МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

sterf

Павлова Евгения Александровна

Анализ, синтез и математическое моделирование робастных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках

1.3.2. Приборы и методы экспериментальной физики

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.т.н., профессор

Ю.В. Митришкин

Москва – 2023

Оглавление

Глава 1. Магнитное управление плазмой в токамаках 14		
1.1.	Постановка задачи	
1.2.	Моделирование плазмы в токамаках	
1.3.	Магнитное управление плазмой в токамаках	
1.4.	Магнитная диагностика плазмы	
1.5.	Выводы	
Глава 2. Системы управления неустойчивым вертикальным положением		
плазмы в прототипе токамака Т-15МД 31		
2.1.	Постановка задачи	
2.2.	Физика вертикальной неустойчивости плазмы	
2.3.	Описание магнитной диагностики вертикального положения плазмы в	
токамаке Т-15МД		
2.4.	Объект управления с моделью многофазного тиристорного выпрямителя в	
качестве исполнительного устройства		
2.5.	Система управления по состоянию (Исполнительное устройство –	
многофазный тиристорный выпрямитель) 40		
2.6.	Релейная система управления (Исполнительное устройство –	
транзисторный инвертор напряжения) 58		
2.7.	Синтез LMI-регулятора при воздействии возмущений типа «малый срыв» 66	
2.8.	Границы устойчивости и радиус робастной устойчивости	
2.9.	Сравнительный анализ систем управления вертикальным положением	
плазмы в токамаке Т-15МД		
2.10.	Моделирование системы управления вертикальным положением плазмы	
на стенде реального времени		

2.11.	Выводы	
Глава 3. Идентификация и синтез многосвязных и многоконтурных систем		
управления положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2 97		
3.1.	Постановка задачи	
3.2.	Линейная модель плазмы в токамаке Глобус-М/М2	
3.3.	Идентификация линейных моделей	
3.4. токам	Структура системы управления. Многоконтурное управление плазмой в иаке Глобус-М/М2	
3.5.	Синтез <i>Н</i> _∞ -регуляторов для управления положением плазмы 107	
3.6. на ко	Моделирование системы стабилизации вертикального положения плазмы ле ЛИНА 108	
3.7.	Моделирование систем стабилизации вертикального и горизонтального	
положения плазмы		
3.8.	Выводы	
Глава 4. Структурный анализ и синтез систем магнитного управления плазмой		
в токамаке Глобус-М/М2 с двойной развязкой каналов управления 115		
4.1.	Постановка задачи 115	
4.2.	Структура контуров тока и формы плазмы 115	
4.3.	Анализ и синтез системы управления формой плазмы 124	
4.4.	Выводы	
Заключение 129		
Благодарности		
Список литературы 134		
Список публикаций автора по теме диссертации 145		

Введение

Актуальность и степень научной разработанности темы исследования. Предполагается, что термоядерные электростанции станут альтернативными источниками энергии в будущем, поскольку мировые запасы органического топлива (каменный уголь, нефть, газ) сокращаются, и по оценке американских специалистов в 50-х годах этого столетия может наступить дефицит энергии. Наиболее перспективным направлением исследований для получения энергии из высокотемпературной плазмы при термоядерной реакции в экономическом и технологическом отношении является развитие токамаков (тороидальных камер с магнитными катушками), которые лидируют в решении проблемы УТС. Токамаки были изобретены в Институте атомной энергии им. И.В. Курчатова в СССР и распространились по всему миру: было построено более 200 токамаков, сейчас эксплуатируется более 40 токамаков. В настоящее время ведутся работы по созданию международного термоядерного экспериментального реактора ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) [1] в г. Кадараш (Франция) проектируются термоядерные электростанции DEMO И (DEMOnstration Power Plant) [2]. В результате предполагается получать термоядерную энергию на основе синтеза изотопов водорода в течение разряда общей продолжительностью порядка 400 с в ITER и достигнуть непрерывной генерации термоядерной энергии в DEMO.

Одной из приоритетных задач в современной проблеме управляемого термоядерного синтеза (УТС) является удержание плазмы в магнитном поле токамаков посредством систем управления с обратной связью с высоким качеством (быстродействием и точностью) и значительными робастными запасами устойчивости. В токамаках высокотемпературная плазма удерживается с помощью индуцируемых в обмотках тороидального и полоидального магнитных полей, расположенных вокруг тороидальной вакуумной камеры. В современных токамаках стремятся реализовывать такие режимы, при которых тройное произведение температуры, плотности и энергетического времени удержания плазмы достигает максимально возможных значений из рабочей области параметров для того, чтобы приблизиться и преодолеть критерий для получения термоядерной реакции. В плазме токамаков, Лоусона [3] работающих в этих режимах, существует вероятность возникновения различных неустойчивостей, которые могут привести к срыву разряда. При этом может произойти механическое или тепловое повреждение конструкции токамака при больших срывах. При сооружении современных токамаков выбирают вытянутую по вертикали конструкцию, как например, в действующих токамаках DIII-D, NSTX (США), JET (Англия), JT-60U (Япония), ASDEX Upgrade (Германия), TCV (Швейцария), EAST (Китай), KSTAR (Южная Корея), Глобус-М/М2 (Россия), которая позволяет существенно повысить давление плазмы по сравнению с давлением плазмы в токамаках с круглым поперечным сечением при том же тороидальном магнитном поле. Однако, это приводит к возникновению вертикальной неустойчивости плазмы. Также известно, что наилучших параметров плазмы можно достигнуть, когда граница плазмы расположена близко к первой стенке токамака, но при этом необходимо точно стабилизировать границу плазмы посредством систем управления с обратной связью, чтобы горячая плазма не прожгла камеру токамака. Изучение неустойчивостей, возникающих во время плазменного разряда, а также разработка способов необходимы обеспечения их подавления для работоспособности токамаков. Разработка систем магнитного и кинетического управления плазмой активно ведется на всех действующих и находящихся на этапе конструирования токамаках, что позволяет обеспечить максимально высокие запасы устойчивости систем и получить достаточно высокое качество управления плазмой. Это необходимо для обеспечения высокой надежности работы будущих термоядерных реакторов и электростанций.

Пионерские результаты по разработке и применению систем управления плазмой с обратной связью были получены на открытой магнитной ловушке ОГРА-3 в ИАЭ им. И.В. Курчатова д.ф.-м.н. Чуяновым В.А. и д.ф.-м.н. Арсениным В.В. [4]. Вклад в успешное решение задачи магнитного управления плазмой в токамаках внесли многие отечественные и зарубежные ученые, среди которых Самойленко Ю.И., Артеменков Л.И., Беляков В.А., Кавин А.А., Косцов Ю.А., Митришкин Ю.В., Гвоздков Ю.В., Кузнецов Е.А. Коростелев А.Я., Карцев Н.М., Ariola M., Pironti A., Portone A., Humphreys D.A., Walker M.L., Schuster E., Hoffman F., Lister J.B., Vyas P., Noll P., Treutterer W. и др.

Актуальность работы. В Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе (г. Санкт-Петербург) [5] имеется действующий сферический токамак Глобус-М, модернизированный до токамака Глобус-М2 [6]. В настоящее время проводятся работы по пуску токамака Т-15МД с вытянутым в вертикальном направлении поперечным сечением в НИЦ «Курчатовский институт» (г. Москва) [7]. На моделях плазмы в данных токамаках ведутся работы по разработке и апробации методов и систем магнитного управления положением, током и формой плазмы.

На установке Глобус-М2 имеются системы обратной связи по вертикальному и горизонтальному положению плазмы, разработанные и внедренные к.т.н. Е.А. Кузнецовым (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) [8] с использованием в качестве исполнительных устройств тиристорных инверторов тока, работающих в автоколебательном режиме, а управление током и формой плазмы осуществляется путем задания программных токов в катушках полоидального поля с помощью каскадов обратной связи по токам в этих катушках и исполнительных устройств на основе управляемых многофазных тиристорных выпрямителей. При этом обратная связь по форме плазмы на установке отсутствует. Система магнитного управления плазмой в токамаке T-15MД находится на этапе разработки.

Изложенное выше обуславливает актуальность темы диссертации и свидетельствует о необходимости анализа, синтеза и математического моделирования систем управления положением, током и формой плазмы с обратной связью в токамаках Глобус-М2 и Т-15МД.

Цель работы состоит в анализе, синтезе и математическом моделировании многосвязных и многоконтурных робастных систем управления положением, током и формой плазмы с обратной связью на квазистационарной фазе плазменного разряда, оценке робастных свойств полученных систем управления, исследовании поведения замкнутых систем при воздействии на систему неконтролируемых возмущений и при наличии неопределенностей в параметрах моделей рассматриваемых объектов управления.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Осуществить анализ, синтез и математическое моделирование систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в прототипе токамака Т-15МД для двух типов исполнительных устройств: многофазного тиристорного выпрямителя и транзисторного инвертора напряжения.

2. Провести идентификацию, анализ, синтез методом H_{∞} -оптимизации и математическое моделирование многосвязной и многоконтурной системы управления положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

3. Реализовать на нелинейном плазмофизическом коде DINA математическое моделирование системы магнитного управления положением плазмы на квазистационарной стадии разряда токамака Глобус-М/М2.

4. Выполнить структурный анализ, синтез и математическое моделирование системы магнитного управления плазмой в токамаке Глобус-М/М2 с двойной развязкой каналов управления.

Объектом исследования является плазма в токамаке. **Предметом** исследования являются замкнутые системы управления положением, током и формой плазмы в токамаках на квазистационарной фазе плазменного разряда.

Методы исследования. При исследовании общей структуры системы управления использовался математический аппарат: μ -анализа, Relative Gain Array (RGA), Singular Value Decomposition (SVD) частотного анализа (Doyle J.C.

[9-12], Young P.M. [9, 10], Newlin M.P. [10], Zhou K. [11], Safonov M.G. [13], Bristol E.H. [14, 15], Skogestad S. [16], Postlethwaite I. [16], и др.).

При синтезе робастных регуляторов для подавления неустойчивостей в соответствующих контурах управления применялся метод H_{∞} теории оптимизации, основанный на взаимно простой факторизации передаточной функции модели объекта (McFalane D. и Glover K. [17, 18]).

Автоматическая настройка ПИД-регуляторов в контурах управления положением плазмы, а также для выбранной структуры управления током и формой плазмы с развязкой каналов управления посредством RGA (Gahinet P. и Apkarian P. [19]) проводилась с помощью методов настройки линейных систем управления в частотной области по критерию H_{∞} -нормы передаточной функции замкнутой системы от внешних возмущений до измеряемых сигналов.

Для стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД применялся метод линейных матричных неравенств (Linear Matrix Inequalities – LMI) (Boyd S. [20, 21], Duan G.-R. [22], Yu H.-H. [22], Поляк Б.Т. [23, 24], Хлебников М.В. [23, 24], Щербаков С.П. [24], Баландин Д.В. [25], Коган М.М. [25] и др.), метод синтеза регулятора по состоянию с желаемым расположением полюсов замкнутой системы (модальное управление) (Rosenbrock H.H. [26], Simon J.D. [27], Mitter S.K. [27] и др.), метод синтеза нелинейной системы управления в скользящем режиме (Уткин В.И. [28-30], Позняк А.С. [29,30], Орлов Ю. В. [30] и др.).

