

**ОТЗЫВ официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени**  
**кандидата физико-математических наук Тихонова Юрия Андреевича**  
**на тему: «Исследование операторных моделей Кельвина-Фойгхта,**  
**возникающих в теории вязкоупругости»**  
**по специальности 1.1.1 – «Вещественный, комплексный и**  
**функциональный анализ»**

Диссертация Тихонова Юрия Андреевича посвящена исследованию интегро-дифференциальных уравнений параболического типа с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве, возникающих в теории вязкоупругости. Подобные уравнения используются для описания движения вязкоупругих тел, обладающих внутренним трением (трением Кельвина-Фойгхта). Интегро-дифференциальные уравнения являются важным направлением в области функционально-дифференциальных уравнений. Интерес к изучению функционально-дифференциальных уравнений в последнее время значительно вырос в связи с возникающими в приложениях задачами (задачи наследственной механики, задачи распространения тепла в средах с памятью, задачи управления системами с распределёнными параметрами и т. д.) Исследованию таких уравнений посвящены работы многих авторов. Отметим классические работы А.Д. Мышкиса, Р. Беллмана, К. Кука, Дж. Хейла, а также глубокие работы А.Л. Скубачевского, В.В. Власова и Х.-О. Вальтера. Результаты о корректной разрешимости, оценках норм решений и спектральном анализе интегро-дифференциальных уравнений, а также результаты об обратных задачах и задачах управления изложены в работах С.А. Авдониной, В.В. Власова, Н.А. Раутиан, А.С. Шамаева, С.А. Иванова, Л. Пандолфи, А.И. Милославского, Н.Д. Копачевского, Д.А. Закоры. Тем самым, можно утверждать, что направление исследований диссертации является актуальным, активно развивающимся и представляющим интерес в связи с современными задачами механики и физики.

Автор изучает интегро-дифференциальное параболического типа с некоммутирующими операторными коэффициентами с ядром вольтерровой свёртки, представимым в виде интеграла Лебега-Стилтьеса от экспоненты, причём предполагается, что носитель меры ядра некомпактен, что отличает этот случай от исследованных в работах других авторов (см. статьи А.Э. Ерёмченко, С.А. Иванова). Основные результаты диссертации состоят в следующем: установлена корректная разрешимость изучаемой задачи Коши в смысле классического решения, доказана экспоненциальная устойчивость

решения и его аналитичность в угле. В частном случае автор приводит представление решения в виде ряда из экспонент.

Рассмотрим содержание диссертации более подробно. Работа имеет общий объём 114 страниц и состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы.

Первая глава - вводная. В ней приводится постановка задачи Коши для рассматриваемого интегро-дифференциального уравнения и излагаются необходимые сведения из теории линейных операторов в гильбертовом пространстве и теории полугрупп.

Во второй главе получены ключевые результаты диссертации – результаты о спектре оператор-функции, являющейся символом изучаемого интегро-дифференциального уравнения. Установлено, что спектр оператор-функции целиком содержится в левой полуплоскости, внутри области, ограниченной ветвями параболы. Вне этой области автором получены оценки резольвенты оператор-функции. В заключительной части главы Тихонов Ю.А. приводит примеры ядер вольтерровой свёртки, представимых в виде рядов из экспонент, для которых невещественная часть спектра оператор-функции может быть как конечной, так и счётной, показывая тем самым отличие от случая ядер, представимых в виде интегралов от экспоненты по мере с компактным носителем.

Третья глава посвящена исследованию корректной разрешимости рассматриваемой задачи Коши в случае, когда операторные коэффициенты – коммутирующие самосопряжённые положительно определённые операторы, а ядро вольтерровой свёртки представимо в виде ряда из экспонент. В этом случае автору удаётся построить полугруппу, ассоциированную с исходной задачей, доказать её аналитичность и тем самым установить корректную разрешимость задачи Коши в классическом смысле и аналитичность решения. В завершении главы приведён результат о представлении решения.

В четвёртой главе результаты о корректной разрешимости и аналитичности решения, полученные в третьей главе, обобщены на случай, когда уравнение содержит некоммутирующие операторные коэффициенты, а ядро вольтерровой свёртки представляется в виде интеграла Лебега-Стилтьеса от экспоненты.

Результаты диссертации являются новыми и представляют несомненный научный интерес, в том числе, для решения прикладных задач. Они изложены в пяти научных статьях, опубликованных в рецензируемых журналах, входящих в наукометрические базы данных Scopus и Web of Science. Содержание автореферата верно отражает содержание диссертации.

Отметим некоторые замечания по содержанию. В тексте имеется ряд неточностей и опечаток. Например, в формуле (121) знак неравенства должен быть нестрогим. Имеется некоторая неоднозначность в обозначении классов функций в п. 4.4.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.1 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Тихонов Юрий Андреевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
профессор математического института имени С.М. Никольского  
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»

Россовский Леонид Ефимович

Контактные данные:

тел. +7 (495) 955-07-10, e-mail: [rossovskiyl@rudn.ru](mailto:rossovskiyl@rudn.ru)

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защита диссертация:

01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Адрес места работы:

117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»

Тел: +7 (499) 936-87-87; e-mail: [information@rudn.ru](mailto:information@rudn.ru)

Подпись сотрудника

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов»

Л.Е. Россовского удостоверяю:

Ученый секретарь РУДН

В.М. Савчин