

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Икэда Ясуси
на тему: «Квантовый метод сдвига аргумента и
квантовые алгебры Мищенко-Фоменко в $U_{\mathcal{Q}}(n, \mathbb{C})$ »
по специальности 1.1.3. геометрия и топология**

Настоящая диссертация относится к алгебраическим аспектам теории интегрируемых систем, а именно, к области квантования интегрируемых систем на пуассоновых многообразиях. Более конкретно, в диссертационной работе изучаются квантовые вполне интегрируемые системы в универсальной обёртывающей алгебре $U(\mathcal{g})$ алгебры Ли \mathcal{g} , получаемые подъёмом в $U(\mathcal{g})$ классических полиномиальных вполне интегрируемых систем в двойственном пространстве \mathcal{g}^* , т.е. коммутативных относительно скобки Пуассона–Ли подалгебр максимальной возможной степени трансцендентности в симметрической алгебре $S(\mathcal{g})$.

Одним из наиболее эффективных методов построения таких коммутативных подалгебр является метод сдвига аргумента Мищенко–Фоменко. Соответствующие подалгебры в $S(\mathcal{g})$ принято называть *алгебрами Мищенко–Фоменко*. Задачу квантования (т.е. подъёма в $U(\mathcal{g})$ в качестве коммутативных подалгебр) алгебр Мищенко–Фоменко поставил Э.Б. Винберг (1990); им же были сделаны первые шаги в её решении (квантование квадратичных элементов алгебр Мищенко–Фоменко). Этой важной задачей занимались многие математики (М.Л. Назаров, Г.И. Ольшанский, А.А. Тарасов, др.). В работе Л.Г. Рыбникова (2006) было построено квантование алгебр Мищенко–Фоменко для произвольной полупростой алгебры Ли \mathcal{g} .

Новизна настоящей диссертации состоит в том, что ставится задача квантования не просто алгебр Мищенко–Фоменко, а самого метода сдвига аргумента, с помощью которого эти алгебры строятся. Квантовый метод сдвига аргумента открывает возможность построения новых квантовых вполне интегрируемых систем (т.е. коммутативных подалгебр максимальной степени трансцендентности в универсальных обёртывающих алгебрах) и даёт

новый взгляд на известные конструкции. Потенциально этот метод имеет большую перспективу в теории интегрируемых систем. Это обосновывает актуальность и новизну избранной темы исследования.

В диссертации квантовый метод сдвига аргумента разработан для алгебры Ли $\mathfrak{g} = \mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$. Основным техническим инструментом — операторы квантового дифференцирования на универсальной обёртывающей алгебре $U\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$, введённые Д.И. Гуревичем, П.Н. Пятовым и П.А. Сапоновым (2012). Эти операторы являются квантовыми аналогами операторов дифференцирования по направлению элемента алгебры Ли $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$ в симметрической алгебре $S\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$. Во 2-й главе диссертации эти операторы детально исследуются. В частности, предложены две конструкции операторов квантового дифференцирования, и вычислено их действие на матричных элементах степеней универсальной матрицы в $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$, что позволяет далее применить операторы квантового дифференцирования (*квантовые сдвиги аргумента*) к образующим центра алгебры $U\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$.

Основные результаты диссертации можно суммировать так:

- Доказан квантовый аналог теоремы Мищенко–Фоменко: итерированные квантовые сдвиги аргумента центральных элементов алгебры $U\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$ коммутируют друг с другом.
- Доказано, что вышеупомянутые итерированные сдвиги порождают квантование алгебры Мищенко–Фоменко, т.е. подалгебру в $U\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$, чья присоединённая градуированная алгебра есть классическая алгебра Мищенко–Фоменко в $S\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$.
- Вычислены явно итерации 1-го и 2-го порядка квантовых сдвигов аргумента центральных элементов алгебры $U\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$.

На мой взгляд, диссертация вносит существенный вклад в алгебраическую теорию квантовых интегрируемых систем. Работа посвящена актуальной теме исследований в современной математике, отличается оригинальностью и новизной. В диссертационной работе разработаны новые интересные методы и получены новые результаты, открывающие путь к обобщениям и дальнейшему развитию теории. Достоверность основных результатов диссертации подтверждена подробными доказательствами и их

апробацией на авторитетных научных семинарах и конференциях, как российских, так и международных.

Диссертационная работа не свободна от недостатков. У меня имеется довольно много замечаний к выбранному автором изложению материала на английском языке. Но поскольку английский язык не является родным как для автора диссертации, так и для оппонента, я отнесусь с пониманием к лингвистическим недостаткам и воздержусь в этом отзыве от замечаний лингвистического характера.

В качестве общего замечания можно отметить некоторую небрежность изложения. Ряд используемых понятий не вводится должным образом или формально определяется уже после первого использования (например, понятие квантового сдвига аргумента на стр. 8 или операторы τ_ξ на стр. 16. Вводная глава 1, предназначенная для введения необходимых понятий и формулировки известных результатов для неспециалистов, зачастую не объясняет материал достаточно полно (в то время, как специалистам это объяснять вообще не надо). Например, на стр. 26 не сказано, на какой алгебре рассматриваются бидифференциальные операторы, а на стр. 28 не объяснено, что из себя представляет множество X (видимо, базис алгебры Ли \mathfrak{g}) и как упорядочены его элементы, а также не определена фильтрация на универсальной обёртывающей алгебре $U(\mathfrak{g})$.

Также не вполне понятно, для чего понадобилось доказывать коммутативность итерированных квантовых сдвигов аргумента центральных элементов алгебры $U_{\mathfrak{g}}(n, \mathbb{C})$ отдельно для малых порядков итерации и в общем случае. Вероятно, такая организация изложения связана с хронологией проведённых исследований.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют собственно научной значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. геометрия и топология (по физико-математическим наукам) и критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Диссертация оформлена согласно требованиям

Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Икэда Ясуси заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. геометрия и топология.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей алгебры
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова»

ТИМАШЕВ Дмитрий Андреевич

15 декабря 2024 г.

Контактные данные:

тел.: e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:
01.01.06. «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Адрес места работы:

119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет, кафедра высшей алгебры

Тел.: 7(495)9391611; e-mail: dmitry.timashev@math.msu.ru

Подпись сотрудника механико-математического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова Д.А. Тимашева удостоверяю: