спектр излучения $S = \text{cfft}(A)$. Затем с учетом набегов плоских волн на разных расстояниях z определяется новый комплексный спектр S

$$S_{x,y} = S_{x,y} \exp[i2\pi z_T (c(x)^2 + c(y)^2)]. \quad (3.4)$$

В формуле (3.4) расстояния z выражаются в долях так называемой длины Тальбо $T = 2a^2/\lambda$, т.е. $z_T = z/T$. Входящие в эту формулу вспомогательные функции $c(t)$ имеют вид

$$c(t) = \text{mod} [t + (K+1)/2, K+1] + (K+1)/2. \quad (3.5)$$

Наконец, на последнем этапе процедуры посредством обратного преобразования Фурье определяется распределение интенсивности $V_{x,y}$ на расстоянии z_T : $V = \text{icfft}(S)$. Расчет показал, что в соответствии с представлениями

волновой оптики изначальный световой пучок сначала фокусируется вплоть до расстояния $z = R$, а затем расходится, формируя на расстоянии $z = 2R$ изображение начального распределения. Такого рода трансформация пучка показана на рисунке 3.1.

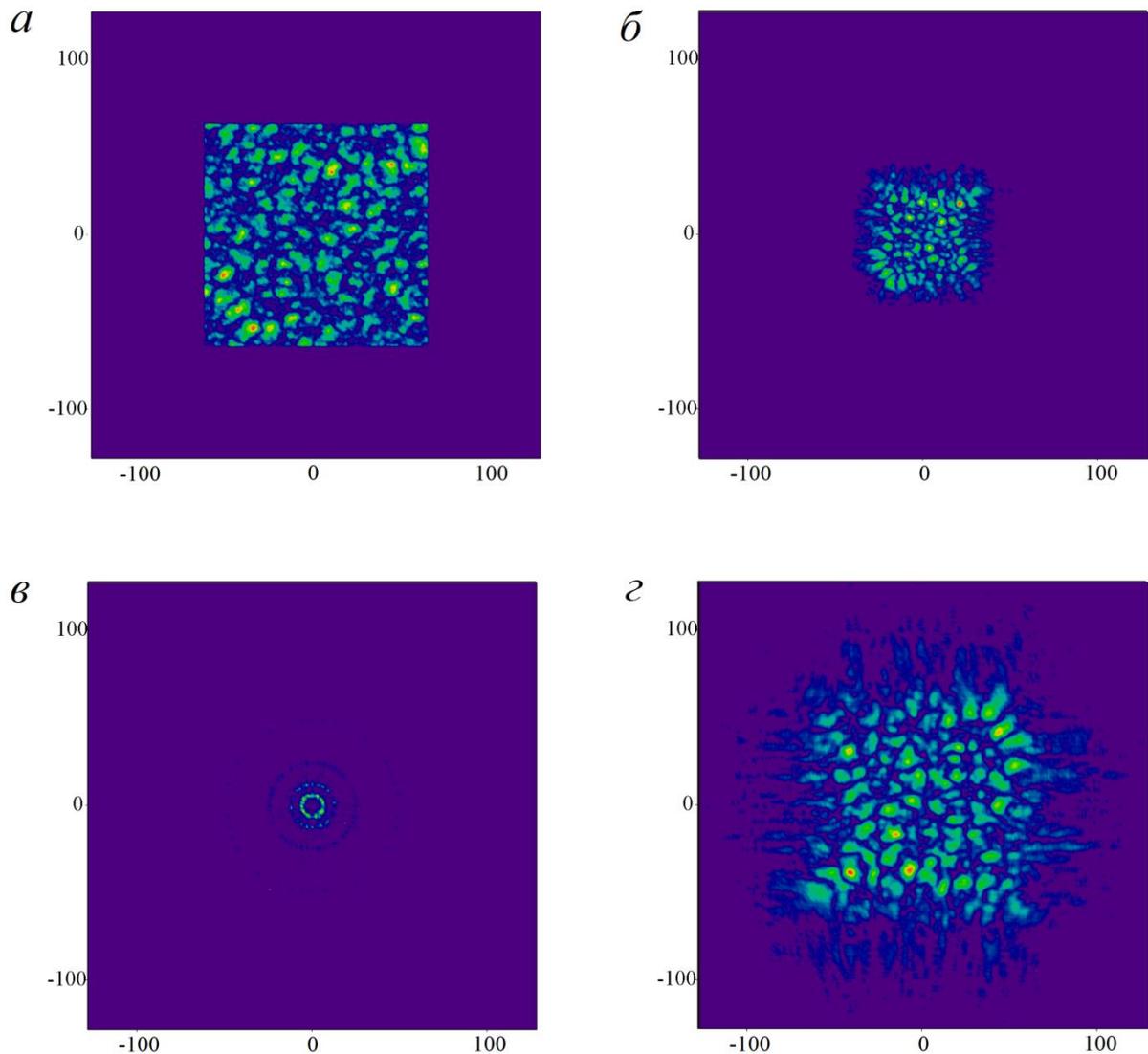


Рисунок 3.1 – Распределение интенсивности в начальной плоскости (*a*) и на расстояниях $R/2$ (*б*), R (*в*), $2R$ (*з*).

Обращает на себя внимание то, что в фокальной плоскости, когда $z = R$, вид поля кардинальным образом меняется и полностью соответствует структуре пространственного спектра изначального пучка. Изображение пучка при $z = 2R$

имеет заметные отличия от начального распределения интенсивности, размеры и положение спеклов в нем отличаются от первоначальных.

В тех случаях, когда значения интенсивности на периферии пучка уменьшались посредством использования супергауссовой диафрагмы кардинальные структурные изменения (в том числе и в фокальной плоскости) в поведении пучка не наблюдались (рисунок 3.2).

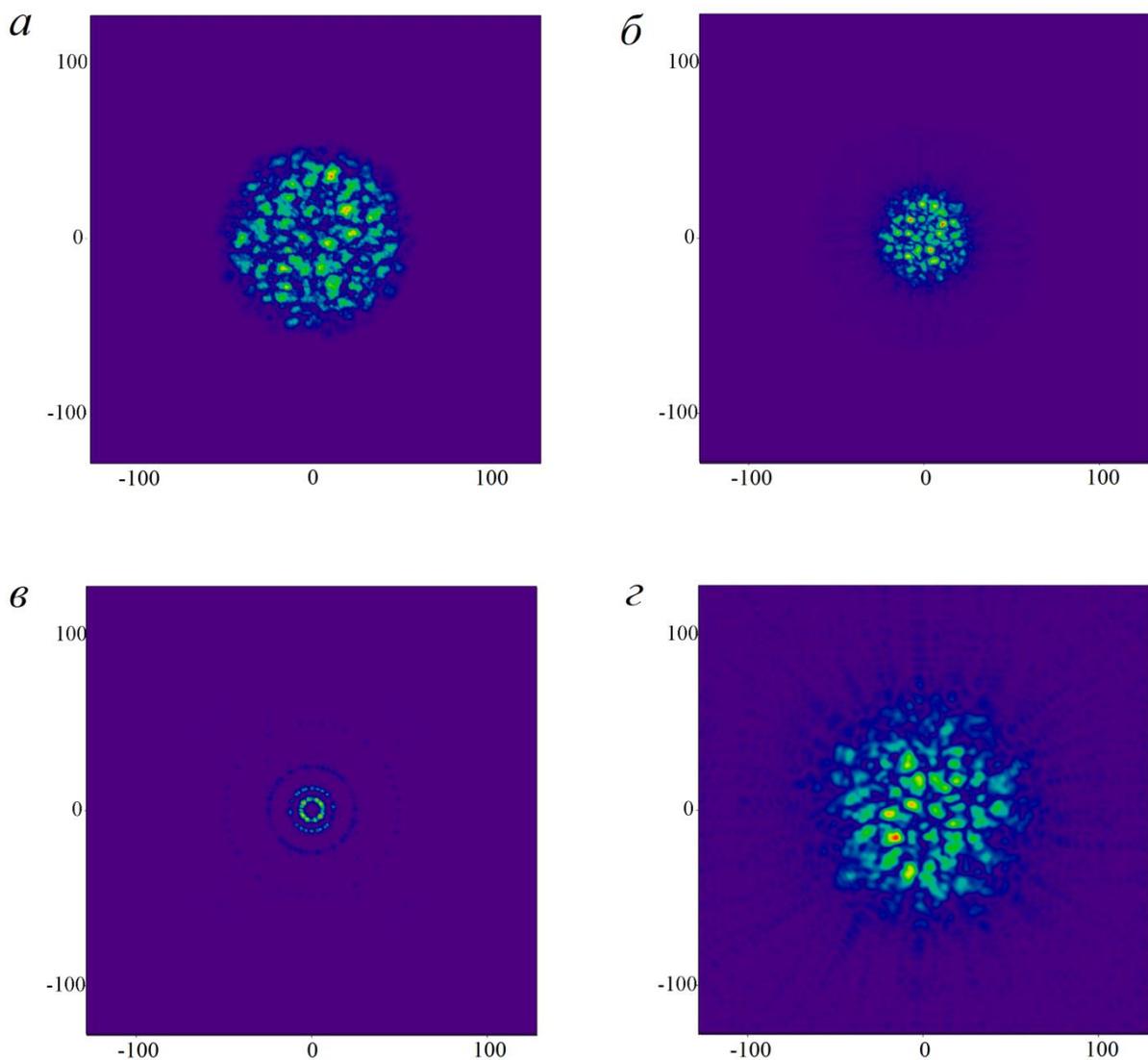


Рисунок 3.2 – То же при использовании супергауссовой диафрагмы.

3.2. Характеристика трансформации световых пучков при распространении

В процессе распространения пучка плотность вероятности интенсивности практически не меняет свою форму. Из рисунка 3.3, где представлены ее графики, нормированные на единицу и усредненные по трем реализациям видно, что распределение вероятностей практически не изменяется при смещении к плоскости изображения.

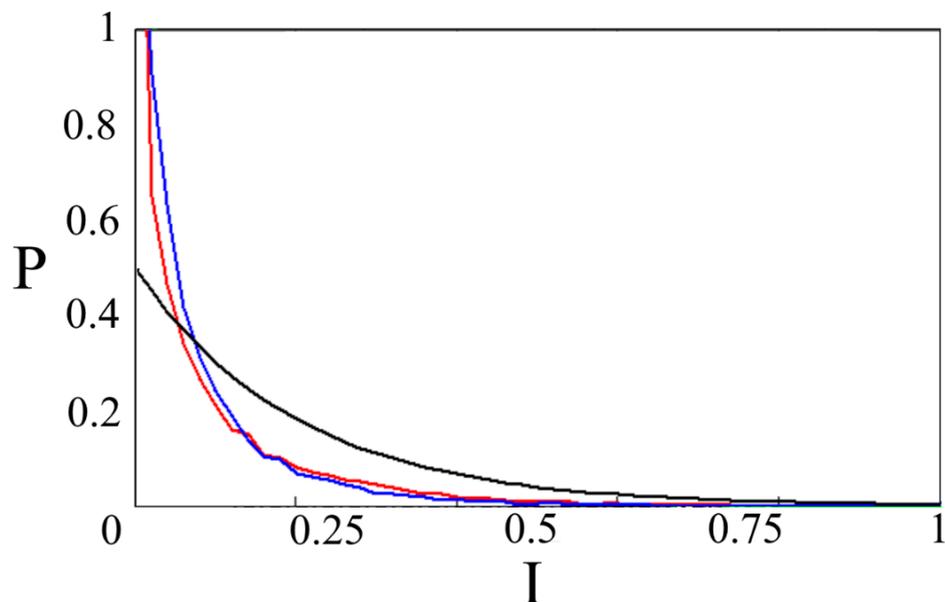


Рисунок 3.3 – Графики плотности вероятности. Красная линия – $z = 0$; синяя линия – $z = 2R$; черная линия – распределение Рэлея (для сравнения). I – интенсивность, нормированная на максимальное значение.

На рисунке 3.4 приведены усредненные данные об изменении фрактальной размерности поперечного распределения интенсивности и среднего размера спеклов, происходящих с увеличением расстояния от начальной плоскости. Расчет фрактальной размерности осуществлялся методом покрытий [57]. Как видно из рисунка, фрактальная размерность не претерпевает значительных

изменений за исключением фокальной области, где структура излучения существенным образом трансформируется. Выполненные при разных реализациях оценки показывают, что фрактальные размерности изначального пучка и его изображения совпадают с точностью 5%, включая случай супергауссовой диафрагмы. Размеры спеклов рассчитывались с помощью автокорреляционной функции путем стандартной процедуры отсечки ее значения на полувысоте. Их значения в начальной плоскости и в плоскости изображения оказываются близкими, но с некоторым увеличением у изображения. Значительное снижение размеров спеклов наблюдается лишь вблизи фокальной плоскости.

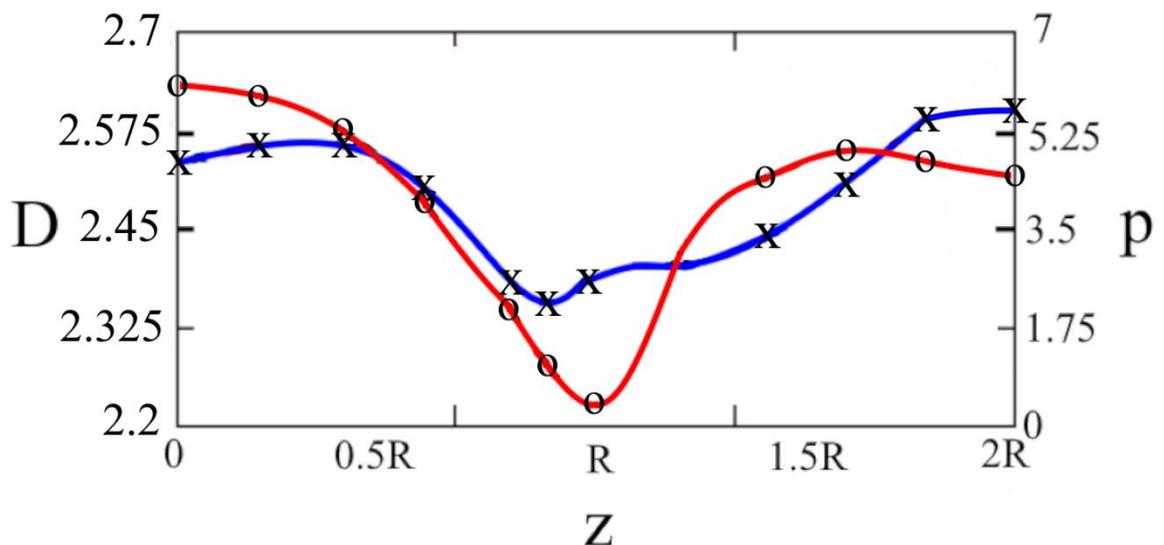


Рисунок 3.4 – Изменение вдоль оси оптической системы фрактальной размерности D (красная линия, круглые значки) и среднего размера спеклов p (синяя линия, значки в виде крестиков).

С целью количественной оценки степени адекватности изображения по отношению к начальному полю была рассчитана функция взаимной корреляции U (рисунок 3.5). Коэффициент корреляции η , определяемый по ее максимальному значению, оказался равным 0.53.

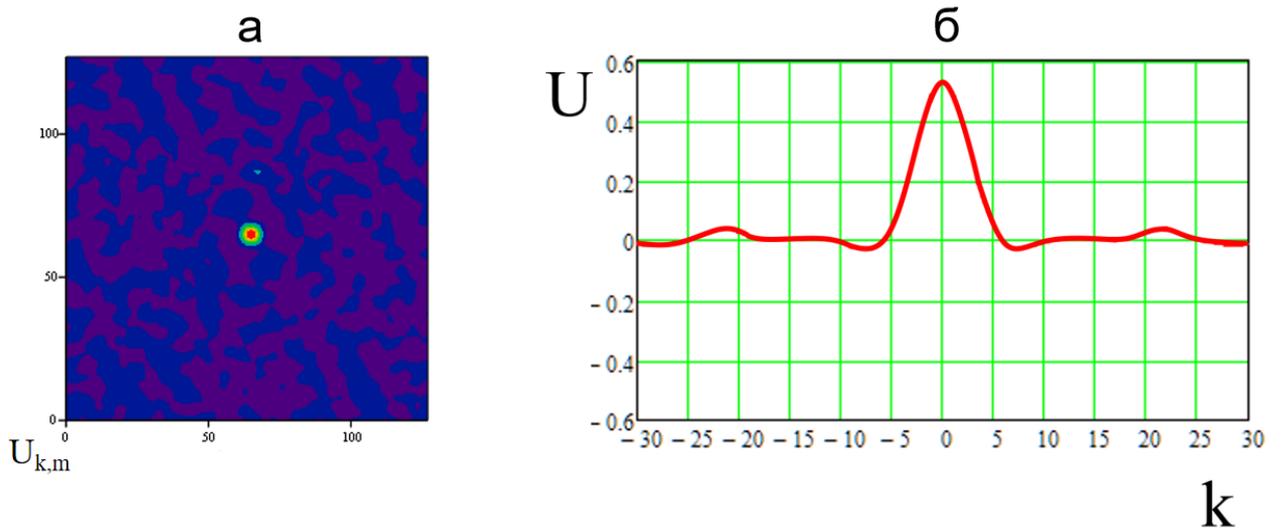


Рисунок 3.5 – Двумерная (а) и одномерная (б) корреляционные функции.

Были рассчитана зависимость коэффициента корреляции от фрактальной размерности начального распределения (рисунок 3.6), и от доли присутствующей в излучении aberrации третьего порядка (рисунок 3.7).

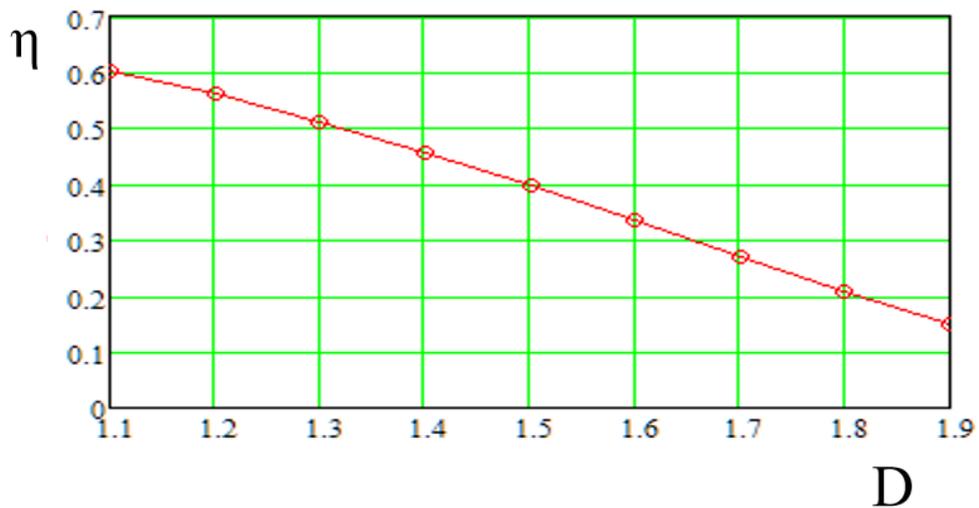


Рисунок 3.6 – Зависимость коэффициента корреляции η от фрактальной размерности начального распределения D .

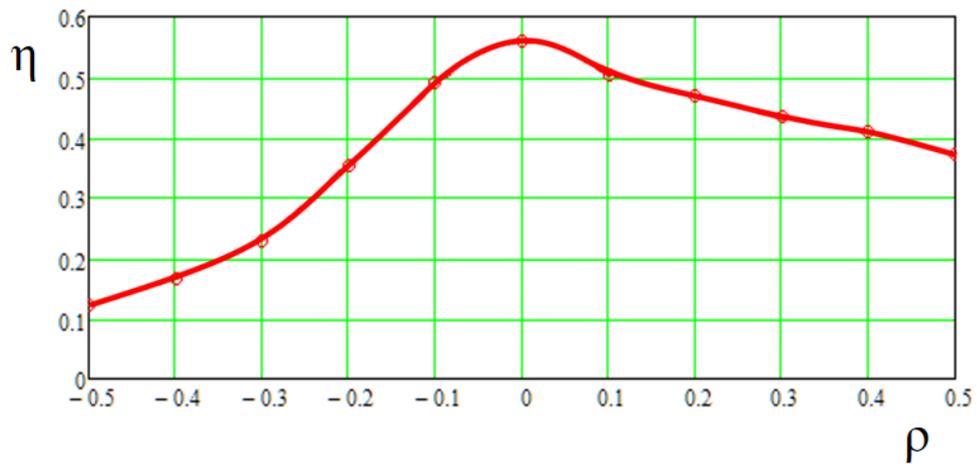


Рисунок 3.7 – Зависимость коэффициента корреляции η от доли присутствующей в излучении аберрации третьего порядка ρ .

Были изучены также происходящие изменения в структуре спекловых волн при их распространении, когда изначальная волна имела плоский волновой фронт. Использованный при расчетах метод плоских волн по сравнению с предыдущим случаем требовал определенной корректировки. Это связано с тем, что расходимость спеклового пучка требует увеличения размеров рабочего поля в виду необходимости учета особенностей структуры пучка на периферии. Указанная проблема была преодолена путем использования адаптивной схемы перманентного увеличения рабочего поля. Качественно дифракцию спеклового пучка иллюстрирует рисунок 3.8, на котором приведена структура поля в начальной плоскости (рисунок 3.8(а)) и на расстоянии от нее $z_l = 0.0001d^2/\lambda$ (рисунок 3.8(б)), где d – размер рабочего поля, λ – длина волны.

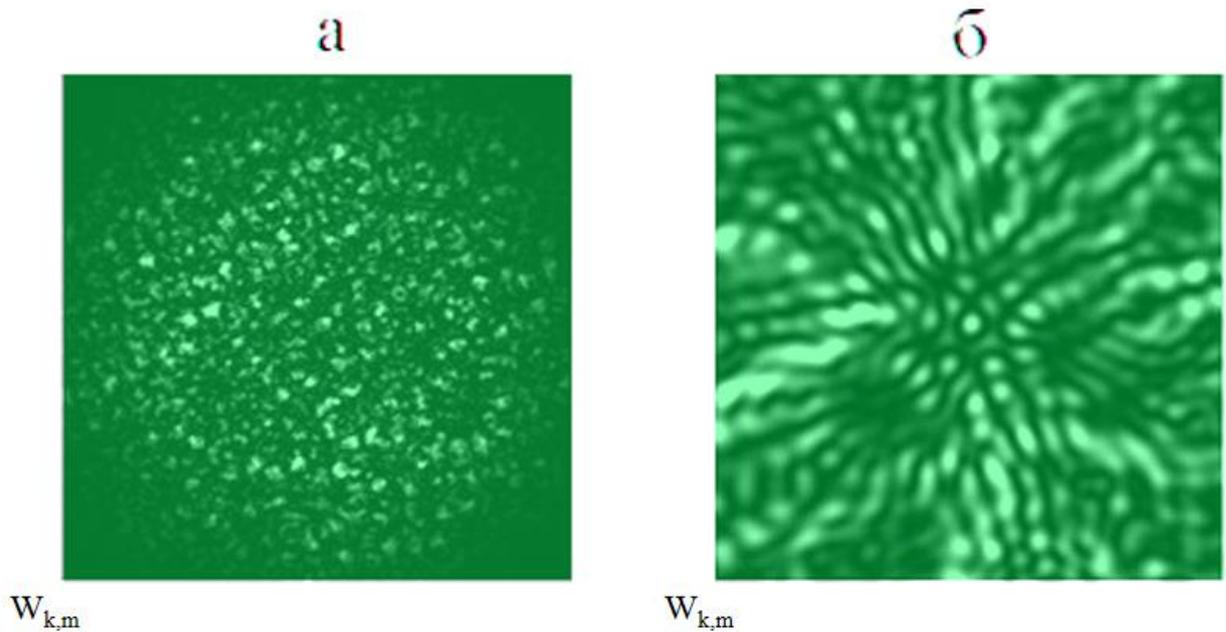


Рисунок 3.8 – Трансформация структуры поля плоской волны с начальным распределением – а и распределением на расстоянии z_1 – б.

Количественный анализ трансформации структуры спекловой волны показал, что такие характеристики поля как плотность вероятности и радиус корреляции значений интенсивности, их стандартное отклонение в области $0 < z < z_1$ в зависимости от реализации могут претерпевать заметные, а иногда значительные изменения. В то же время, фрактальная размерность, рассчитанная методом покрытий, испытывала отклонения от среднего значения, равного 2.45, не превышающие 2%. Это говорит об устойчивости такой важной характеристики спеклового поля, как его фрактальная размерность.

3.3. Особенности распространения фрактальных вихревых пучков

В рамках исследований по распространению в пространстве когерентных световых пучков определенное место занимает изучение процессов распространения пучков с изначально сложным амплитудно-фазовым профилем. Результаты, полученные в этом направлении, позволили существенно улучшить

характеристики лазерных информационных систем. Так, пучки с вихревой структурой волнового фронта обладают рядом уникальных свойств, обеспечивающих повышенную степень стабильности характеристик при распространении в турбулентной атмосфере [58, 59]. Привлекли внимание исследователей также волны с фрактальной структурой волнового фронта (диффракталы) [60]. Их ценным качеством является проявление структурного самоподобия в процессе распространения. Однако в литературе явно недостаточно рассмотрен случай, когда рассматриваемые пучки обладают одновременно вихревыми и фрактальными свойствами [61]. В данном разделе описывается разработка и использование специально разработанных алгоритмов и расчетной программы для определения устойчивости характеристик фрактальных вихревых пучков к влиянию турбулентных образований в среде распространения.

В процессе работы выполненные ранее исследования свойств фрактальных пучков дополнены изучением характеристик вихревых фрактальных пучков, для моделирования которых были использованы специально разработанные алгоритмы и программное обеспечение. Расчеты проводились, опираясь на подход, основанный на сложении световых полей системы гауссовых пучков с поэтапно изменяющейся конфигурацией. Особенности расчетной схемы можно продемонстрировать для случая, когда начальная конфигурация пучков соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского (рисунок 3.9).

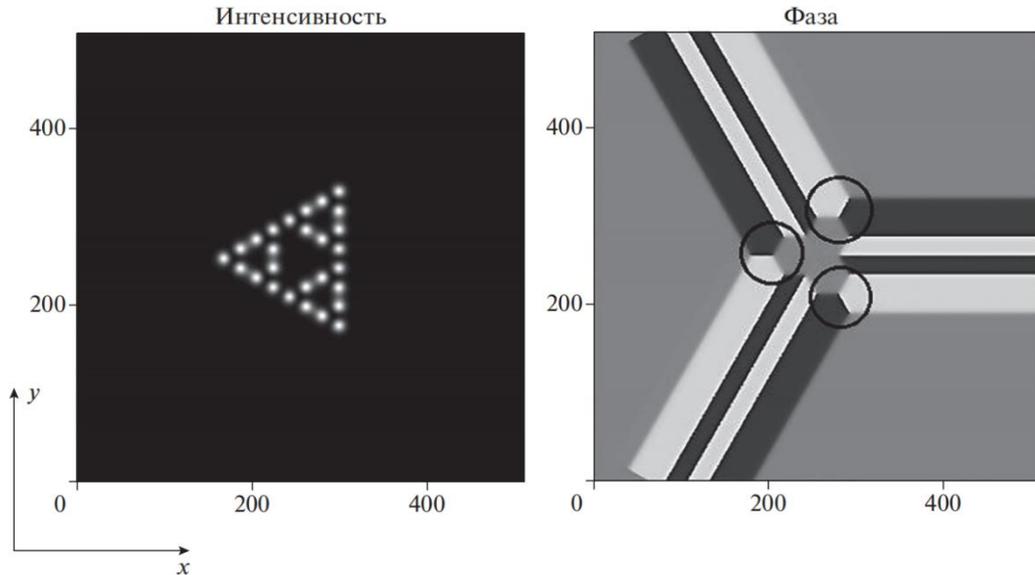


Рисунок 3.9 – Распределение интенсивности и фазы конфигурации гауссовых пучков в начальной плоскости. Фаза представлена в градациях серого. x, y – значения поперечных координат в относительных единицах. Окружностями помечены дислокации волнового фронта.

3.3.1. Алгоритмы и расчетная схема

Поэтапный расчет изменения формы распределения амплитуды и фазы светового поля осуществлялся методом итераций с использованием следующего выражения для изначального гауссового пучка:

$$g^{<1>}(x, y) = \exp\left(-\frac{(x-c_x)^2 + (y-c_y)^2}{w^2}\right), \quad (3.6)$$

где w ширина пучка с центром в точке (c_x, c_y) . Каждый из этих пучков распался на N дочерних пучков, так что $n + 1$ итерация имела вид

$$g^{<n+1>}(x, y) = \sum_{k=0}^{N-1} \left(x + \frac{R}{\tau^n} \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right), y + \frac{R}{\tau^n} \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \right) \exp\left(\frac{2\pi k}{N}\right). \quad (3.7)$$

Здесь $\frac{R}{\tau^n}$ – характеризует расстояние смещения дочерних пучков от родительского при очередной итерации (τ – коэффициент скейлинга), $\cos(2\pi k/N)$ и $\sin(2\pi k/N)$ – компоненты вектора сдвига, показатель экспоненты дает азимутальный набег фазы в случае фрактальных винтовых пучков. В расчетах использовались значения $\tau = 2$ и $N = 3, 4, 5, 6$. Величина R считалась константой, которая могла варьироваться. Использовались три итерации.

3.3.2. Распространение вихревых диффракталов в свободном пространстве

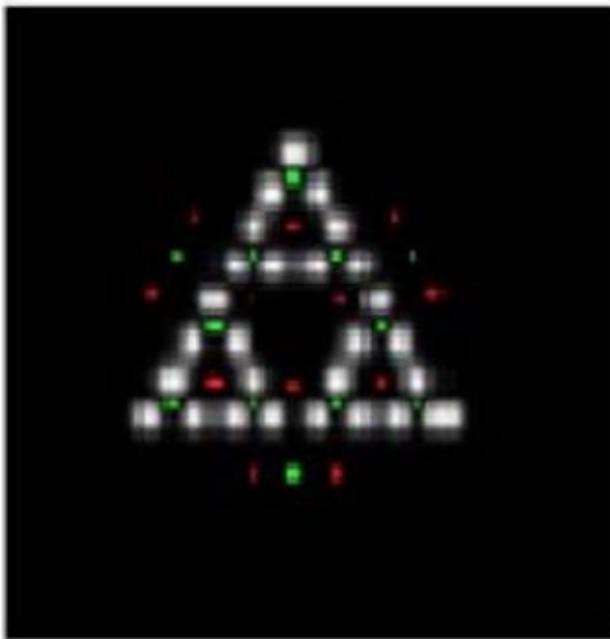
Распространение пучков моделировалось методом разложения поля на плоские волны. Распределение поля $g^{<\dots>}(x,y)$ на сетке размером $K \times K$ преобразовывалось в дискретную матрицу где m и n пробегают значения от 0 до $K - 1$. Далее $g_{m,n}$ разлагалась с помощью процедуры БПФ на комплексные амплитуды плоских волн $S_{p,q}$ распространяющихся под малыми углами к продольной оси Z . В параксиальном приближении набег фазы волны с индексами p, q на расстоянии z составлял

$$\varphi_{p,q} = \frac{2\pi z}{T} (f(p)^2 + f(q)^2). \quad (3.8)$$

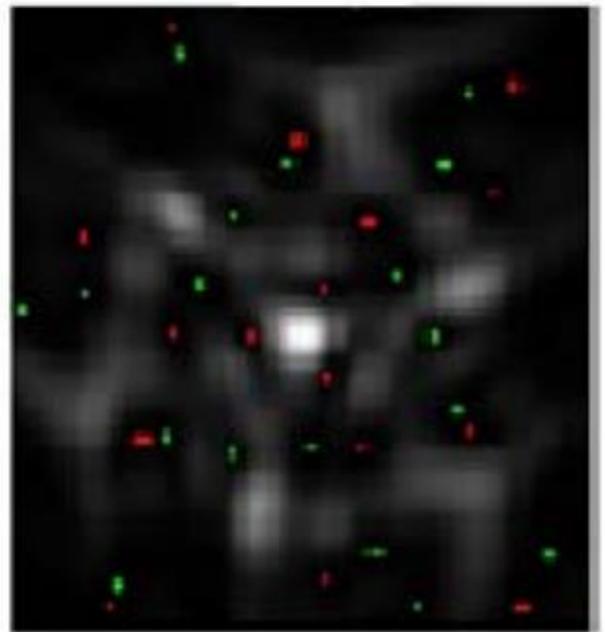
Здесь – $T=2a^2/\lambda$ расстояние Тальбо, a – полный размер сетки, на которой задано поле, λ – длина волны. $f(p)=\text{mod}(p+K/2,K)-K/2$ – вспомогательная функция, позволяющая единообразно учесть положительные и отрицательные гармоники поля. Амплитуды плоских волн на расстоянии z , таким образом, имели вид $S_{p,q}\exp(i\varphi_{p,q})$. Для получения итогового распределения поля использовалось обратное БПФ.

В процессе распространения фрактальные вихревые пучки трансформируются в результате дифракции и под влиянием неоднородностей среды. Возможности расчетной схемы для описания дифракционного

преобразования фрактальной структуры излучения можно продемонстрировать на примере пучков, изначальная конфигурация которых соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского. Эта конфигурация показана на рисунке 3.10(а). На нем хорошо видны сечения образующих гауссовых пучков, формирующих самоподобные элементы с коэффициентом скейлинга, равным двум. Распространяясь в свободном пространстве, из-за дифракционного перераспределения амплитуды в поперечном сечении изображение пучка трансформируется (рисунок 3.10(б)), но при этом сохраняется его общая триангулярная морфология. Сохраняется также величина скейлинга между подобными треугольными распределениями максимумов амплитуды. Красные и зеленые точки на рисунке 3.10(а,б) определяют положения винтовых дислокаций волнового фронта с топологическим зарядом соответственно $+1$ и -1 . Их расположение также соответствует триангулярной геометрии.