Научная новизна работы. Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы, полученной ранее посредством идентификации кода DINA (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) для токамака Т-15МД, и исполнительного устройства в виде тиристорного многофазного выпрямителя разработан *новый* модальный регулятор по состоянию с совмещением полюсов замкнутой системы для стабилизации вертикального положения плазмы с достаточно большими запасами устойчивости по амплитуде и по фазе трех контуров управления.

Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы токамака Т-15МД синтезирована и исследована *новая* робастная система управления с использованием LMI-метода с размещением полюсов системы в D-области, позволяющая подавлять возмущения типа «малый срыв» на квазистационарной фазе разряда при разбросе параметров модели плазмы.

На линейных моделях плазмы для токамака Глобус-М/М2 методами H_{∞} оптимизации синтезирована робастная система управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы, предназначенная для работы со структурной неопределенностью моделей объекта. Численное моделирование данной системы с требуемым качеством управления без дополнительной настройки *впервые* проведено на нелинейном плазмофизическом коде DINA, ориентированном на физический эксперимент в токамаке Глобус-М/М2.

Использование μ - и SVD-анализа обеспечило обоснованный выбор нужных зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой для создания «квадратного» объекта, имеющего равное количество входов и выходов. Применением RGA-анализа к «квадратной» структуре модели формы плазмы токамака Глобус-М/М2 установлено наилучшее соответствие между входами и выходами объекта управления, позволившее существенно уменьшить связи между каналами. В обратную связь были введены ПИ-регуляторы и дополнительная матрица развязки каналов, что дало возможность методом минимизации H_{∞} нормы передаточной функции от входов по возмущению к измеряемым выходам минимизировать связь между каналами управления и получить приемлемые качество и робастный запас устойчивости замкнутой системы. *Новизна* данного результата состоит в двойной развязке каналов управления формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

Научная и практическая значимость. Результаты анализа и синтеза систем управления плазмой имеют научную и практическую ценность, так как позволяют синтезировать робастные системы управления плазмой и в численном эксперименте оценить качество (быстродействие и точность) и робастные свойства разработанных систем. При этом данные результаты дают возможность выбрать наиболее эффективные системы управления, применение которых в реальном физическом эксперименте позволит подавить возмущение плазменного разряда типа малый срыв и избежать повреждения дорогостоящего оборудования в случае больших установок. Также подобные исследования позволяют еще на этапе конструирования токамаков проектировать системы управления с учетом конструктивных особенностей токамаков, проводить расчеты требуемой мощности управления, исследовать различные виды исполнительных устройств и т.д. Это дает возможность делать обоснованный выбор источников питания в качестве исполнительных устройств, алгоритмов управления и т.д., что должно обеспечить надежную эксплуатации физических установок типа токамак и позволяет сократить будущие расходы.

Результаты по применению структурного анализа и синтеза обеспечивают возможность на основе линейной модели объекта управления обоснованно выбрать структуру системы управления плазмой, дающую возможность гарантировать запас робастной устойчивости при развязке каналов и синтезе системы управления в этих условиях.

Достоверность и обоснованность результатов. Достоверность результатов обеспечивается за счет применения при анализе и синтезе систем управления плазмой в токамаках строгого математического аппарата теоретических методов автоматического управления. Достоверность результатов данного исследования подтверждается результатами математического моделирования синтезированных систем управления на линейных моделях плазмы с помощью пакета прикладных программ MATLAB и графической среды имитационного моделирования Simulink, а также результатами численного моделирования на нелинейном плазмофизическом коде DINA и стенде реального времени Speedgoat Performance. Обоснованность результатов определяется актуальными постановками задач на основе знания методов и систем магнитного управления

плазмой в токамаках, а также адекватным выбором и применением эффективных методов и подходов теории управления.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Робастный метод управления по состоянию с желаемым размещением полюсов замкнутой системы позволяет настраивать только один параметр для неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД для многофазного тиристорного выпрямителя в качестве исполнительного устройства.

2. Робастный регулятор, синтезированный методом линейных матричных неравенств на модели вертикального движения плазмы в токамаке Т-15МД и промоделированный на цифровом стенде реального времени SPEEDGOAT, обеспечивает стабилизацию положения при 20 % разбросе параметров модели плазмы, при действии аддитивного возмущения 1,5 кА типа «малый срыв».

3. Двухконтурная робастная система управления, промоделированная в дискретном времени на плазмофизическом коде DINA (AO «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк), реализует одновременную стабилизацию вертикального и горизонтального положения плазмы в токамаке Глобус-М/М2.

4. Многосвязная робастная каскадная система, синтезированная методом взаимно-простой факторизации и H_{∞} частотного формирования контура на идентифицированной модели низкого порядка и примененная на исходной модели полного порядка в численных экспериментах MATLAB/Simulink, позволяет управлять положением, током и формой плазмы для токамака Глобус-M/M2.

5. Многосвязная робастная каскадная система с двойной развязкой каналов (RGA-анализ + H_{∞} -оптимизация) и H_{∞} -регулятором, синтезированная на основе структурного анализа объекта управления и исследования входовыходной управляемости моделей плазмы токамака Глобус-М/М2, позволяет управлять формой плазмы.

Личный вклад автора. Автор синтезировала системы магнитного управления положением, формой и током плазмы в токамаках Т-15МД и Глобус-M/M2И провела численное моделирование синтезированных систем. Представленные диссертации результаты численного моделирования В получены автором лично или при её участии. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с научным руководителем и соавторами.