а)



б)

Рисунок 3.10 – Изменение структуры пучка при дифракционном распространении излучения: а) изначальная структура, б) структура в дальней зоне.

Были также проанализированы структуры с отличающимся алгоритмом построения (рисунок 3.11). В представленном примере изначальная конфигурация пучков соответствует ковру Серпинского. Как можно заметить дислокационная структура трансформируется аналогичным образом.

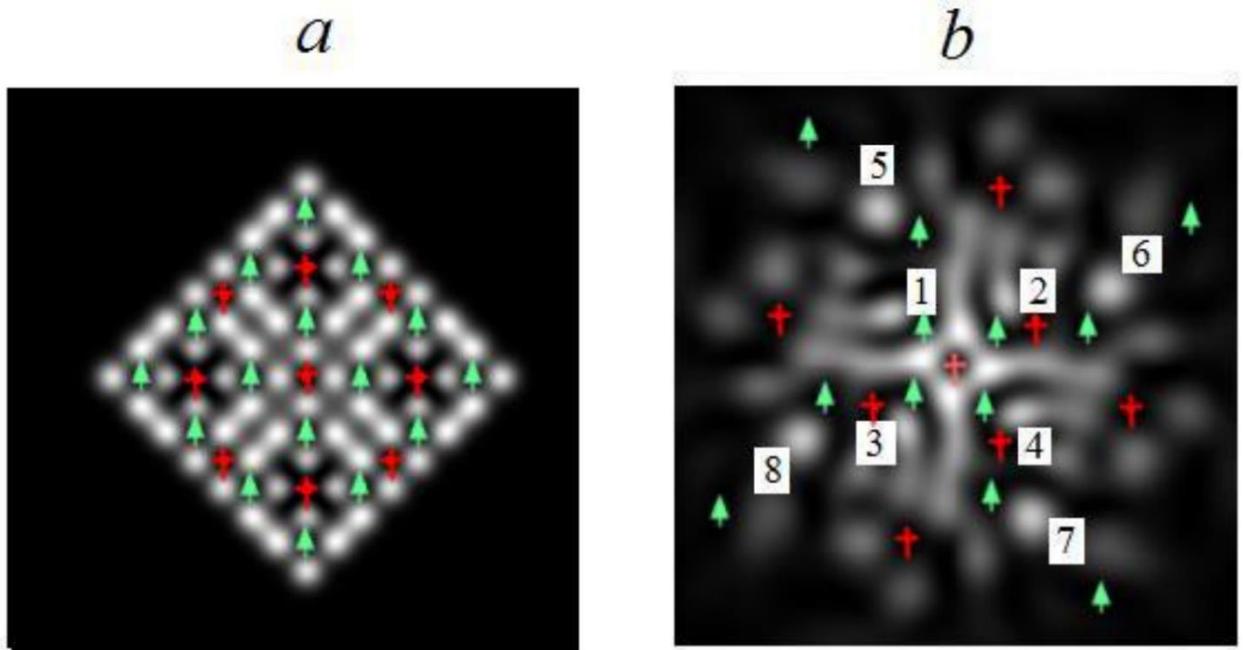


Рисунок 3.11 – Изменение структуры пучка при дифракционном распространении излучения: а) изначальная структура, б) структура в дальней зоне.

3.3.3. Учет влияния неоднородности среды

Влияние турбулентности передающей среды на характеристики фрактальных пучков проводилось с помощью фазового экрана, моделирующего атмосферные неоднородности. Использовался фазовый экран с гауссовой статистикой с характерным размером неоднородностей $r = 2\text{мм}$ и

среднеквадратичной глубиной модуляции фазы $\sigma = 0.42$. При этом величины w и R считались равными $w = 1$ мм, $R = 5$ мм. Моделирование показало, что для небольших значений N , характеризующих азимутальный набег фазы, среднеквадратичные флуктуации “центра массы” сечения вихревого фрактального пучка σ_x , σ_y , примерно, такие же как и в случае изначально плоского волнового фронта, однако, при росте N вихревые фрактальные пучки оказываются менее устойчивыми. В то же время турбулентность слабо меняет структуру пучка. Так, коэффициент корреляция по распределению интенсивности возмущенного турбулентностью пучка с невозмущенным пучком составляет 0.93.

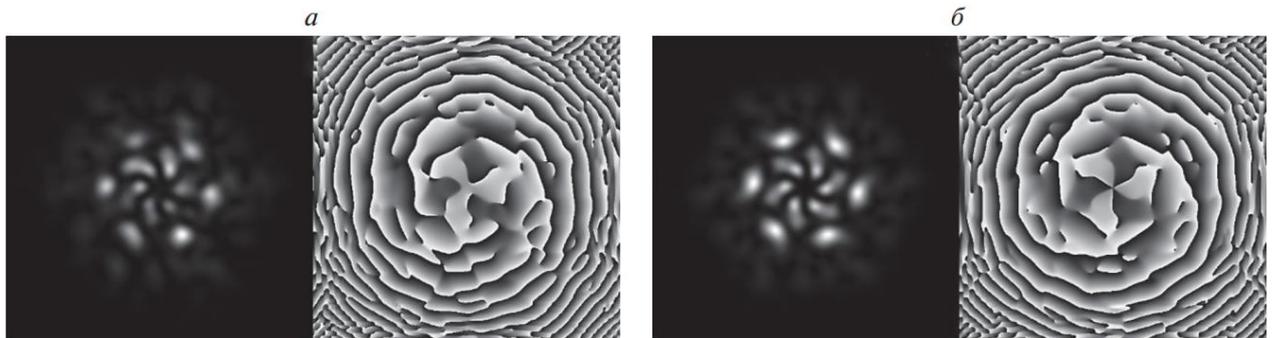


Рисунок 3.12 – Распределения амплитуды и фазы вихревых фрактальных пучков в среде распространения. Структура пучка с учетом турбулентности (*а*). Структура пучка без учета влияния турбулентных образований (*б*). Левые кадры – распределение интенсивности, правые – фазы.

Качественно факт структурной устойчивости фрактальных вихревых пучков подтверждает рисунок 3.12. На нем приведено графическое сравнение распределений интенсивностей и фаз фрактальных пучков, рассчитанных для дальней зоны с учетом и без учета влияния турбулентности. Хорошо видно, что в обоих случаях распределения интенсивностей и фаз имеют схожий фрактальный характер.

Обнаруженное свойство фрактальных вихревых пучков делает их перспективными для использования в атмосферных линиях связи, поскольку даже при регистрации на приемной апертуре фрагмента поперечной структуры пучка можно в силу ее самоподобия судить об общих характеристиках распространяющегося излучения.

3.4. Изображения фрактальных структур в оптических системах

Очень часто при проведении оптической фрактальной диагностики возникает необходимость в передаче фрактальных световых структур от плоскости, в которой находится изначальное распределения поля, в плоскость, где фиксируется распределение интенсивности. Такая передача осуществляется либо непосредственно зрительным аппаратом человека, либо с помощью специальной оптической системы. В любом случае в изображении световой структуры могут возникнуть те или иные искажения, с которыми придется считаться. Особенно нежелательными являются те искажения, которые приводят к трансформации пространственного спектра излучения, играющего ключевую роль в процессах восприятия и обработки оптической информации [62]. Величина и вид возникающих в изображении пучка изменений в значительной степени зависят от характера его структурирования. Сейчас наиболее хорошо изучены свойства фрактальных распределений, построенных с использованием свойств действительной функции Вейерштрасса [63]. Возможности использования ее аналога – комплексной функции Мандельброта – Вейерштрасса [54,64] – изучены слабее. Между тем моделирование процесса распространения фрактального излучения на основе этой функции обладает одной важной особенностью, так как включает описание изменения не только амплитудных, но и фазовых характеристик. Такое совместное изменение амплитудной и фазовой составляющей пучка имеет место, когда когерентное

излучение проходит через тонкий срез биоткани [65]. В первую очередь исследовался скейлинг (масштабная инвариантность) пространственных спектров амплитудных и фазовых изображений фрактальных структур в оптической системе общего вида. Особое внимание уделено спеклоподобным световым структурам, получивших широкое использование в офтальмологии.

3.4.1 Построение изначальных фрактальных световых структур

Задачу о передаче фрактальных оптических сигналов будем решать в самом общем виде. Систему, с помощью которой строится изображение фрактальной световой структуры, представим в виде оптического процессора, преобразующего по определенному закону структуру входного волнового пучка. Этот закон будет определяться переходной функцией системы, определяющей распределение поля по поперечным координатам x , y в выходной плоскости, если во входной плоскости находится точечный источник света. Для планарной системы, не содержащей нелинейных элементов, спектр $F(p, q)$, характеризующий распределение пространственных частот p и q изображения в направлении поперечных координатных осей x и y , будет равен произведению спектра $f(p, q)$ светового поля на входе в систему, умноженному на передаточную функцию $H(p, q)$ (Фурье-образ переходной функции) [66]:

$$F(p, q) = f(p, q) \cdot H(p, q) . \quad (3.9)$$

Это соотношение будет использовано в дальнейшем при оценке связи между скейлинговыми характеристиками начальной световой структуры и ее изображением.

Для построения фрактальных структур воспользуемся свойствами двумерной фрактальной функции Вейерштрасса, имеющей вид [63]:

$$E_{x,y} = \sigma \sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[b^{(D-2)n} \cos \left[2\pi \cdot s \cdot b^n \left[\left(y - \frac{K+1}{2} - \mu(t) \right) \sin(\alpha v) + \left(x - \frac{K+1}{2} - \eta(t) \right) \cos(\alpha v) \right] + \psi_n + \psi_v \right] \right]. \quad (3.10)$$

Здесь E – комплексная амплитуда световых колебаний, σ – нормировочный множитель, N – количество гармоник, V – количество азимутальных составляющих, n – номер гармоники, v – индекс азимутальной составляющей волны, α – элементарный азимутальный угол поворота образующей функции, b – параметр скейлинга, s – масштабирующий параметр, ψ_n, ψ_v – фазы компонент поля, D – фрактальная размерность образующей функции Вейерштрасса. Дискретные поперечные координаты x, y меняются в диапазоне $0 \leq x, y \leq K-1$.

Существует возможность с помощью выражения (3.10) строить регулярные и стохастические фрактальные структуры с широким диапазоном изменения геометрических параметров. Амплитуду $A_{x,y}$ световых колебаний в этих структурах будем определять с помощью соотношения

$$A_{x,y} = E_{x,y} - \min(E). \quad (3.11)$$

На рисунке 3.13 приведены в качестве примера две такие структуры. Они соответствуют следующему набору параметров: $K = 256$, $\sigma = 3.3$, $N = 5$, $V = 95$, $\alpha = 2\pi/96$. $b = 2$, $s = 0.07$, $D = 1.35$.

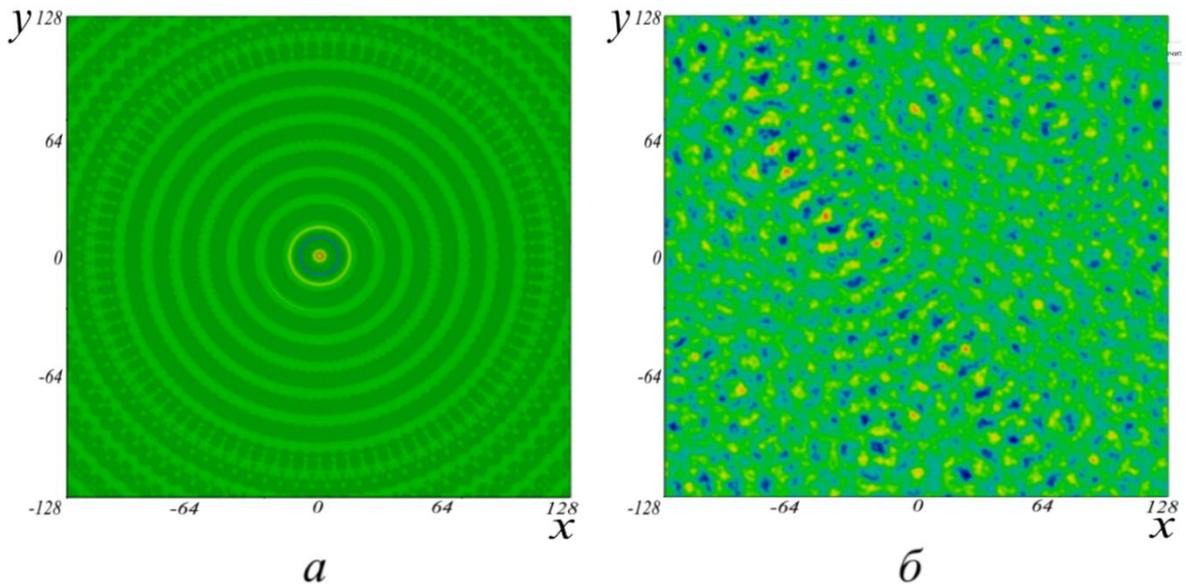


Рисунок 3.13 – Регулярное (а) и стохастическое (б) распределение амплитуды поля.

При построении регулярной структуры (рисунок 3.13(а)) считалось, что $\psi_n = \psi_v = 0$. При построении стохастической структуры фазы считались случайными. На рисунке 3.13(б) приведена одна из реализаций стохастического поля с характерным для спекловых пучков распределением амплитуды. Регулярная геометрия светового поля, представленная на рисунке 3.13(а), определяется набором концентрических окружностей, радиусы которых отличаются в соответствии с величиной параметра b в два раза. Изображение на рисунке 3.13(б) характеризуется множеством случайных по размеру и положению фрагментов поперечной структуры.

3.4.2. Структура пространственных спектров

Несмотря на существенное отличие распределений амплитуды, пространственные спектры представленных на рисунке 3.13 структур имеют схожий вид. Расчеты спектров $f_{p,q}$ осуществлялись с помощью процедуры быстрого преобразования Фурье $f = \text{cfft}(A)$. На рисунке 3.14 спектры представлены в виде зависимости $f_{p,q}$ от частоты p при фиксированной частоте q . Было установлено, что распределение спектральных компонент обладает четко выраженным скейлингом, поскольку сдвиг частотных компонент от центральной частоты последовательно увеличивается в два раза в соответствии с величиной коэффициента скейлинга b . На рисунке 3.14 показаны также спектры $F_{p,q}$ изображений построенных структур в оптической системе. Спектры изображений строились с использованием выражения (3.10). Переходная функция системы задавалась гауссовой функцией.

$$g_{x,y} = e^{-\frac{\left(x - \frac{K}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{K}{2}\right)^2}{w^2}}. \quad (3.12)$$

Характеризующий ширину распределения (3.12) параметр w принимался равным 3.

Доминирование в спектрах нулевой частоты обусловлено присутствием в анализируемых распределениях постоянной составляющей. Степень проявления в них фрактальных и скейлинговых признаков зависит от контрастности спектра, проявляющейся в сопоставимости величины спектральных пиков. В дальнейшем для характеристики контрастности будет использоваться параметр r равный отношению величин двух пиков ближайших к центральной частоте. На рисунке 3.14(а,б) они помечены цифрами 1 и 2. Будем считать параметр r равным отношению величины пика 2 к величине пика 1. Для удобства сравнения распределений спектральных линий их

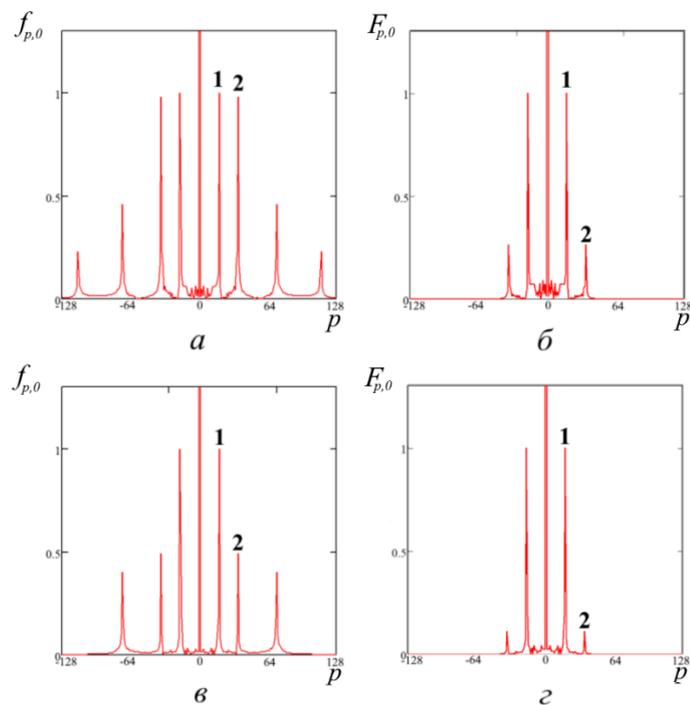
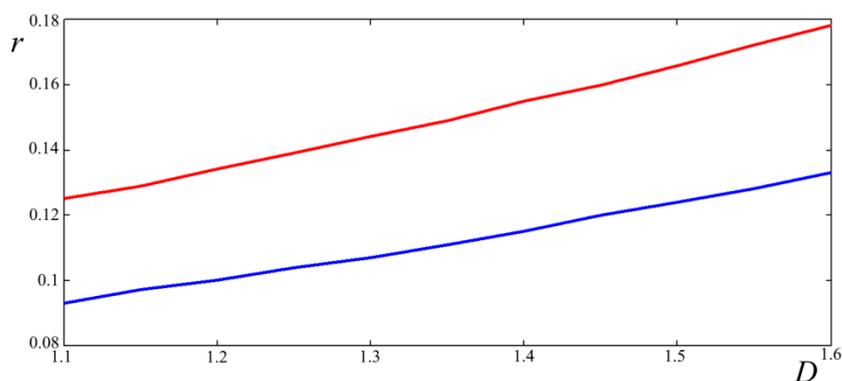


Рисунок 3.14 – Пространственные спектры. Спектры изначальной структуры (а) - регулярной, (б) - стохастической, (в,г) – соответствующие спектры изображений.

высота пронормирована на высоту пика 1. Из рисунков видно, что имеет место значительное снижение величины r для спеклоподобной структуры и ее изображения, поскольку из-за более сложного распределения поля значительная часть мощности излучения уходит в высокочастотные составляющие поля

Проявление скейлинга в пространственных спектрах стохастических распределений зависит от фрактальной размерности световых пучков и ширины переходной функции оптической системы. Это иллюстрируют кривые на рисунке 3.15 которые построены путем усреднения по реализациям, зависящим от фазовых соотношений.



Рисунке 3.15 – Влияние фрактальной размерности D и ширины переходной функции w на контрастность пространственного спектра. Красная линия – $w = 2.5$, синяя линия – $w = 3$.

Ход кривых показывает, что при некотором росте показателя контрастности r с увеличением D наблюдается его резкое снижение даже при небольшом увеличении w .

Данные, графически представленные на рисунках 3.14, 3.15, относятся к случаю использования когерентного излучения. Для того, чтобы сравнить эти данные со скейлинговыми характеристиками структур, сформированных в некогерентном свете, схема расчетов была изменена. Во входной плоскости

оптической системы задавалось распределение интенсивности $I_{x,y} = |A_{x,y}|^2$, а сама переходная функция системы считалась равной $P_{x,y} = |g_{x,y}|^2$ [7]. При таком подходе поперечное распределение интенсивности когерентного света во входной плоскости совпадает с распределением интенсивности некогерентного излучения. Это делает вполне корректным использованный далее способ сравнения работы оптической системы для когерентного и некогерентного случая.

Приведем результаты такого сравнения для указанных выше параметров светового поля и оптической системы. Регулярная когерентная структура, имея изначальное значение коэффициента $r = 0.98$, снижает его на выходе до уровня $r = 0.26$. В некогерентном же случае уменьшение r происходит от значения 0.98 до значения 0.27 . Что касается спеклового поля, в когерентном же случае снижение происходило от уровня 0.5 до уровня 0.2 , при переходе к характеристикам в некогерентном свете параметр r , оставаясь неизменным во входной плоскости, снижается до уровня 0.32 на выходе системы. При этом коэффициент корреляции структуры входного и выходного светового пучка в некогерентном случае был несколько выше (на 5%), чем в когерентном. Таким образом, передача информации о скейлинге в некогерентном свете происходит с большей степенью надежности. Это объясняется более широкой передаточной функцией, в результате которого усиливаются низкочастотные компоненты спектра.

3.4.3. Анализ фазовых характеристик

Дополнительно было изучено проявление скейлинга при фазовом представлении когерентного спеклового поля. Распределение фазы $\Phi_{x,y}$ на входе в оптическую систему задавалось с помощью знакопеременной функции (3.10) посредством выражения $\Phi_{x,y} = \arg(E_{x,y})$ при неизменности задаваемых ранее

параметров. Рассчитанное распределение фазы $\Phi_{x,y}$ показано на рис. 3.16. Видно, что оно принципиально отличается от представленного на рисунке 3.13(б) распределения амплитуды $A_{x,y}$. Фаза, как видно из рис.3.16, структурирована в виде сегментов, в области которых фаза принимает значения либо 0, либо π . Несмотря на это специфическое бинарное распределение, анализ его частотных характеристик и скейлинговых свойств показал, что они идентичны характеристикам световой структуры показанной на рисунке 3.13(б).

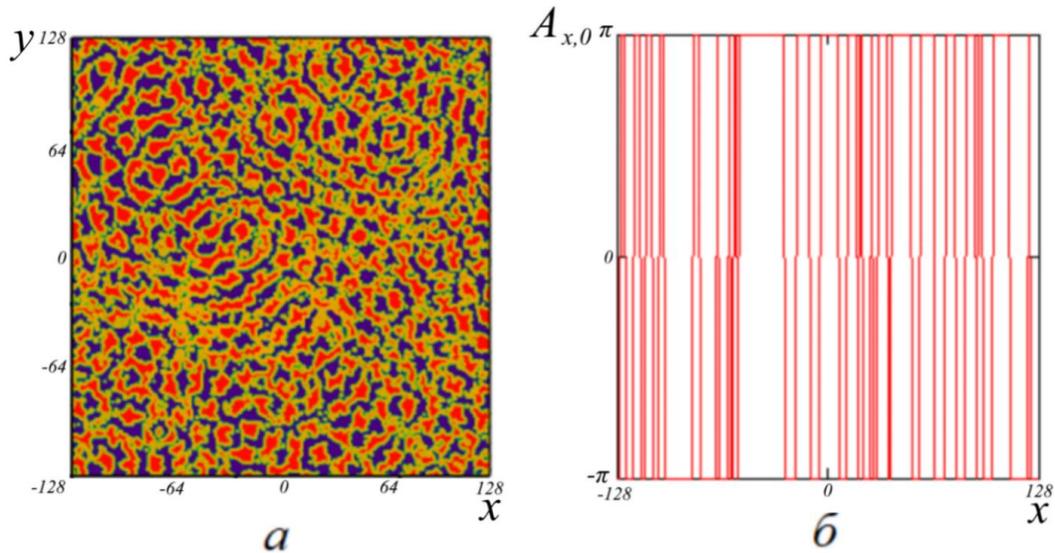


Рисунок 3.16 – Распределение фазы. а, б соответственно двумерное и одномерное представления.

3.4.4. Тестирование геометрических фракталов

Для того, чтобы выяснить, насколько общий характер носят те результаты, которые были получены с использованием функций Вейерштрасса и Мандельброта-Вейерштрасса был рассмотрен дополнительный тестовый пример с фрактальной структурой, построенной с помощью стохастической итерационной модели так называемой салфетки Серпинского [52]. На рисунке 3.17(а).

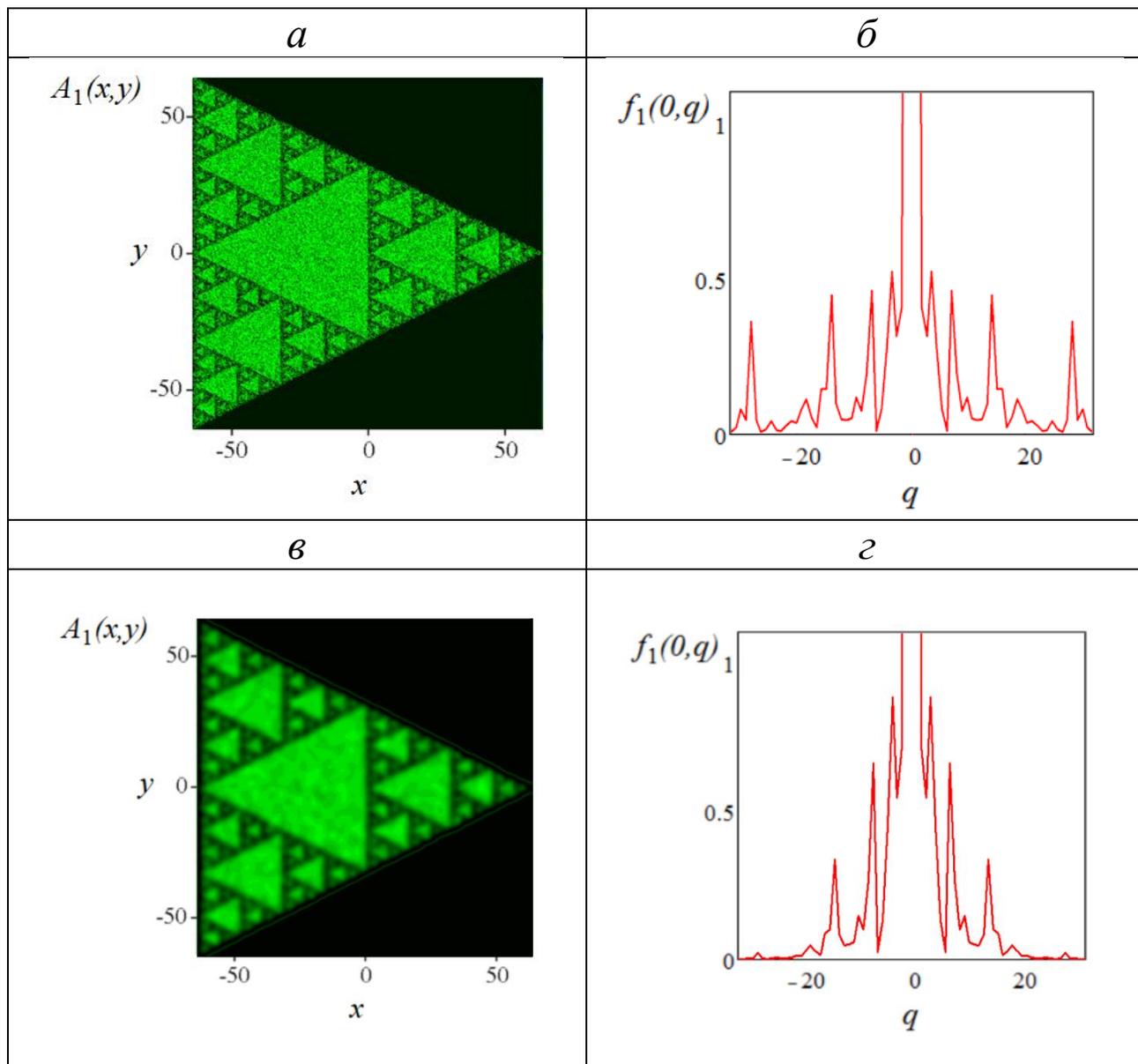


Рисунок 3.17 – Построение изображения модифицированной салфетки Серпинского. *a, б* — соответственно начальная структура и её пространственный спектр; *в, г* — изображение и его спектр.

показана модификация салфетки Серпинского, в которой положение на рабочем поле 60% образующих значащих точек определяется случайным законом. Ее пространственный спектр (рисунок 3.17(б)), несмотря на высокий уровень стохастизации, обладает четко выраженным скейлингом с коэффициентом равным 2. Именно такой коэффициент скейлинга будет у салфетки Серпинского,

не подвергнувшейся процедуре стохастизации. Таким образом, приведенный дополнительный пример указывает на то, что устойчивым скейлингом пространственного спектра могут обладать фрактальные структуры существенно различающиеся своей геометрией и принципом построения.

3.5. Инструментарий экспериментального исследования

В ходе физических исследований часто возникают ситуации, когда необходимо определенным образом структурировать когерентное световое излучение. Для этого могут быть использованы пространственные модуляторы света, выполненные на основе жидкокристаллических дисплеев. Применение представленных на рынке пространственных модуляторов (Spatial Light Modulator – SLM) не всегда возможно ввиду их высокой цены. В этой связи возникает необходимость в создании пространственных модуляторов света в лабораторных условиях с использованием более доступной элементной базы вычислительных устройств. С целью экспериментального изучения особенностей распространения фрактальных полей для пространственной модуляции излучения была разработана схема, использующую жидкокристаллическую матрицу дисплея персонального компьютера, которая вместе с поляризаторами отделена от монитора, но сохраняет возможность получать от компьютера управляющие сигналы (рисунок 3.18). Это позволяет с помощью стандартного программного обеспечения менять пропускание отдельных пикселей матрицы, добиваясь трансформации падающей на матрицу внешней плоской волны в пучок с нужным амплитудным профилем.

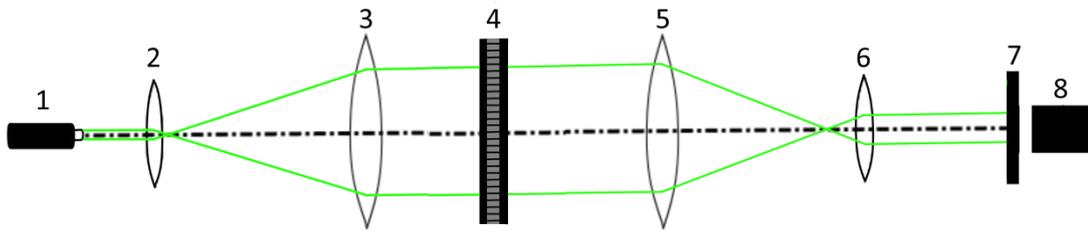


Рисунок 3.18 – Схема установки: 1 – лазер на длине волны 532 нм, 2, 3, 5, 6 – линзы телескопов, 4 – SLM, 7 – экран, 8 – телекамера.

При создании в лаборатории когерентной оптики физического факультета МГУ модулятора SLM использовался дисплей монитора ACER V176L с размером пикселя 250 мкм. При таком размере пикселя не представляется возможным получить пространственное разрешение, близкое к пространственному разрешению лучших серийно выпускаемых SLM, у которых размер пикселя может составлять 8 мкм. Однако указанный недостаток изготовленного SLM не будет существенно сказываться при его применении, если внешний пучок предварительно расширить с помощью телескопической системы (а затем при необходимости с помощью такой же системы уменьшить его по поперечным размерам). Время отклика пространственного модулятора соответствует характерному времени отклика стандартных мониторов и составляет 1–2 мс. Эта величина значительно меньше периода обновления монитора. К преимуществу созданного SLM следует отнести возможность (из-за его большой площади) производить синхронную модуляцию сразу нескольких лазерных пучков, а также в несколько раз повысить частоту обновления по сравнению с серийными образцами. Последнее свойство весьма полезно при решении задач с динамической модуляцией. Изготовленный указанным способом SLM был использован для формирования спеклоподобных световых структур с различной статистикой распределения интенсивности. Оптическая схема установки для анализа спекловых полей с использованием SLM представлена на рисунке 3.5.2.

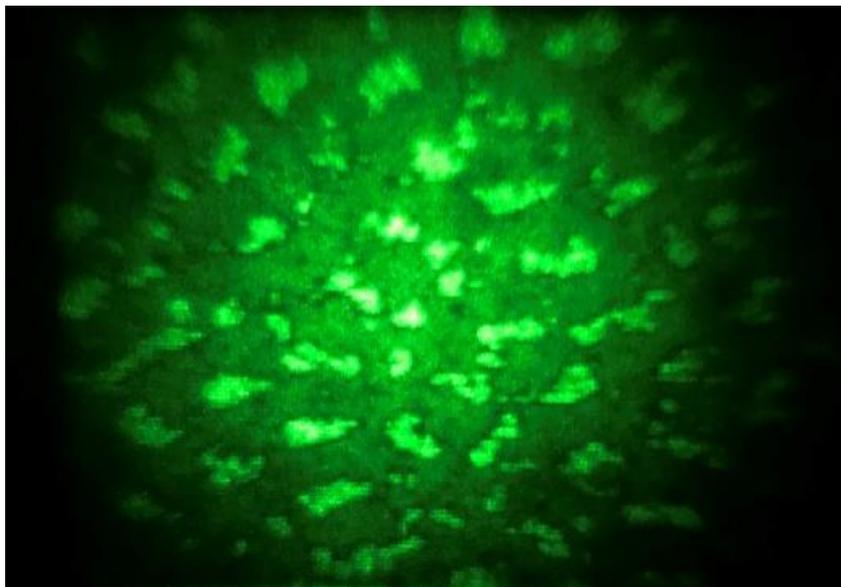


Рисунок 3.19 – Изображение полученной с помощью SLM спекловой структуры.

На рисунке 3.19 приведен пример фрактальных структур, которые образуются на выходе SLM, после падения на него одномодового лазерного пучка. Для получения этих структур применялось программное обеспечение, использующее свойства двумерной функции Вейерштрасса [67]. Меняя параметры этой функции, можно было менять средний размер спеклов, форму плотности вероятности распределения интенсивности и его динамический диапазон. Анализ получаемых с помощью SLM спекловых изображений показал, что программным образом можно в широком диапазоне менять фрактальную размерность генерируемых световых структур. Эта возможность представляет интерес с точки зрения их практического использования, в частности, для применения в офтальмологии [68]. Следует отметить, что в настоящее время существует широкий ассортимент дисплеев для компьютеров различных типов, которые характеризуются большим диапазоном пространственного разрешения, размеров, цветовой гаммы и изменения интенсивности при относительно невысокой стоимости. Таким образом, сохраняя общую концепцию создания SLM лабораторного типа, можно в рабочем порядке усовершенствовать описанную выше модель.