Апробация результатов работы. Результаты работы обсуждались и докладывались на следующих национальных и международных конференциях:

• Научная конференция «Ломоносовские чтения», Москва, 2023 [31];

• XIV и XV Международный симпозиум «Интеллектуальные системы» (INTELS'20, INTELS'22), Москва, 2020 [32]; 2022;

• The 11th IEEE International conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT), Moscow, 2017 [33];

• XIII международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Москва, 2016 [34];

• 7-ая Всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» (ИММОД), Москва, 2015 [35];

• XII и XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ), Москва, 2014; 2019 [36, 37];

 11-ая и 16-ая Всероссийская школа-конференция молодых ученых (УБС), Арзамас, 2014; Тамбов, 2019 [38];

• Международный молодежный научный форум «Ломоносов», Москва, 2013 [39].

Соответствие диссертации специальности 1.3.2. В работе синтезируются, изучаются и моделируются системы автоматического управления плазмой в токамаках с обратной связью, в которые включаются объекты управления в виде плазмы в токамаках, исполнительные, измерительные и управляющие устройства. Разработаны новые робастные модели регуляторов, способные функционировать в замкнутых системах в условиях неопределенности, представляющие собой алгоритмическую основу физических приборов для экспериментального изучения и управления плазмой в магнитном поле токамаков. Модели регуляторов синтезированы методами теории управления, направленными на внедрение систем управления в практику физического эксперимента токамаков Т-15МД и Глобус-М/М2.

Список публикаций. Результаты диссертации опубликованы в 15 печатных работах, из них 5 статей в международных журналах: «Fusion Engineering and Design» (издательство Elsevier, Q1) [40], Mathematics (издательство MDPI, Q1) [41] и «Physics of Atomic Nuclei» (Q3) [42] регистрируемых в библиографической базе данных Web of Science (WoS), а также «Advances in Systems Science and Applications» (Q2) [43, 44], регистрируемом в библиографической базе данных Scopus, остальные в трудах международных [32-34, 39] и российских конференций [31, 35-38].

Глава 1. Магнитное управление плазмой в токамаках

1.1.Постановка задачи

Благодаря развитию медицины и другим факторам население мира растет в геометрической прогрессии, в то же время потребление энергии на человека увеличивается из-за более высокого уровня жизни [45]. Таким образом, даже если население достигнет ожидаемого максимума в середине 21-го века (Рис. 1.1, а), глобальное потребление энергии будет продолжать расти. Традиционные источники энергии истощаются или их становится труднее добывать, а возобновляемая энергия ветра или солнца недостаточно надежна и требует крупномасштабных систем производства и хранения.



Рис. 1.1. Глобальные прогнозы а) численности населения при моделировании с различными темпами роста [45] и б) глобальное производство электричества на основе сценария ограничения СО2 в 550 мг/кг в атмосфере [46]

В настоящее время около 80 % энергии поступает из ископаемых видов топлива, таких как нефть, газ и уголь. Однако ископаемое топливо является ограниченным ресурсом. Обеспечение энергией человечества в соответствии с ожидаемыми темпами роста потребления без увеличения воздействия на окружающую среду является основной проблемой 21-го века. На рисунке 1.1, б показана возможная схема производства электроэнергии, при которой во второй

половине столетия синтез занимает значительную часть общего объема производимой энергии. Управляемый ядерный синтез обеспечит чистый и, практически, неисчерпаемый источник энергии.

Термоядерный синтез является перспективным источником энергии, который может позволить поддержать растущий мировой спрос. При синтезе два легких ядра (например, изотопы водорода дейтерий D и тритий T) сливаются в одно новое ядро (такое как гелий He) при этом выделяется большое количество энергии (Рис. 1.2). В отличие от звездных ядер, где гравитация приводит к высокому давлению и длительному времени удержания, в термоядерных реакторах должны использоваться различные технические средства для достижения контролируемой реакции термоядерного синтеза. Наиболее многообещающая реакция синтеза

$${}^{2}_{1}D + {}^{3}_{1}T \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n + 17,6 \text{ M} \Rightarrow \text{B},$$

при этом высвобождает в общей сложности 17,6 МэВ и около одной пятой энергии, переносимой заряженной частицей, потенциально доступно для нагрева плазмы.



Рис. 1.2. Схема реакции термоядерного синтеза для дейтерия и трития

Дейтерий является стабильным изотопом с естественным содержанием в водороде (~0,016%), а период полураспада трития составляет 12,3 года и поэтому он встречается в природе в следовых количествах. Простым способом получения трития является использование нейтронов, полученных в реакции термоядерного синтеза, для бомбардировки лития следующим образом:

$${}_{3}^{7}Li + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{1}^{3}T + {}_{0}^{1}n + 2,5 \text{ M} \Rightarrow B,$$

 ${}_{3}^{6}Li + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{1}^{3}T + 4,8 \text{ M} \Rightarrow B.$

Литий, который необходим для осуществления данных реакций, в больших количествах встречается в земной коре. А так как основным продуктом термоядерного синтеза является гелий, то не происходит загрязнение воздуха и парниковый газ не образуются. Также в реакциях термоядерного синтеза будут образовываться минимальные по объему или вообще не будут образовываться высокоактивные ядерные отходы.

Для получения положительной энергии одна лишь большая скорость реакции синтеза не является достаточным условием: энергия должна удерживаться достаточно долго, чтобы мощность, необходимая для удержания плазмы при требуемой температуре, оставалась меньше, чем мощность синтеза. Это выражается временем удерживания энергии (τ_E), определяемым как отношение между полной энергией плазмы и потерями энергии. Условие зажигания определяется критерием Лоусона:

$$nT\tau_{E} \ge 3 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{K} \Rightarrow \text{B} \cdot \text{c},$$

где n – плотность, а T – температура плазмы. При D-T реакции синтеза T = 25 кэВ, поэтому минимально необходимое условие $n\tau_E > 1,7 \times 10^{20}$ м⁻³с.

Таким образом, чтобы произошла реакция синтеза, необходимо приблизить два ядра достаточно близко, чтобы преодолеть взаимное отталкивание из-за их положительных зарядов. Газ должен быть нагрет до температуры около 100 миллионов градусов по Цельсию. При этой температуре электроны и ядра разделяются, и газ становится плазмой, четвертым состоянием вещества. Трудность заключается в необходимости разработки устройства, которое может нагревать плазму до достаточно высокой температуры, а затем долго его удерживать. В рамках исследований термоядерного синтеза были разработаны два альтернативных способа удержания плазмы: инерционный и магнитный. Первый направлен на получение чрезвычайно большой плотности (порядка 10³¹ м⁻³) с очень коротким энергетическим временем удержания (от 1 до 10 нс). Второй позволяет добиться меньших плотностей (порядка 10²⁰ м⁻³) и большего энергетического времени удержания (порядка 1 с). Устройства магнитного удержания являются наиболее перспективными для целей развития термоядерной энергетики и поэтому являются предметом интенсивных исследований.

В плазме, поскольку электроны оторваны от ядер атомов, отдельная заряженная частица может быть удержана магнитными полями. Магнитное поле способно ограничивать движение частицы перпендикулярно полю, но не препятствует движению вдоль силовых линий, что показано на рисунке 1.3. Заряженные частицы – электроны и ионы – двигаются по ларморовским радиусам вдоль силовых линий магнитного поля в противоположных направлениях. Чтобы удерживать плазму в ограниченном объеме необходимо замкнуть линии магнитного поля на себя, образуя тор.



Рис. 1.3. Магнитное удержание заряженных частиц

Существует тороидальные устройства, используемые для удержания плазмы: токамаки (Рис. 1.4) и стеллараторы.

Токамак — это термоядерное устройство, которое использует магнитные поля для удержания плазмы внутри тороидальной вакуумной камеры, как показано на рисунке 1.4. С помощью набора катушек тороидального поля внутри камеры создаются линии магнитного поля, вдоль которых движутся заряженные частицы, образующие плазму. Управление положением и формой плазмы осуществляется с помощью катушек полоидального поля. Специальное подмножество катушек полоидального поля, называемое центральным соленоидом, используется, в основном, для генерации и управления током плазмы, при этом применяется принцип трансформатора. Так, например, в токамаке ITER центральный соленоид состоит из шести секций, в токамаке Т-15МД из трех секций, а в токамаке Глобус-М2 из одной катушки. Остальные катушки используются для формирования формы плазмы, управления ее положением и, в токамаках с вытянутым по вертикали поперечным сечением плазмы, для стабилизации вертикального положения плазмы.



Рис. 1.4. Токамак

Токамаки прошли в своей эволюции путь от круглых в поперечном сечении токамаков с медными кожухами для демпфирования горизонтального движения плазмы и железными сердечниками до современных вытянутых по вертикали D-образных токамаков со значительно большим газокинетическим давлением и воздушными центральными соленоидами без медных кожухов. К токамакам, с которых началось развитие, относится ряд установок Института атомной энергии им. И.В. Курчатова, г. Москва: Т-3 (СССР, 1962, 0,4; 0,08), Т-4 (СССР, 1971, 0,9; 0,18), Т-7 (СССР, 1979, 1,22; 0,33), Т-10 (СССР, 1975, 1,5; 0,37), Т-15 (СССР, 1988, 2,43; 0,75); токамак Туман-3 (Тороидальная установка с

магнитным адиабатическим нагревом) (СССР, 1976, 0,55; 0,23) г. С-Петербург (Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе), а также зарубежные установки: PLT (США, 1975, 1,32; 0,4), TFTR (Test Fusion Tokamak Reactor) (США, 1982, 2,52; 0,87), TORE-SUPRA (Франция, 1988, 2,25; 0,7), TEXTOR-94 (Германия, 1982, 1,75; 0,47), FT-U (Италия, 1990, 0,94; 0,3). В маркировках токамаков после названий стран их расположения указаны год ввода токамака в эксплуатацию, а также большой и малый радиусы в метрах. Дальнейшее развитие токамаков связано с особенностью, состоящей в вытянутости по вертикали поперечного сечения. Эта особенность дает возможность повысить давление плазмы и увеличить нагрев собственным током.

В настоящее время в мире действует ряд D-образных токамаков, на которых изучается физика плазмы и проводятся исследования систем магнитного и кинетического управления плазмой. К таким наиболее прогрессивным относятся следующие D-образные токамаки: DIII-D (США, 1986, 1,66; 0,67) [47-50], ЈЕТ (Англия, 1992, 3,00; 1,25-2,1) [51-54], ЈТ-60U (Япония, 1991, 3,40; 1,00) [55], TCV (Швейцария, 0,88; 0,25-0,7) [56-58], ASDEX Upgrade (Германия, 1991, 1,65; 0,5-0,8) [59-61], ЕАЅТ (Китай, 2006, 1,75; 0,43) [62-64], KSTAR (Южная Корея, 2008, 1,8; 0,5) [65]. Однако в установках данного типа существуют проблемы, связанные с вертикальной неустойчивостью плазмы и необходимостью одновременного надёжного прецизионного управления многими параметрами, в первую очередь, параметрами безопасности – зазорами между первой стенкой и сепаратрисой. Также имеются действующие сферические токамаки с малым аспектным отношением (большого радиуса к малому): MAST (Mega-Amp Spherical Tokamak) (Англия, 1999, 0,9; 0,6) [66-67], NSTX (National Spherical Torus EXperiment) (США, 1999, 0,85; 0,68) [68], Глобус-М (РФ, 1999, 0,36; 0,24) [5, 6, 8] в ФТИ им. А.Ф. Иоффе, которые позволяют еще больше увеличить газокинетическое давление плазмы при заданном магнитном поле, и могут в итоге привести к дополнительному снижению стоимости реактора.