3.6. Управление статистикой спекловых фрактальных полей

В физике сформировалась и устойчиво развивается тенденция, связанная с изучением свойств и возможностей практического использования светового излучения со спекловой структурой [69]. Среди различных приложений отметим динамическую фазовую микроскопию [70-72], оптическое сверхразрешение [73-78], медико-биологическую диагностику [65, 79-81], лечение органов зрения [68, 82-85].

Для реализации указанных приложений и оптимизации параметров соответствующих приборов и устройств нужны исчерпывающие сведения об амплитудно-фазовых характеристиках излучения. Анализ литературных данных показывает, что существует определенный дефицит важных в практическом отношении данных о распределении фаз световых колебаний в пучках со спекловой структурой.

В процессе исследования спекловых фрактальных полей была разработана расчетная модель, позволяющая моделировать спекловые поля с различной статистикой распределений интенсивности и фазы.

Используемый в расчетах алгоритм был основан на применении свойств двумерной фрактальной диапазонно ограниченной функции Мандельброта – Вейерштрасса:

$$F_{x,y} = \sigma \sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^K \frac{1 - e^{ib^n s \left[\left(x - \frac{N}{2} \right) \cos(\alpha v) + \left(y - \frac{N}{2} \right) \sin(\alpha v) \right]} e^{i(\varphi_n k_1 + \varphi_n k_2)} e^{i\zeta \alpha v}}{b^{(2-D)n}}, \quad (3.13)$$

где F – амплитуда светового поля, x, y – дискретные поперечные координаты (где $0 \leq x, y \leq N$, где N, V, K – целые числа) D характеризует фрактальную размерность; b, s – масштабирующие параметры; σ – нормировочный множитель; ψ_n, ψ_v – фазы

гармоник; V – полное число азимутальных поворотов системы координат, ν – номер отдельного поворота, α – его величина, k_1, k_2, ζ – параметры.

При анализе распределений амплитуды, описываемых с помощью выражения (3.6.1), было установлено, что в тех случаях, когда $0 \leq \zeta < 1$ они подчинялись нерелеевской статистике. На рисунке 3.20 в качестве примера представлено спекловое поле, соответствующее $\zeta = 0.8$. Другие параметры принимали следующие значения: $b=2, D=1.3, \sigma=3.3, K=5, N=128$.

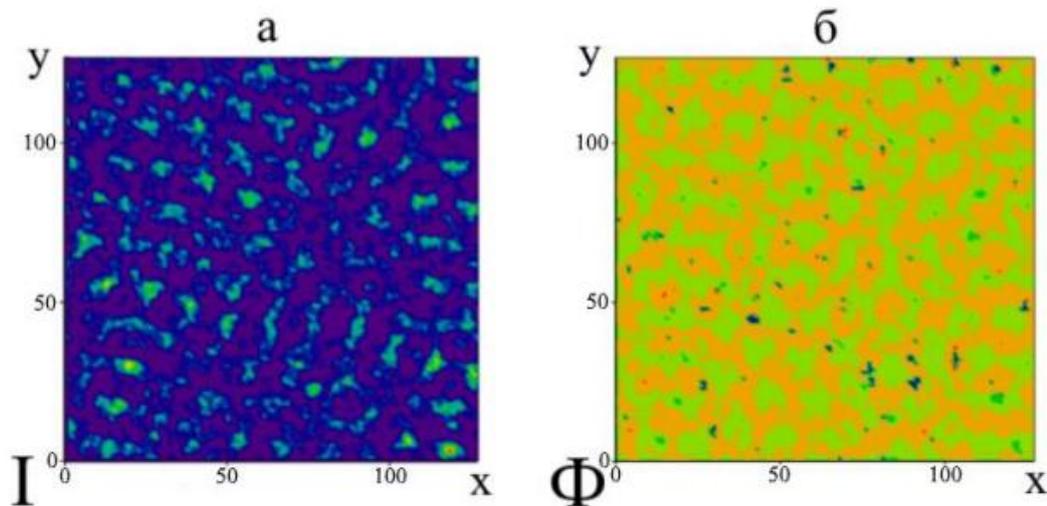


Рисунок 3.20 – Распределение интенсивности (а) и фазы (б) спекловой картины с нерелеевской статистикой.

Графическое представление функции плотности вероятности P значения интенсивности приведено на рисунке 3.21(а). Присутствие на графике локального максимума указывает на нерелеевский вид спекловой структуры. Нерелеевская статистика подтверждается также тем, что контраст распределения интенсивности C принимает значение меньше 1 ($C=0.89$). Это указывает на принадлежность сгенерированной структуры к классу субрелеевских спеклов. Принципиально иной вид будет иметь график плотности вероятности значений фазы (рисунок 3.21(б)). Из него видно, что изменение значений фазы происходит в относительно узком диапазоне: от $\pi/4$ до π . Узкий выброс на графике в области

$\Phi=0$ обусловлен сингулярным поведением амплитудно-фазового распределения в области $x=N/2, y=N/2$.

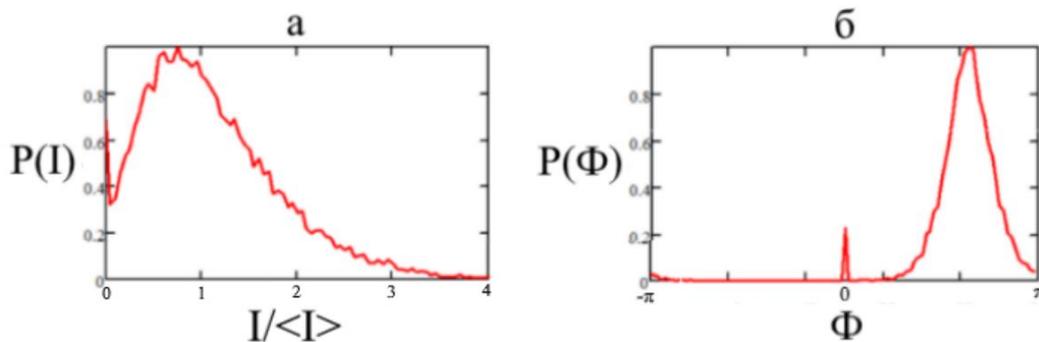


Рисунок 3.21 – Функция плотности вероятности P интенсивности (а) и фазы (б).

В процессе численного моделирования было установлено, что положение локального максимума на графике плотности вероятности интенсивности может заметным образом изменяться в зависимости от величин параметров в формуле (3.6.1). Это хорошо видно из рисунка 3.22(а,б). Обращает на себя внимание что динамика смещения максимума не всегда имеет монотонный характер и диапазон изменения положения максимума может быть весьма обширным.

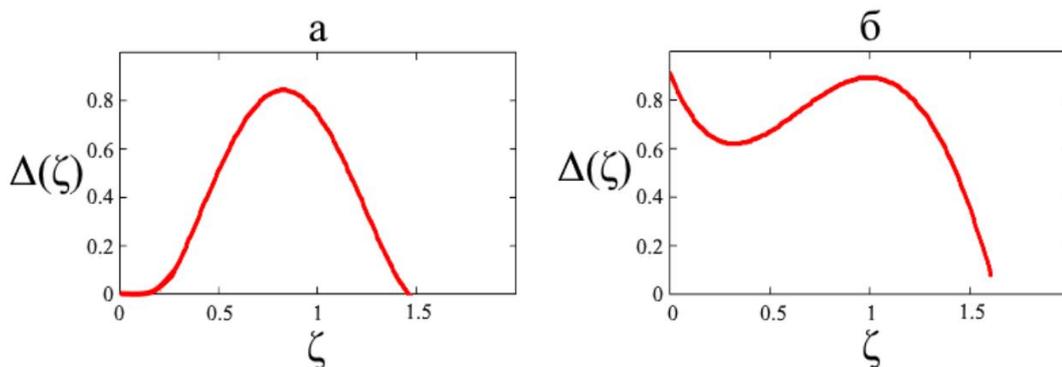


Рисунок 3.22 Трансформация плотности распределения интенсивности для разных $k_{1,2}$ (а – $k_1=k_2=1$, б – $k_1=k_2=0.8$). Положение максимума Δ характеризуется соответствующим ему значением нормированной интенсивности.

Таким образом, используя модифицированную фрактальную функцию Мандельброта-Вейерштрасса получена модель, позволяющая моделировать спекловые поля с различной статистикой распределений интенсивности и фазы. При этом обнаружены существенные различия в статистических характеристиках спеклов релеевского и нерелеевского типов. Установлена возможность управлением максимумом в распределении интенсивности спеклового поля, имеющая важное значение для ряда приложений, включая применение в офтальмологии.



Глава 4. Роль скейлинга пространственных спектров в восприятии фрактальных изображений.

В данной Главе используются материалы, опубликованные в статье [А3, А4].

4.1. Разработка фрактальных структур для использования в офтальмологии и арт-терапии.

В последнее время в медицине для лечения различных патологий активно применяются технологии светостимуляционной терапии [86]. В офтальмологии они включают в себя светостимуляцию сложноструктурированными оптическими полями, в том числе спекловыми. В работах [83, 86, 87] воздействие спеклового лазерного излучения с различными длинами волн обеспечило увеличение положительных результатов лечения по сравнению с традиционными методами, не использующими лазерную стимуляцию. Дальнейшим развитием светотерапии явилось использование в динамическом режиме фрактальных структур оптического излучения [88]. При этом эффективность воздействия световых потоков на сенсорную систему зрительного анализатора в значительной степени зависит от возможности целенаправленного изменения в достаточно больших пределах спектральных, статистических, пространственно-временных и скейлинговых характеристик излучения.

В настоящее время в процессе изучения фрактальных световых структур получен ряд важных результатов, обладающих как общенаучной, так и практической значимостью. Использование этих результатов в офтальмологии является актуальной задачей.

Весьма эффективным с точки зрения применения в офтальмологии может оказаться метод генерации фрактальных световых структур, который основан на использовании в качестве математических алгоритмов модифицированных функций Вейерштрасса [89]. Построенные с помощью этих функций распределения интенсивности и фазы световых пучков могут непосредственно наблюдаться на экране монитора, с их помощью можно программным образом влиять на профиль пропускания пространственных модуляторов света или фрактальных фильтров. Функции Вейерштрасса включают набор параметров, позволяющих в широких пределах варьировать фрактальную размерность распределений, коэффициент скейлинга, размеры рабочего поля и (при стохастизации распределений) размеры спеклов, их контрастность, а также вероятность обнаружения спеклов с определенной интенсивностью. Простые программные средства дают возможность менять цветовую палитру генерируемых структур, задавать закон вариации интенсивности и различных характеристик от времени.

Используемая для моделирования фрактальных световых полей функция Вейерштрасса, имела вид:

$$W_{x,y,t} = \sigma \left[\sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[b^{(D-2)n} \cos \left[2\pi \cdot s \cdot b^n \left[\left(x - \frac{K+1}{2} - \eta(t) \right) \cos(\alpha v) + \left(y - \frac{K+1}{2} - \mu(t) \right) \sin(\alpha v) \right] + \psi_n k_1 + \psi_v k_2 \right] \right] \right] - A(t). \quad (4.1)$$

Величина W определяет амплитуду поля, дискретные поперечные координаты $0 \leq x, y \leq K - 1$ (K – целое число), D характеризует фрактальную размерность, s – масштабирующий параметр, b – коэффициент скейлинга; σ – нормировочный множитель; n – номер гармоники; v – азимутальный индекс; $\psi_{n,v}$ – фазы, зависящие от n и v (считались в одних случаях детерминированными, в других – случайными); t – дискретное время, от которого зависели величины η , μ , A . Первые из них $\eta(t)$ и $\mu(t)$ влияли на положение “центров тяжести” изображений световых пучков, третья – $A(t)$ – определяла амплитуду

дополнительной плоской волны. Для того, чтобы зависимость указанных величин от времени носила фрактальный характер, для них использовались выражения

$$\eta(t) = \zeta Y(t), \mu(t) = \zeta Y(t), A(t) = \xi Y(t). \quad (4.2)$$

Здесь ζ, ξ – параметры, $Y(t)$ – фрактальная зависимость, задаваемая одномерной функцией Вейерштрасса

$$Y(t) = \sum_{n=0}^N b^{(D-2)n} \sin(2\pi s b^n t + \psi_n). \quad (4.3)$$

График этой функции, построенный для параметров $D = 1.3, b = 2, s = 0.04, N = 6, \psi_n = \pi/2n, 0 \leq t \leq K - 1$, показан на рисунке 4.1. Форма задания пространственно-временной структуры излучения на основе выражения (4.1) в лечебной практике может быть реализована путем создания серии анимаций, предъявляемых пациентам с экрана компьютера.

В ходе анализа структуры световых полей на основе функции (4.1) было установлено, что поперечное распределение интенсивности в формируемых изображениях существенно зависит от значения и соотношения фаз ψ_n и ψ_0 . При детерминированном задании изменения фаз структура изображений имела регулярный характер, претерпевающий циклические изменения во времени. В качестве примера на рисунке 4.2 приведены некоторые кадры из анимаций временных изменений. При их создании использовались те же параметры, что и построении функции $Y(t)$. При этом считалось, что $\zeta = 0, \xi = 5, k_1 = 1, k_2 = 0$.

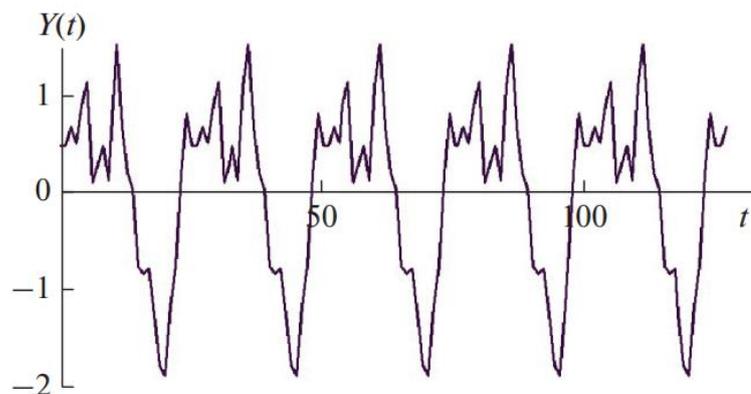


Рисунок 4.1 – График вспомогательной функции $Y(t)$.

Видно, что с течением времени скейлинговая структура излучения остается неизменной. Присутствующие в изображениях концентрические окружности имеют радиусы, отличающиеся в два раза. Это соответствует задаваемому коэффициенту скейлинга $b = 2$. Используя зависимости $\eta(t) = \zeta Y(t)$, $\mu(t) = \zeta Y(t)$ или $A(t) = \xi Y(t)$ можно было обеспечить фрактальные циклические смещения изображений в горизонтальном и вертикальном направлениях. Такие смещения могли сочетаться со структурными изменениями, обусловленные изменением амплитуды дополнительной волны $A(t)$.

Качественные изменения в распределении интенсивности изображений происходили при рандомизации значений фаз ψ_n и ψ_v . Использовалось соотношение

$$\psi_{n,v} = \frac{2\pi \cdot \text{rnd}(n,v)}{(n,v+1)}, \quad (4.3)$$

при значениях $k_1 = k_2 = 1$. На рисунке 4.3(а) показано спеклоподобное распределение интенсивности при рандомизированных фазах. Важно отметить, что, несмотря на случайный хаотический характер распределения интенсивности, определенный методом быстрого преобразования Фурье пространственный спектр имел регулярный фрактальный вид (рисунок 4.3(б)). Как и в структуре регулярных изображений (рисунок 4.2), в его графическом представлении наблюдается система окружностей, размеры которых соответствовали коэффициенту скейлинга $b = 2$. Пространственный спектр, как показали дополнительные расчеты, весьма устойчив к влиянию вносимых в изначальные поля амплитудно-фазовых искажений. Применительно к задачам офтальмологии это означает, что помутнение прозрачных сред глаза не будет серьезным образом его искажать.

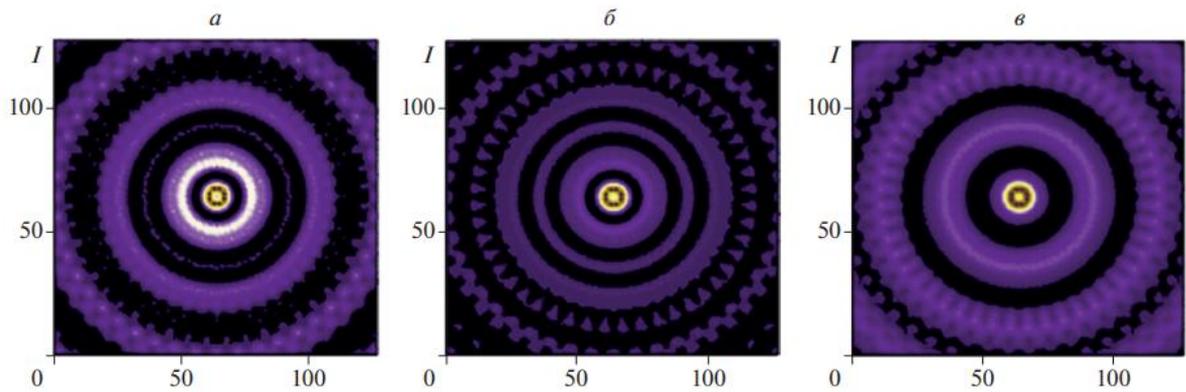


Рисунок 4.2 – Динамика изменения структуры фрактальных изображений. $t = 0$
(а), 9 (б), 18 (в). По осям отложено количество значащих точек.