Все существующие токамаки являются импульсными устройствами, плазма поддерживается внутри токамака от десятков миллисекунд до десятков секунд. Плазменные импульсы представляют собой примерно одну и ту же последовательность событий. В типичном сценарии плазменного разряда можно выделить 5 основных фаз:

1. предварительное намагничивание, во время которого ток внешних катушек увеличивается до заранее определенного значения,

2. пробой газа, при котором образуется плазма и происходит быстрое изменением токов в центральном соленоиде,

3. стадия ввода плазменного тока, при этом ток плазмы увеличивается до желаемого значения,

4. квазистационарная фаза, в течение которой ток плазмы поддерживается примерно постоянным,

5. стадия вывода плазменного тока, при этом ток плазмы уменьшается и, в конце разряда, плазма исчезает.



Рис.1.5. Типичные методы нагрева плазмы: омический нагрев, радиочастотный нагрев и нагрев с инжекцией пучков нейтральных атомов

В большинстве разрядов токамака ток плазмы инициируется и поддерживается катушками омического нагрева, в то время как катушки тороидального поля и катушки полоидального поля обеспечивают магнитное поле для удержания плазмы в пределах фиксированного объема (Рис. 1.4). Для дополнительного нагрева плазмы применяется инжекция в плазму пучков нейтральных атомов дейтерия с высокой скоростью, также с целью нагрева могут быть использованы электромагнитные волны (Рис. 1.5).

Плазма в токамаке представляет собой нелинейную распределенную систему высокого порядка, которая подвержена воздействию большого числа возмущений. В токамака магнитном поле плазма термодинамически неравновесна. Плазма токамака подвержена срывам из-за чувствительности к многочисленным случайным возмущениям, некоторые из которых представляют опасность для самого устройства. Базовым примером является вертикальная неустойчивость, возникающая из-за вертикальной вытянутости плазмы. Вертикальная неустойчивость является осесимметричной и характеризуется вертикальным смещением. Увеличение преимущественно вертикальной вытянутости токамака приводит увеличению К давления В плазме. Следовательно, наиболее привлекательными режимами работы с точки зрения возможности дальнейшего конструирования термоядерного реактора, как которые сопряжены близостью правило, являются те, с К границе неустойчивости плазмы. Таким образом, возникает необходимости в разработке подходов и систем управления с обратной связью для стабилизации плазмы.

Дополнительные задачи управления включают управление внутренними параметрами плазмы, такими как профили тока, температуры и плотности, а также анализ транспорта, т.е. непрерывного потока частиц и тепла, в плазме.

Можно сделать вывод, что надлежащее функционирование токамака может быть гарантировано, только если все параметры плазмы активно управляются [69, 70]. Поэтому необходимо сформулировать и разрешить широкий спектр отдельных задач управления, для которых требуются специфические подходы или разработка специальных методов [71, 72], тем самым будет обеспечена работа всех систем термоядерной установки. Дальнейшее развитие в данной области должно быть сосредоточено, с одной

стороны, на теоретическом описании основных физических моделей и алгоритмов управления, с другой стороны, развития в экспериментальной области, а именно, проектирование исполнительных устройств, датчиков, средств диагностики и применимых на практике систем управления с обратной связью. Следует отметить, специфические знания в области управления, моделирование динамики процессов и методы идентификации систем, используемые в различных инженерных дисциплинах, могут в равной степени применяться для решения задач управления плазмой в токамаках [73-75].

Каждая отдельная проблема управления, связанная с решением задачи термоядерного синтеза, требует разработки специальной методологии. Задачи управления могут быть решены с помощью методов, которые применяются в других дисциплинах, но могут требовать и новых технических решений.

Управление плазмой в токамаках в последние десятилетия вызывает повышенный интерес у специалистов по управлению. Так на международной ежегодной конференции CDC (Conference on Decision and Control) были организованы секции, посвященные управлению плазмой в токамаках. В статьях, представленных на данных секциях, отражен вклад в управление положением, током и формой плазмы, параметрами плазмы, такими как ток, плотность, давление и т.д., а также подавление неустойчивостей, например, неоклассических тиринг-мод, пристеночных резистивных мод, граничных локализованных мод (ELM), вертикальной неустойчивости. Данная глава обобщает ряд результатов, полученных в этой области исследований, но никоим образом не может рассматриваться как полный обзор всей работы, проделанной в этом направлении.

1.2. Моделирование плазмы в токамаках

Качество систем управления, разработанных на моделях объекта управления, ограничено точностью используемой модели. Поскольку предполагаемое приложение модели – это разработка систем управления, требуется, чтобы модель давала достаточно точные прогнозы о будущем поведении выходов системы. Модель, основанная на физических принципах и допущениях, должна генерировать набор данных, с помощью которых можно делать обобщения о поведении плазмы в токамаке. Сравнение с данными реальных экспериментов позволяет сделать выводы об обоснованности исходных физических предположений и об адекватности полученной модели физическому эксперименту. Рассматривая две эквивалентные модели различной сложности, более практично выбрать менее сложную модель для получения более простых систем управления, а значит и более надежных

Основные характеристики равновесия плазмы в токамаке, описываемые уравнением Грэда-Шафранова, изучены в [76, 77], а теория доступна в [77]. Для описания динамического поведения плазмы можно сделать несколько приближений, которые позволяют создавать простые модели, достаточно точные, чтобы обеспечить возможность для моделирования регуляторов в обратной связи.

Ниже перечислены некоторые хорошо известные и широко используемые коды для моделирования плазмы в токамаках.

Коды с фиксированной границей плазмы токамака: ASTRA [78] — это модульная система для проведения имитационного моделирования транспорта, обладающая большой гибкостью в определении того, какие уравнения решаются, и позволяющая пользователю легко задавать дополнительную информацию вручную. CRONOS [79] — это полный набор кодов для анализа и моделирования переноса. JETTO [80] — еще один код, который широко использовался в прошлом. TRANSP и PTRANSP [81, 82] — аналогичные коды, разработанные в США.

Коды со свободной границей плазмы токамака: DINA [83], CORSICA [84] и TSC [85] — это коды со свободной границей с упрощенными транспортными моделями. Код DINA-CH был подключен к коду CRONOS для получения более

полного описания транспортной модели [86]. Точно так же TSC был связан с PTRANSP.

1.3. Магнитное управление плазмой в токамаках

Магнитное управление плазмой является одной из важнейших задач, которую необходимо решать одновременно с началом проектирования токамака. Действительно, система магнитного управления плазмой в токамаке, хотя и не обязательно в полной мере, необходима с первого запуска токамака. Кроме того, для успешного управления плазмой в проектируемых установках ITER и DEMO, необходима робастная быстродействующая система управления.

При проектировании систем магнитного управления плазмой в токамаках используются как Single-Input/Single-Output (SISO - один вход/один выход), так и Multi-Input/Multi-Output (MIMO - много входов/много выходов) системы.

Основными задачами магнитного управления плазмой являются:

• Вертикальная стабилизация: с тех пор как в 1972 году была опубликована новаторская статья Арцимовича и Шафранова [87], вертикально вытянутая плазма была применена на многих токамаках для улучшения характеристик. Однако такая конфигурация плазмы не являются вертикально устойчивой, что создает ограничение для максимального удлинения плазмы. В принципе, эту неустойчивость можно устранить, окружив плазму идеально проводящей стенкой. Однако на практике проводящая стенка способна только замедлять вертикальную неустойчивость, поэтому необходимы методы активной стабилизации посредством обратной связи.

• <u>Управление током плазмы</u>: омическое падение напряжения плазмы компенсируется с помощью нарастающих токов в окружающих катушках (особенно в центральном соленоиде), которые, как правило, предварительно запрограммированы перед разрядом. Однако сопротивление плазмы во время импульса может изменяться вследствие изменения параметров плазмы (например, температуры); кроме того, включение внешнего источника тока во время импульса может привести к уменьшению доли индуктивного тока плазмы на величину, которую априори может быть трудно оценить. Поэтому управление с обратной связью необходимо для поддержания заданного значения тока плазмы.

• <u>Управление положением плазменного шнура</u>: положение плазмы управляется с помощью токов в катушках полоидального поля. Положение плазменного шнура оценивается с помощью магнитной диагностики, при этом определяется возмущение магнитного поля из-за смещения плазмы. Совместное управление горизонтальным и вертикальным положением и током плазмы часто упоминается как *RZI_p* – управление [63].

• <u>Управление формой плазмы</u>: управление формой плазмы даёт ряд преимуществ. Точная форма плазмы может привести к улучшению удержания энергии и частиц [71]. Кроме того, управление положением ударных точек на диверторных пластинах может более равномерно распределять потоковые нагрузки [72, 73]. Двумя основными подходами к управлению формой являются управление зазорами (gap control) [74-77], где управляемыми переменными являются зазоры между сепаратрисой и первой стенкой токамака в выбранных точках, и управление по значениям магнитного потока в наборе точек на сепаратрисе (isoflux control) [78-80], т.е. выравнивание магнитного потока на сепрпатрисе. Дополнительная трудность заключается в том, что форма плазмы не может быть определена напрямую, и поэтому оценивается с помощью кодов (алгоритмов) восстановления равновесия плазмы по имеющимся магнитным измерениям [81, 82].

1.4. Магнитная диагностика плазмы

Диагностика плазмы является инструментом для определения и исследования свойств высокотемпературной плазмы. С физической точки зрения, параметры плазмы должны быть определены, чтобы достичь лучшего понимания физики плазмы. За измерениями в данной области обычно стоит

много сложной физики и математики. Временное разрешение измерений может варьироваться от нескольких секунд до наносекунд или даже меньше. Оценка этих измерений является трудоемким процессом, который обычно выполняется после плазменного разряда.

С другой стороны, инженеры заинтересованы в точном управлении и безопасной эксплуатации реактора. Таким образом, существует потребность в большом количестве сигналов, поступающих в режиме реального времени от плазменной диагностики в устройство управления, которые могут быть использованы для целей управления. Время дискретизации сигналов управления должно быть меньше, чем у исполнительных устройств. Это могут быть клапаны для газонапуска или тиристорные выпрямители, их частотный диапазон может варьироваться от нескольких Гц до нескольких кГц. Основные физические принципы плазменной диагностики описаны в [77, 88].

Система магнитной диагностики состоит из большого количества магнитных зондов (катушек Мирнова) и магнитных петель, окружающих плазму. Это важная система, поскольку она в реальном времени генерирует основные параметры плазмы, которые необходимы для формирования сигналов для управления плазмой. Основные типы используемых катушек и петель показаны на рисунке 1.8.

Ток плазмы I_p рассчитывается путем интегрирования сигнала с пояса Роговского. Магнитные зонды (pick-up coils) измеряют полоидальную (B_{θ}) и радиальную (B_R) компоненты магнитного поля (в тороидальной системе координат: R – радиус от центра плазмы, θ – полоидальный угол вокруг плазмы по малому радиусу, φ – тороидальный угол вокруг плазмы по большому радиусу). Датчик, параллельный плазменному шнуру (flux loop), используется для измерения магнитного потока. Для определения нормированного давления β_N и связанного с ним времени удержания энергии τ_e используются диамагнитные петли (diamagnetic loops).