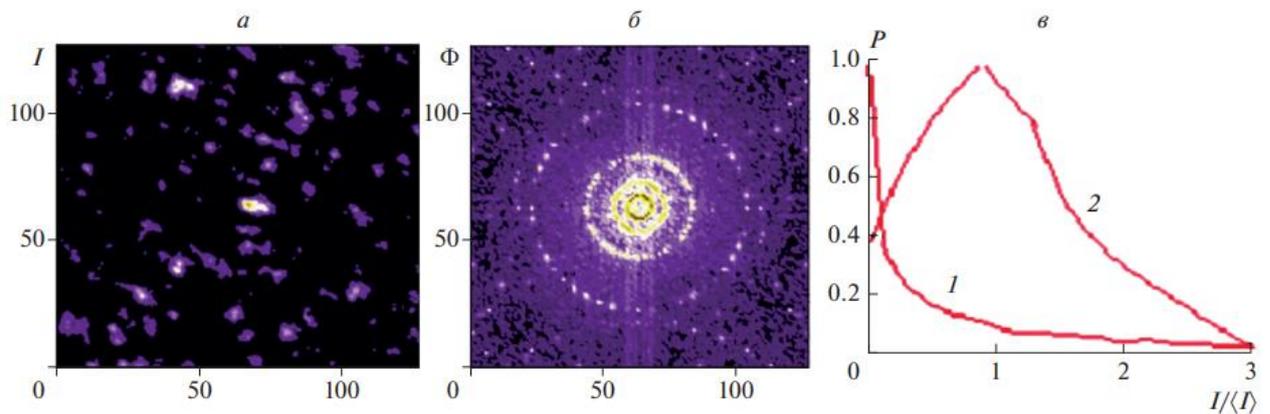


Рисунок 4.3 – Характеристики спеклоподобного поля. Распределение интенсивности (а); структура пространственного спектра ($\xi = 0$) (б); по осям отложены нормированные пространственные частоты; графики плотности вероятности для $\xi = 0$ (1), 5 (2) (в).

Используемый алгоритм позволял вносить целенаправленные изменения в распределения плотности вероятности обнаружения определенной интенсивности (рисунок 4.3(в)). Экспоненциальное снижение плотности вероятности (кривая 1), свойственное развитым спеклам в отсутствие дополнительной волны, не всегда удобно для офтальмологических процедур, поскольку нулевая интенсивность оказывается наиболее вероятной. Статистику распределения интенсивности можно существенно скорректировать, путем

наложения на спекловое поле плоской однородной волны (кривая 2). Этот прием дает возможность повысить наиболее вероятное значение интенсивности.

Наконец, следует сказать о том, что анализ особенностей структуры фракталов позволяет дать объяснение наблюдаемому в результате воздействия фрактального излучения на органы зрения улучшению наряду с лечебными показателями психологического и эмоционального настроения пациентов. Такого рода комплексный по своему характеру спекл-стимулирующий эффект заслуживает внимания и, видимо, нуждается в дополнительной проверке. При его интерпретации и использовании следует учитывать опыт, накопленный в так называемой арт-терапии [63], когда для улучшения психического состояния пациентов, им показывают изображения фрактальных объектов. Ключ к объяснению такого способа лечения можно найти, если учесть особенности пространственного спектра фрактальных структур. Как при регулярных, так и при стохастических распределениях интенсивности они в силу скейлинга на разных масштабах подчиняются одной и той же закономерности, то есть обладают самоподобием. Если исходить из того, что при обработке и хранении оптической информации, поступающей в мозг, она препарируется в виде пространственных спектров (Фурье-образов) рассматриваемых объектов, то их фиксация в силу самоподобия происходит очень быстро и с высокой степенью эффективности. Повышенная интенсивность процессов в коре головного мозга, развивающихся при воздействии фрактального излучения, подтверждается повышением биоэлектрической активности мозга [30]. Указанные процессы формируют у человека чувство комфорта и удовольствия, улучшающее его психическое состояние. Есть основания полагать, что ускорение процессов обработки оптической информации в коре головного мозга будет эффективным средством лечения некоторых глазных патологий (например, амблиопии), не связанных с каким-либо заболеванием глаз, а обусловленных изменениями в области зрительной коры головного мозга.

4.2. Скейлинг спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов

Раздел фрактальной оптики, в рамках которого рассматриваются свойства спеклоподобных световых структур, находится в состоянии постоянного расширения и обновления. Такие структуры характеризуются неупорядоченным расположением отдельных фрагментов распределения интенсивности, различающихся по форме и размерам. Благодаря фрактальным свойствам они нашли разнообразные применения. Важное значение приобрели способы определения шероховатости поверхности механических деталей [90, 91], большое внимание уделено широким диагностическим возможностям, связанным с использованием фрактальных спеклов в области биологии и медицины [27, 65, 83, 87, 92, 93]. Фрактальная спекловая технология нашла применение в осуществлении контроля за сердечными сокращениями [27], в оценке степени радиационных ожогов [92], в определении развивающейся патологии биотканей [65]. Существуют свидетельства ее использования в офтальмологии [68, 83, 93]. Одна из причин высокой эффективности лечения глазных болезней состоит в сочетаемости фрактальной структуры излучения и структуры сосудов сетчатки глаза, которая также является фрактальной [94]. В процессе применения фрактального излучения в офтальмологии был обнаружен факт, связывающий процедуру глазной терапии с улучшением общего психофизического состояния пациента [83, 87, 93-95]. После серии кратковременных сеансов наблюдалось повышение эмоционального тонуса и снятие усталости. Такое явление по мнению авторов можно сопрячь с теми эффектами, которые рассматриваются в рамках нейроэстетики [96] и широко используются в так называемой арт-терапии [95-98]. Арт-терапия (лечение красотой) основана на предъявлении пациенту различного рода изображений

(часто, фрактальных), удовлетворяющих тем или иным эстетическим признакам. Хрестоматийными примерами таких изображений являются картины американского художника Дж. Поллока [28]. Они представляли собой систему разноцветных, неупорядоченных по положению и по форме пятен, которые с определенной степенью условности можно назвать квазиспеклами. Фрактальная размерность картин составляла величину, близкую к величине $D = 1.5$. Для получения фрактальных спекловых структур часто используют либо специальные оптические устройства [93], либо специализированные компьютерные программы [100], часто реализуемые с помощью пространственных модуляторов света (SLM) [101]. Когнитивное воздействие фрактальных изображений на человека, отмечаемое многими исследователями (см., например, [29]), в значительной степени можно объяснить скейлингом пространственных спектров изображений. Дело в том, что в коре головного мозга обработка зрительных сигналов, несущих информацию об изображениях, осуществляется на основе структуры их пространственных спектров [35]. Поскольку, как было показано в ряде работ [63, 89], фрактальные изображения, включая спекловые структуры, обладают самоподобными пространственными спектрами, при их восприятии нет необходимости обрабатывать спектры в широком частотном диапазоне, достаточно ограничиться анализом спектра лишь в низкочастотной части. Это ускоряет процесс восприятия и, как следствие, создает особый когнитивный отклик.

Несмотря на многочисленные примеры скейлинга спектральных характеристик изображений, существует необходимость в исследовании возможности перенесения выше сформулированной концепции на другие иным образом структурированные световые поля. Целью данной работы является решение двух взаимосогласованных задач. Первая – относится к установлению характера трансформации пространственных спектров при переходе от фрактальных световых распределений к мультифрактальным. Вторая – нацелена

на определение частотных свойств структур, реализующих подходы нелинейной динамики.

4.2.1. Мультифрактальная структура

Распределение поля мультифрактальной световой волны будем задавать с помощью модернизированной двумерной функции Вейерштрасса, имеющей вид

$$W_{k,m} = \sigma \left[\sum_{v=0}^V \sum_{n=0}^N \left[b^{(D_M-2)n} \sin \left[2\pi \cdot s \cdot b^n \left[\left(k - \frac{K+1}{2} \right) \sin(\alpha v) + \left(m - \frac{K+1}{2} \right) \cos(\alpha v) \right] + \psi_n + \psi_v \right] \right] \right] + A. \quad (4.1)$$

Здесь $W_{k,m}$ – амплитуда поля, k, m – дискретные поперечные координаты ($0 \leq k, m \leq K$), σ – стандартное отклонение амплитуды от среднего значения, N – количество гармоник, V – количество азимутальных парциальных волн, m – номер гармоники, v – индекс азимутальной составляющей волны, α – элементарный азимутальный угол поворота, b – параметр скейлинга, s – масштабирующий параметр, ψ, ψ_v – фазы компонент поля, A – компонента с однородным распределением амплитуды поля. При случайных значениях фаз ψ_i, ψ_v поле приобретало спеклоподобный вид, D – характеристика фрактальной размерности, задаваемая выражением

$$D_M = D_0 + d \sin(2\pi srk), \quad (4.5)$$

где D_0 фрактальная размерность образующей монофрактальной волны, d – полуширина диапазона изменения фрактальной размерности при мультифрактальном представлении поля, r – динамический параметр изменения фрактальной размерности.

На рисунке 4.4 показаны задаваемые выражением (4.4) общий вид спеклоподобного поля и распределение амплитуды поля в поперечном

направлении.

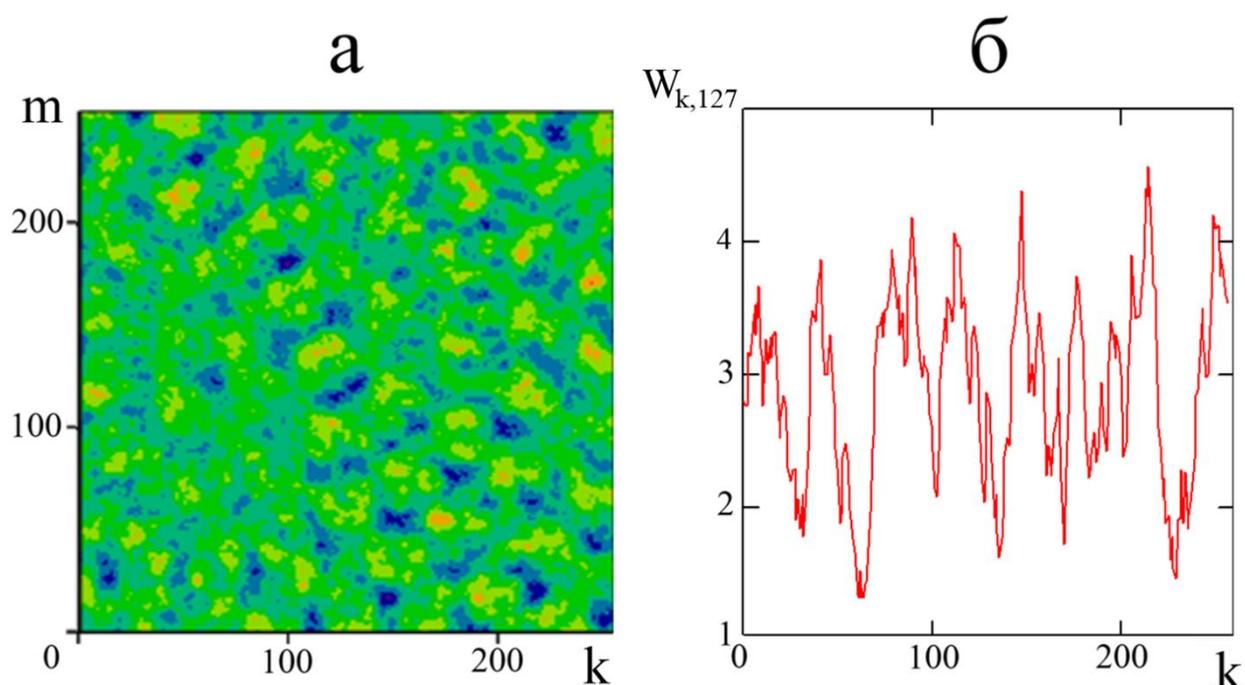


Рисунок 4.4 – Спекловое поле. а – общий вид спеклоподобного поля, б – распределение поля в поперечном сечении.

Расчет проводился для следующего набора параметров: $N = 5$, $V = 47$, $\sigma = 0.15$, $b = 2$, $s = 0.03$, $d = 0$, $r = 2$, $K = 255$, $A = 3$, $\alpha = \pi/48$, $D_0 = 1.23$, $n = 0..N$, $v = 0..V$, $m = 0..K$, $k = 0..K$, $\psi_v = \text{rnd}(v)2\pi/(v+1)$, $\psi_n = \text{rnd}(n)2\pi/(n+1)$. Для этих параметров с использованием процедуры БПФ был рассчитан пространственный спектр световой структуры, показанной в логарифмическом масштабе на рисунке 4.4. Графически он представлен на рисунке 4.5.

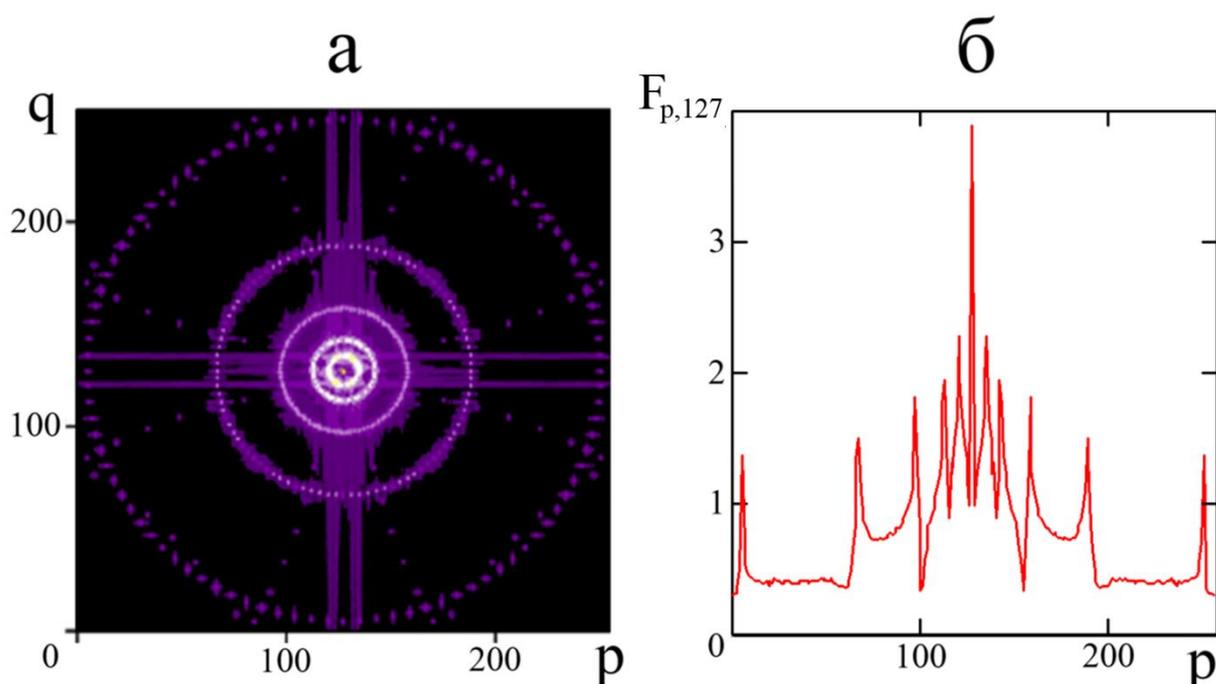


Рисунок 4.5 – Двумерное (а) и одномерное (б) представление спектра монофрактальной структуры. F - амплитуды спектральных компонент, p, q – пространственные частоты.

Видно, что, несмотря на неупорядоченную структуру поля, его спектр характеризуется высокой степенью симметрии. Спектральные максимумы образуют систему концентрических окружностей, отношение радиусов которых соответствует коэффициенту скейлинга $b = 2$. Подобная структура спектра характерна для фрактальных структур с фиксированным значением фрактальной размерности.

Рассмотрим теперь, к каким изменениям приведет переход к мультифрактальному представлению световой структуры. Этот переход осуществим путем изменения величины d . Для определенности будем считать, что в отличие от предыдущего случая $d = 0.2$. Оценки показывают, что такое увеличение d не приводит к сколь-нибудь значительному изменению статистики поля, однако вызывает заметные структурные возмущения в пространственном спектре. Это видно из рисунка 4.6, где графически представлены особенности распределения пространственных частот. Изменения в спектре обусловлены

появлением дополнительных кольцевых элементов, располагающихся вблизи максимумов, относящихся к кольцам монофрактальной структуры.

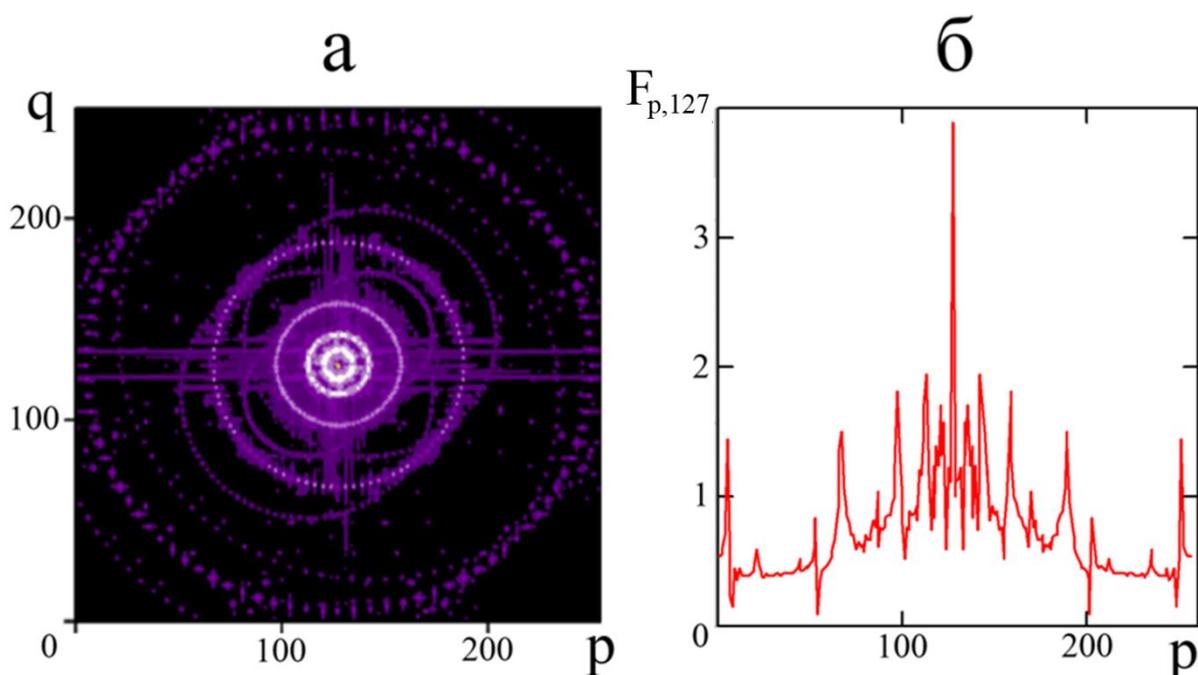


Рисунок 4.6 – Двумерное (а) и одномерное (б) представление спектра мультифрактальной структуры.

Количественная оценка происходящих изменений в спектре может быть получена путем определения коэффициента корреляции C между спектральными распределениями F_3 и F_4 : $C = \text{corr}(F_3, F_4)$. Он оказывается равным $C = 0.88$. Столь высокий коэффициент корреляции указывает на значительную степень устойчивости структурной морфологии изначального спектра. При переходе к мультифракталу стандартное отклонение от среднего значения существенным образом не менялось, оставаясь на уровне $\zeta = 0.29$.

В случае, когда изменения фрактальной размерности перекрывают весь возможный диапазон ($D_0 = 1.5$, $d = 0.49$), коэффициент корреляции уменьшался до величины $C = 0.7$, а стандартное отклонение увеличивалось до значения $\zeta = 0.35$. Однако при таком казалось бы незначительном ухудшении корреляции следует считаться с тем, что возникающие паразитные спектральные максимумы

могут достигать величину 0.8 по отношению к максимумам монофрактала. Такая ситуация не может считаться благоприятной для реализации многих медицинских приложений, связанных с обработкой оптических сигналов в коре головного мозга. Для уменьшения влияния дополнительных спектральных максимумов следует применительно к рассматриваемой схеме построения мультифрактальной структуры выбирать значения параметров D_0 и d выбирать из соображений, чтобы эти максимумы были не слишком большими. Так, если D_0 и d не превосходят значений соответственно 1.5 и 0.2 возникающие при переходе к мультифракталу максимумы будут составлять величину меньшую, чем 15% от величины первоначальных максимумов. Можно предположить, что такие возмущения пространственных спектров не повлияют существенно на процесскогнитивной обработки изображений.

4.2.2. Полиномиальный аттрактор

Существуют литературные свидетельства [102], указывающие на то, что особым когнитивным воздействием обладают некоторые графические иллюстрации процессов, развивающихся на основе детерминированного хаоса. В данном разделе мы воспользуемся результатами работы [99], где рассматриваются особенности структуры аттракторов, сформированных с помощью полиномов, имеющих вид

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_3x_ny_n + a_4y_n + a_5y_n^2 \\y_{n+1} &= a_6 + a_7x_n + a_8x_n^2 + a_9x_ny_n + a_{10}y_n + a_{11}y_n^2,\end{aligned}\tag{4.6}$$

В выражениях (4.6) координаты x_n , y_n определяют положение значащих точек на фазовом портрете аттрактора. В зависимости от величины

коэффициентов a_i итерационная процедура позволяет строить аттракторы с разной конфигурацией. В некоторых случаях форма фазовых траекторий придает аттрактору спеклоподобный вид. Рассмотрим свойства одного из таких аттракторов, который строится при задании следующей последовательности коэффициентов: $a_0 = 0$, $a_1 = -1$, $a_2 = 0.5$, $a_3 = -1.1$, $a_4 = -0.4$, $a_5 = 0.3$, $a_6 = 0.2$, $a_7 = 0.3$, $a_8 = -0.5$, $a_9 = 0.7$, $a_{10} = -1.1$, $a_{11} = 0.1$.

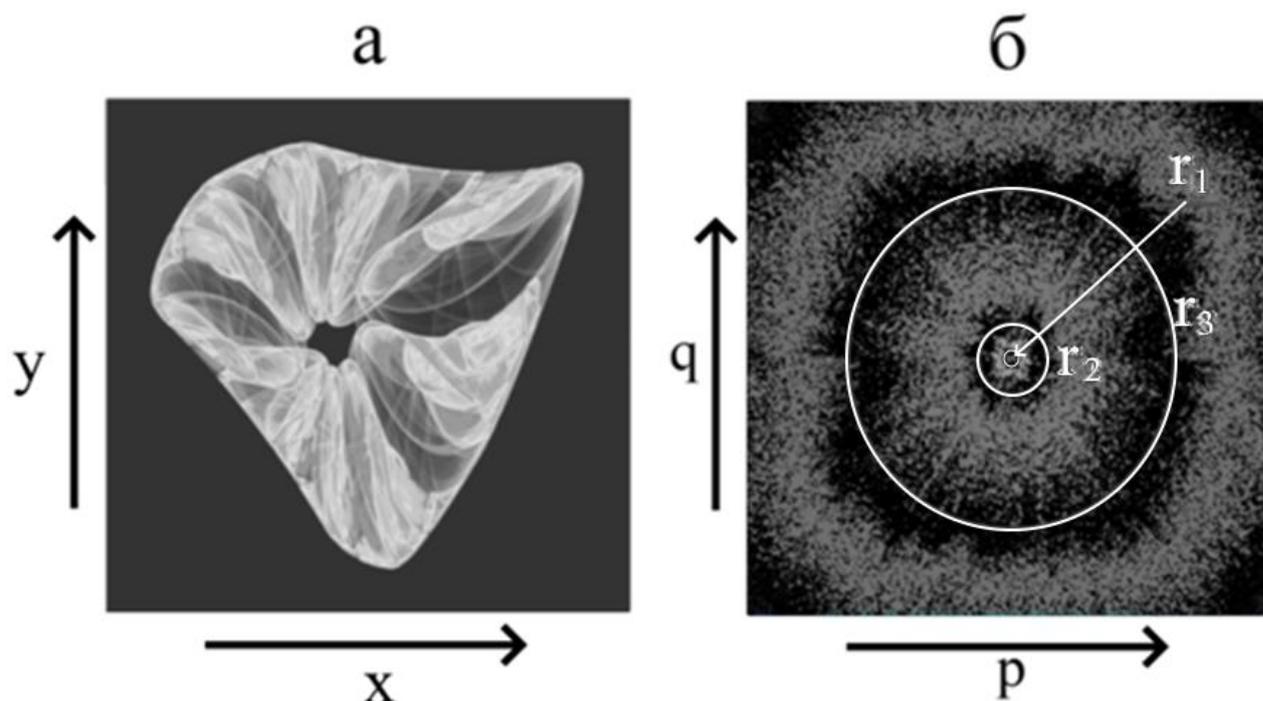


Рисунок 4.7 – Структура аттрактора (а) и его спектр (б).

Картина аттрактора после 3000 итераций процесса его построения и соответствующий ей пространственный спектр показаны на рисунке 4.7. Несмотря на то, что отдельные фрагменты в картине аттрактора, характеризующиеся повышенной интенсивностью, по своей форме и положению значительно отличаются от классических спеклов, спектр полученной структуры имеет некоторые общие черты со спектром фрактального спеклового поля. Окружности с располагающимися на них спектральными максимумами имеют осесимметричный характер и обладают радиусами, отношение которых близко к постоянной величине равной 3.2 (параметр скейлинга). Это указывает на

скейлинг пространственного спектра аттрактора, обеспечивающий проявление используемого в светотерапии когнитивного воздействия.

Основные результаты и выводы

1. Разработана модель двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса, позволяющая формировать стохастические поля путем изменения фазовых соотношения между ее гармониками и задания временных изменений ее параметров по фрактальному закону.
2. Показано, что созданный в лабораторных условиях макет оригинального пространственного модулятора света на основе дисплея ноутбука дает возможность непосредственно использовать разработанные алгоритмы построения самоподобных структур для формирования световых пучков с заданным фрактальным распределением.
3. Показано, что пространственные спектры фрактальных распределений в действительном и комплексном представлении существенно отличаются друг от друга. Последние имеют явно выраженный несимметричный характер.
4. Выполненный анализ показал, что представления о пространственно-частотных каналах зрительной системы дают возможность объяснить механизм воздействия фрактальных изображений в арт-терапии и эффективность светостимуляционной терапии в медицине. Поскольку зрительные сигналы поступают в кору головного мозга в виде их Фурье-образов, обладающих скейлингом, оптическая информация обрабатывается с высокой скоростью. Это вызывает особое когнитивное воздействие при просмотре фрактальных изображений.
5. Продемонстрирована возможность расширения типоряда применяемых в арт-терапии спеклоподобных световых структур путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Список публикации автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:

- A1. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.**, Мишин А.Ю. *Особенности комплексного представления диффрактовых волновых структур // Известия Российской академии наук. Серия физическая.* — 2021. — Т. 85, № 1. — С. 68-73. **IF = 0,749 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
Переводная версия статьи: Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Mishin A.Yu. *Features of the complex representation of diffractal wave structures // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* — 2021. — Vol. 85, No. 1. — P. 53-56. **SJR = 0,21 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A2. Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Pavlov N.N., Zotov A.M. *Diffraction propagation of vortex diffractals // Journal of Physics: Conference Series.* — 2021. — Vol. 2091. — P. 012072. **SJR = 0,18 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,7 п.л., личный вклад = 0,2 п.л.
- A3. Вохник О.М., Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.** *Фрактальные световые структуры для стимуляционной терапии в офтальмологии // Известия Российской академии наук. Серия физическая.* — 2022. — Т. 86, № 11. — С. 1602-1605. **IF = 0,749 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
Переводная версия статьи: Vokhnik O.M., Korolenko P.V., **Kubanov R.T.** *Fractal light structures for stimulation therapy in ophthalmology // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* — 2022. — Vol. 86, No. 11. — P. 1327-1330. **SJR = 0,21 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A4. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.** *Использование в медицине спеклоподобных структур со скейлингом пространственных спектров // Письма в «Журнал технической физики».* — 2024. — Т. 50, № 14. — С. 25-28. **IF = 0,731 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,4 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A5. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.**, Павлов Н.Н. *Пространственный модулятор*

когерентного излучения на основе жидкокристаллического дисплея персонального компьютера // Приборы и техника эксперимента. — 2024. — № 2. — С. 101-102. IF = 0,674 (РИНЦ). Общий объём статьи = 0,2 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.

Переводная версия статьи: Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Pavlov N.N. *Spatial modulator of coherent radiation based on a liquid-crystal display of a personal computer // Instruments and Experimental Techniques. — 2024. — Vol. 67, No. 2. — P. 303-304. JIF = 0,4 (WoS). Общий объём статьи = 0,2 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.*

Литература

1. Секованов В. С. О множествах Мандельброта и Жюлиа для многочленов комплексной переменной // *Вестник КГУ*. – 2011.. – № 3. – С. 37-43.
2. Sierpinski W. Sur une courbe dont tout point est un point de ramification // *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*. – 1915. – Т. 160. – Pp. 302 - 305.
3. Добрых В. А., Седаков В. О., Тен Т. К., Уварова И. В., Мамровская Т. П. Фрактальный анализ в биологии и медицине // *Дальневосточный медицинский журнал*. – 2020. – №4. – С. 85-92.
4. Chao Li, Xue Zhang et al. Construction of Sierpiński Triangles up to the Fifth Order // *Journal of the American Chemical Society*. – 2017. – Vol. 139. – Iss. 39. – Pp. 13749 - 13753.
5. Vafaeva, K. M. et al. Fractal aspects in the technology of self-healing materials // *Alfabuild*. – 2023. – Т. 29. – Iss. 4. – Pp. 1-24.
6. Yang X., Chiochetti J., Papadopoulos D., Susman L. Fractal Antenna Elements and Arrays // *Applied Microwave & Wireless*. – 1999. – Vol. 13. – Iss.2. – Pp. 34 - 46.
7. Puente C. Fractal Design of Multiband Antenna Arrays // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 1996. – Vol. 44. – № 5. – Pp. 730 - 739.
8. Gianvittorio J. P. Fractal antennas: a novel antenna miniaturization technique, and applications // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. – 2002. – Vol. 44. – Iss. 1. – Pp 20-36.
9. Dey P. Basic principles and applications of fractal geometry in pathology: a review // *Anal. Quant. Cytol. Histol*. – 2005. – P. 27-28,
10. Karperien A., Ahammer H., Jelinek H.F. Quantitating the subtleties of microglial morphology with fractal analysis // *Front. Cell Neurosci*. – 2013. – № 7. – Pp. 3-4.

11. *Losa G.A.* The fractal geometry of life // *Riv. Biol.* – 2009. – № 102. – Pp. 29-59.
12. *Manuel Varela, Raul Ruiz-Esteban, and Maria Jose Mestre De Juan* Chaos, Fractals, and Our Concept of Disease // *Perspectives in Biology and Medicine.* – 2010. – Vol. 53. – № 4. – Pp. 584-595.
13. *De Luca, F. Arrigoni, R. Romaniello et al.* Automatic localization of cerebral cortical malformations using fractal analysis // *Phys. Med. Biol.* – 2016. – Vol. 61. – Pp. 6025-6040.
14. *Farahibozorg S., Hashemi-Golpayegani S. M., Ashburner J.* Age- and sex-related variations in the brain white matter fractal dimension throughout adulthood: an MRI study // *Clin. Neuroradiol.* – 2015. – Vol. 25. – Pp. 19-32.
15. *Ristanovic D., Stefanovic B. D., Puskas N.* Fractal analysis of dendrite morphology using modified boxcounting method // *Neurosci. Res.* – 2014. – Vol. 84. – Pp. 64-67.
16. *Zaletel I., Ristanovic D., Stefanovic B.D.* Modified Richardson's method versus the box-counting method in neuroscience // *J. Neurosci. Methods.* – 2015. – Vol. 242. – Pp. 93-96.
17. *Liu J.Z.* Fractal dimension in human cerebellum measured by magnetic resonance imaging // *Biophys. J.* – 2003. – Vol. 85. – Pp. 4041-4046.
18. *Akar E., Kara S., Akdemir H., Kiris A.* Fractal analysis of MR images in patients with Chiari malformation: The importance of preprocessing // *Biomedical Signal Processing and Control.* – 2017. – № 31. – Pp. 63-70.
19. *Wu Y.T., Shyu K.K., Jao C.W. et al.* Fractal dimension analysis for quantifying cerebellar morphological change of multiple system atrophy of the cerebellar type (MSA-C) // *Neuroimage.* – 2010. – Vol. 49. – Pp. 539-551.
20. *Sendker F.L., Lo Y.K., Heimerl T. et al.* Emergence of fractal geometries in the evolution of a metabolic enzyme // *Nature.* – 2024. – № 628. – Pp. 894-900.
21. *Останчук А.К., Овсянников В.Е.* Применение теории фракталов в математическом моделировании и технике. // Курган: Курганский гос. ун-т, –

2009.

22. *Corrêa R.D., Meireles J.B., Huguenin J.A.O., Caetano D.P., da Silva L.* Fractal structure of digital speckle patterns produced by rough surfaces // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier.* – 2013. – Vol. 392. – Pp. 869–874.
23. *Мосолов А. Б., Динариев О. Ю.* Фракталы, скейлы и геометрия пористых материалов // *ЖТФ.* – 1988, –Т. 58. – В. 2. – С. 233–238.
24. *Хлюпин А. Н., Динариев О.Ю.* Фрактальный анализ трехмерной микроструктуры пористых материалов // *Журнал технической физики.* – 2015. – Т.85, В. 6. – С. 17–22.
25. *Korolenko P.V. Kubanov R.T.* Diffraction propagation of vortex diffractals // *Journal of Physics: Conference Series.* – 2021. – Vol. 2091. – № 1. – Pp. 012072 – 1–012072 – 7.
26. *Ульянов А.С.* Анализ фрактальных размерностей бактериальных колоний и патологически измененных биотканей // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук.* – 2010. – Т. 12. – №4. – С. 117–121.
27. *Ayla Burçin, Şişli Celal Bayar* Obtaining the Heart Rate Information from the Speckle Images by Fractal Analysis Method // *University Journal of Science.* – 2020. – Vol. 16. – Iss. 1. – Pp. 47–53.
28. *Taylor R. P.* Personal reflections on Jackson Pollock’s fractal paintings // *História, Ciências, Saúde – Manguinhos.* – 2006. – Vol. 13. – Pp. 108–123.
29. *Пайтген Х. О., Рихтер П. Х.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем // М. – 1993. – С. 176.
30. *Ткачева Л. О.* Воздействие фрактальных динамических изображений на функциональное состояние человека // *Вестник СПбГУ.* – 2010. – Сер. 12. – В. 2. – С. 378-387.
31. *Hägerhäll C.M., Laike T., Küller M., Marcheschi E. et al.* Human Physiological Benefits of Viewing Nature: EEG Responses to Exact and Statistical Fractal Patterns. // *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences.* – 2015. – Vol. 19. – № 1. – Pp.

1-12.

32. *Joye Ya.*, An Interdisciplinary Argument for Natural Morphologies in Architectural Design // *Sage journals* – 2006– Vol. 33. – Iss. 2. – Pp. 239–252.

33. *Forsythe A., Nadal M., Sheehy N.* Predicting beauty: Fractal dimension and visual complexity in art // *British Journal of Psychology*. – 2011. – Vol. 102(1). – Pp. 49–70.

34. *Simion R.M.* A Way to Acces the Unconscious and to Reduce Stress. Journal of Experiential Psychotherapy // *Journal of Experiential Psychotherapy*. – 2016. – Vol. 19. – № 2 (74). – Pp. 14–22.

35. *Шелепин Ю.Е.* Введение в нейроиконику: Монография // *Троицкий мост, СПб.* – 2017.

36. *Campbell F., Robson J.* Application of Fourier analysis to the visibility of gratings // *J. Physiol.* – 1968. – № 197. – Pp.551–561.

37. *Муравьева С. В., Фокин В. А., Ефимцев А. Ю., Шелепин Ю.Е.* Пространственно-частотные каналы зрительной системы при рассеянном склерозе // *Сенсорные системы*. – 2013. – Т. 27. – № 2. – С. 130–143.

38. *Averchenko A. V., Korolenko P. V., Mishin A. Yu.* Optical-physical aspects of fractal art therapy // *IEEE Progress in Electromagnetic Research Symposium Proceedings*. – 2017. – Pp. 3418-3421.

39. *Kashtanov A. A., Korolenko P. V., Mishin A. Yu.* Applied and fundamental aspects of fractal art therapy // *Journal of scientific articles "Health and Education Millennium"*. – 2017. – № 9(2). – Pp. 90-92.

40. *Schira G.* Texture preference and global frequency magnitudes // *Environ. Plann. B Plann. Des.* – 2003. – № 30. – Pp. 297–318.

41. *Velichkovsky B. M.* Cognitive Science: Foundations Of Epistemic Psychology // *Moscow, Academia (in Russia)*. – 2006.

42. *Korolenko P. V., Ryzhikova U. V.* Optical diagnostics fractal structures: methodical aspects // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* – 2020. – Vol. 862. – Pp. 052079-1–052079-5.

43. *Negro, L. D. Optics of Aperiodic Structures – Fundamentals and Device Applications // CRC Press Taylor & Francis Group. – 2014. – Pp.509.*
44. *Боголюбов А. Н., Петухов А. А., Шапкина Н. Е. Оптическая дифракция на фрактальных решетках // Вестн. Моск. ун-та. – 2008. – Сер. 3. – № 2. – С. 7-10.*
45. *Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники // М.: Техносфера. – 2018. – С. 694.*
46. *Гридчина В. В., Короленко П. В., Рыжикова Ю. В. Скейлинг в оптических характеристиках нанокластерных образований // Известия РАН. Серия физическая. – 2015. – Т. 79. – № 12. С. 1691-1694.*
47. *Короленко П. В., Логачев П. А., Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В. Оптическая диагностика аппроксимантов 1D и 2D аperiодических структур. // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3. – № 3. – С. 66-71.*
48. *Короленко П.В., Мишин А.Ю., Рыжикова Ю.В. Скейлинг в характеристиках аperiодических многослойных структур. // Оптический журнал. – 2012. – Т. 79 – С. 11-16.*
49. *Zotov A. M., Korolenko P. V. and Mishin A. Yu. Scaling in the optical characteristics of aperiodic structures with self-similarity symmetry // Crystallography Reports. – 2010. – Vol. 55. – № 6. – Pp. 964-970.*
50. *Konstantinova A.F., Grechushnikov B.N., Bokut B.V., Valyashko E.G. Optical Properties of Crystals // Nauka i Tekhnika. – 1995.*
51. *Grushina N.V., Korolenko P.V., Markova S.N. Special Features of the Diffraction of Light on Optical Fibonacci Gratings // Moscow University Physics Bulletin. – 2008. – Vol. 63. – № 2. – Pp. 123–126.*
52. *Короленко П.В., Маганова М.С., Меснянкин А.В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике (учебное пособие) // УНЦ ДО Москва, НИИЯФ МГУ. – 2004.*
53. *Короленко П.В., Косырев А.В., Ружицкая Д.Д., Рыжиков С.Б. Систематизация фракталоподобных систем на основе спектрального анализа //*

Физические основы приборостроения. – 2021. – № 1. – С. 62-69.

54. Короленко П.В., Кубанов Р.Т., Мишин А.Ю. Особенности комплексного представления диффрактальных волновых структур // *Известия РАН. Серия физическая.* — 2021. Т. 85. — № 1. — С. 68-73.

55. *Damien P., Sheridan J. T. et. al.* Controlling Speckle Using Lenses and Free Space // *Optics Letters.* – 2007. – Vol. 32. – № 23. – Pp.3394–3396.

56. *Bender N., Yilmaz H., Bromberg Y., Cao H.* Customizing speckle intensity statistics // *Optica.* – 2018. – Vol.5. – No.5. – Pp.595 – 600.

57. *Peli T.* Multiscale fractal theory and object characterization // *Opt.Soc.Am.A.J.* – Vol.7. – No.6. – 1990.

58. *Аверченко А. В., Зотов А. М., Короленко П. В. и др.* Винтовые пучки в информационных системах с открытыми каналами распространения излучения // *Известия РАН. Серия физическая.* – 2020. – Т. 84. – № 1. – С. 21 - 25.

59. *Аксенов В. П., Дудоров В. В., Колосов В. В.* Атмосферная сингулярная оптика: от дислокаций волнового фронта до синтеза вихревых лазерных пучков // *Оптика атмосферы и океана.* – 2019. – Т. 32. – № 9. – С. 792 - 798.

60. *Korolenko P. V.* Wave Beams with a Fractal Structure, Their Properties and Applications: A Literature Review // *Physics of Wave Phenomena.* – 2020. – Vol. 28. – № 4. – Pp. 313 - 325.

61. *Cho Y-K., Kim K.* // *Proceedings of 10th IEEE International Conference on Nanotechnology. Joint Symposium with Nano.* – 2010. – Pp. 312.

62. *Шелетин Ю.Е.* Введение в нейроиконику: Монография // *Троицкий мост, СПб.* – 2017.

63. *Зотов А.М., Короленко П.В., Мишин А.Ю., Рыжикова Ю.В.* Физические основания нейроэстетики // *ВМУ. Физика. Астрономия.* – 2019. – №6. – Сер.3. – С. 52-57.

64. *Mandelbrot B.B.* The fractal geometry of nature // *W.H. Freeman and Company.* – 1977.

65. *Ульянов А.С.* Использование лазерных спеклов при идентификации

- патологически измененных биотканей // *Квантовая электроника*. – 2008. – Т. 38. – № 6. – С. 557-562.
66. *Короленко П.В.* Когерентная оптика. // *Юрайт*. – 2020.
67. *Зотов, А. М., Короленко. П. В., Павлов, Н. Н.* Свойства фрактальных спекл-полей: теория и приложения // *Известия РАН. Серия физическая*. – 2022. – Т. 86. – № 11. – С. 1610 - 1614.
68. *Матросова Ю. В. Фабрикантов О. Л.* Лазерные спеклы в лечении анизометропической амблиопии // *Офтальмология*. – 2018. – Т.15. – №2S. – С.52-57.
69. *Франсон М.* Оптика спеклов // *М.: Мир*. – 1980.
70. *Тычинский В. П.* Динамическая фазовая микроскопия: возможен ли “диалог” с клеткой? // *Успехи физических наук*. – 2007. – Том 177. – № 5. – С. 535 - 552.
71. *Vladimirov A. P.* Dynamic speckle interferometry of microscopic and macroscopic processes in deformable media // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2015. – Iss. 6. – Pp. 27-57.
72. *Leendertz J. A.* Interferometric displacement measurement on scattering surfaces utilizing speckle effect // *Journal of Physics E: Scientific Instruments*. – 2012. – Vol. 3. – № 3. – Pp. 214–218.
73. *Кретушев А. В., Тычинский В. П.* Сверхразрешение на сингулярных участках фазовых изображений // *Квантовая электроника*. – 2002. – Т. 32. – Номер 1. С. 66-70.
74. *M. Pascucci M., Ganesan S. et al.* Compressive three-dimensional super-resolution microscopy with speckle-saturated fluorescence excitation // *Nature Communications*. – 2019. – Vol. 10. – № 1327. – Pp. 1-8.
75. *Min, J. et al.* Fluorescent microscopy beyond diffraction limits using speckle illumination and joint support recovery // *Sci. Rep.* – 2013. – Vol. 3. – Pp. 2075.
76. *García J., Zalevsky Z., Fixler D.* Synthetic aperture superresolution by speckle pattern projection // *Opt. Express*. – 2005. – Vol. 13. – Pp. 6073 - 6078.

77. *Mudry, E. et al.* Structured illumination microscopy using unknown speckle patterns // *Nature Photonics* – 2012. – Vol. 6. – Pp. 312–315.
78. *Yang, X., Pu, Y. & Psaltis, D.* Imaging blood cells through scattering biological tissue using speckle scanning microscopy // *Opt. Express*. – 2014. – Vol. 22. – Pp. 3405–3413.
79. *Атабаева Л.С., Саидова М.А., Шитов В.Н., Староверов И.И.* Технология спекл-трекинг в сочетании с миокардиальной контрастной стресс-эхокардиографией — дополнительный способ оценки ишемии миокарда // *Кардиологический вестник*. – 2021. – Т. 16. – № 2. – С. 43-52.
80. Савченко Е. А., Величко Е. Н. Применение спекл-корреляционного анализа для определения скорости кровотока // *Оптика и спектроскопия*. 2020. – Т. 128. – В. 7. – С. 991-997.
81. *Василевская Л.А., Дик С.К., и др.* Спекл-оптическая характеристика микрогемодинамики кожных покровов височной области у пациентов с артериальными аневризмами. // *Доклады БГУИР*. – 2018. № 2. – С. 64-71.
82. *Нероева Н. В., Зайцева О. В., Охоцимская Т. Д., Швецова Н. Е., Маркелова О. И.* Определение возрастных изменений глазного кровотока методом лазерной спекл-флоуграфии // *Российский офтальмологический журнал*. – 2023. – № 16(2) – С. 54–62
83. *Кащенко Т.П., Корнюшина Т.А., Базарбаева А.Р. и др.* Применение лазерных спеклов в диплоптическом лечении содружественного косоглазия в различных зрительных рабочих зонах // *Офтальмохирургия*. – 2014. – № 4. – С. 90-94.
84. *Кащенко Т.П., Корнюшина Т.А., Базарбаева А.Р. и др.* Способ восстановления бинокулярного зрения на основе лазерных спеклов в диплоптическом лечении содружественного косоглазия // *Вестник офтальмологии*. – 2014 – № 130(5). – С. 48-53.
85. *Матросова Ю. В., Фабрикантов О. Л., Райгородский Ю. М.* Применение полихроматической лазерной спекл-стимуляции в плеоптическом лечении

- амблиопии у детей // *Физиотерапия, бальнеология и реабилитация*. – 2014. – №3. – С. 48-52.
86. Зуева М.В., Ковалевская М.А. и др. Фрактальная фототерапия в нейропротекции глаукомы // *Офтальмология*. – 2019. – Т. 16. – №3. – С. 317–328.
87. Матросова Ю.В., Фабрикантов О.Л., Шутова С.В. Влияние лазерной спекл-структуры красного диапазона на аккомодационную функцию у детей с анизогиперметропической амблиопией // *Вестник Волгоградского ГМУ*. – 2018. – В. 4 (68). – С. 62–65.
88. Каданер Г. И., Овчинников Б. В., Рубинштейн М. М. Применение спекл-структуры НИЛИ в офтальмологических стимуляторах // *Лазерная медицина*. – 2016. – Т. 20. – № 3. – С. 92-93.
89. Вохник О.М., Короленко П.В., Кубанов Р.Т. Фрактальные световые структуры для стимуляционной терапии в офтальмологии // *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. – 2022. – Т. 86. – №11. – С. 1602–1605.
90. Passos M. H. M., Lemos M. R., Almeida S. R., Balthazar W. F., da Silva L., Huguenin J. A. O. Speckle patterns produced by an optical vortex and its application to surface roughness measurements // *Applied Optics*. – 2017. Vol. 56. № 2. Pp. 330-335.
91. Haridas A., Crivoi A., Prabhathan P., Chan K., Murukeshan V.M. Fractal speckle image analysis for surface characterization of aerospace structures // *Proceedings of SPIE - Fifth International Conference on Optical and Photonics Engineering*. – 2017. – Pp. 104491T.
92. Carvalho O., Benderitter M., Roy L. Noninvasive radiation burn diagnosis using speckle phenomenon with a fractal approach to processing // *Journal of Biomedical Optics*. – 2010.
93. Каданер Г.И., Овчинников Б.В., Рубинштейн М.М. Высокоэффективный офтальмологический спекл-стимулятор // *Оптический журнал*. – 2007. – Т. 74. – № 12. – С. 19-23.
94. Симонян Г.С., Симонян А.Г. Фрактальность биологических систем. III

Фрактальность органов и организмов // *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*. – 2016. – № 3. – С. 272-276.

95. Пьянкова С.Д. Фрактально-аналитические исследования в психологии: особенности восприятия самоподобных объектов // *Психологические исследования*. – 2016. – Т. 9– № 46 – С. 238-251.

96. Ball P. Neuroaesthetics is killing your soul: Can brain scans ever tell us why we like art? // *Nature Column: Muse*. – 2013. – Vol. 1. – № 2. – Pp. 1-3.

97. Копытин А.И. Современная клиническая арт-терапия. Учебное пособие // *Питер, СПб*. – 2015.

98. Прокопенко В.Т., Матвеев Н.В., Олейник Р.В. и др. Влияние фрактальных лазерных динамических изображений на функциональное состояние человека // *Светотехника*. – 2021. – № 4. – С. 50-55.

99. Taylor R.P., Spehar B. Wise J.A., Clifford C.W.G.R. Perceptual and physiological response to the visual complexity of fractals // *The Journal of Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*. – 2005. – Vol. 9. – № 1. – Pp. 89–114.

100. Uozumi J. Properties of computer-simulated fractal speckles // *Hokkai-Gakuen University Information and Life Science*. – 2021.

101. Funamizu H., Uozumi J. Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator // *Optics Express*. – 2007. – Vol. 15. – №. 12. Pp. 7415.

102. Пьянкова С. Д. Фрактально-аналитические исследования в психологии: особенности восприятия самоподобных объектов // *Психологические исследования*. – 2016. – Т. 9. – №. 46. – С. 1-14.

Благодарности

Я признателен коллективу лаборатории когерентной оптики кафедры оптики, спектроскопии и физики наносистем МГУ имени М.В. Ломоносова и моему научному руководителю профессору Короленко Павлу Васильевичу за помощь на всех этапах выполнения диссертации.