Рис. 1.8. Схематический рисунок тороидальной плазмы, показывающий основные типы индуктивных датчиков

Магнитный зонд

Магнитные зонды являются одними из старейших магнитных датчиков. Их действие основано на фундаментальном законе индукции Фарадея. Выходной сигнал магнитного зонда:

$$V = -n\frac{d\phi}{dt} = -nS\frac{dB}{dt},$$

где ϕ - магнитный поток, проходящий через катушку, охватывающую область *S* и имеющую число витков *n*.

Пояс Роговского

Для измерения тока плазмы используется пояс Роговского (Рис. 1.9). Проводник, в котором измеряется ток, окружен данной катушкой. В токамаке этим проводником является плазма. Принцип работы этого датчика основан на законе Фарадея. Если катушка внесена в магнитное поле, то выходное напряжение представляет собой сумму напряжений, индуцированных в каждом элементарном витке (все витки соединены последовательно и перпендикулярны плоскости катушки).



Рис. 1.9. Пояс Роговского

Индуцированное напряжение пропорционально количеству витков *n*, площади одной обмотки *S* и изменяющемуся магнитному потоку *ф* через один виток, Ф – полный поток:

$$\Phi = \frac{n}{L} \oint \phi dl = \frac{nS}{L} \oint B dl$$
, где L – это длина пояса. В то же время по закону

Ампера о циркуляции магнитного поля $\mu_0 I_P = \oint B dl$, отсюда ток плазмы пропорционален потоку в поясе $\mu_0 I_P = \frac{L}{nS} \Phi$. Напряжение на поясе равно

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 nS}{L} \frac{dI_P}{dt}$$
 и в итоге ток плазмы равен $I_P = -\frac{L}{\mu_0 nS} \int V dt$

Магнитные петли

Выходной сигнал с магнитной петли: $V = -n \frac{d\phi}{dt}$,

Поскольку у магнитных петель большая площадь, то для вычисления магнитного потока нельзя использовать формулу $\phi = BS$, поэтому измеряется поток, а не магнитное поле.

Седловая петля

Седловая петля (saddle loop) состоит из большой одно- или многовитковой катушки седловидной формы, установленной на стенке вакуумной камеры

токамака. Она может рассматриваться как большой магнитный зонд. Магнитный поток через петлю

$$\phi = nSB_{\perp},$$

где *n* - количество витков, *S* - площадь петли, а *B*_⊥ - средняя составляющая магнитного поля, нормальная к поверхности, на которой установлена петля.

Эти катушки измеряют вертикальное магнитное поле, с помощью которого определяется горизонтальное положение плазмы. Интегрированный выходной сигнал этих катушек используется для расчета положения плазмы в режиме реального времени.

Эти катушки используются для измерения положения плазмы (седловая петля горизонтального потока для вертикального смещения и седловая петля вертикального потока для горизонтального смещения), которое может быть определено путем измерения полоидального поля в различных областях и сравнения сигналов друг с другом. При этом седловые петли расположены так, что когда плазма находится в центре поток на через петлю равен нулю, а при малых смещениях плазмы, поток через петлю в первом приближении пропорционален смещению.

Диамагнитные петли

Диамагнитные петли измеряют изменяющуюся во времени часть тороидального потока, содержащегося в полоидальном сечении, и охватывают полоидальное сечение токамака. Они обеспечивают измерение нормированного давления плазмы β_N .

1.5.Выводы

Магнитное управление плазмой является ключевым звеном, обеспечивающим работоспособность токамаков [89, 90], и следует отметить, что данная область активно развивается в течение последних десятилетий [91-97]. Магнитное управление, состоит в использовании системы катушек для поддержания или изменения тока, положения и формы плазмы, а также вертикальной стабилизации плазмы в случае вытянутой плазмы и эффективного управления токами, протекающими в каскаде катушек полоидального поля [98-100]. При этом необходимо подчеркнуть, что отсутствуют стандарты для разработки эффективной и надежной структуры системы магнитного управления плазмой, а значит нельзя считать задачу выбора и разработки системы магнитного управления плазмой в токамаке решенной окончательно. В мировой практике существуют конкурирующие подходы к стабилизации плазмы по вертикали:

- стабилизация вертикальной скорости плазмы около нуля (применяется на таких установках как JET, DIII-D, ITER, EAST, KSTAR, NSTX) и
- стабилизация вертикального положения плазмы (применяется на установках ASDEX Upgrade, JT-60SA, Глобус-М/М2, T-11М).

Существуют и различные подходы к управлению формой плазмы:

- управление формой плазмы по значениям зазоров между сепаратрисой и первой стенкой (используется на установках: JET, ITER, ASDEX Upgrade) и
- управление формой плазмы по значениям магнитного потока в наборе точек на сепаратрисе (используется на установках: DIII-D, TCV, EAST, KSTAR), имеющие свои достоинства и недостатки, обуславливающие их применение на конкретных установках.

Отсюда и отсутствие стандартов для разработки систем управления плазмой в токамаках, что говорит о продолжающемся развитии данной области. Тем более, что эта область должна получить достаточное развитие для надежного применения систем магнитного управления плазмой в термоядерных электростанциях при их круглосуточной работе.

Глава 2. Системы управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в прототипе токамака Т-15МД

2.1.Постановка задачи

В начале 1970-х годов было выдвинуто предположение, что вытягивание плазмы в токамаке в вертикальном направлении может при том же тороидальном магнитном поле привести к увеличению давления плазмы [101]. В течение последующих десятилетий имеется тенденция конструирования токамаков, позволяющих получить в ходе плазменного разряда вытянутую по вертикали плазму. Поэтому, в связи с тем, что в вытянутом по вертикали токамаке плазма вертикально неустойчива [57], есть необходимость в разработке и синтезе систем управления положением плазмы в токамаке, которые могут позволить избежать срывов плазмы в течение всего плазменного разряда. Из-за относительно большой мощности, затрачиваемой на стабилизацию положения плазмы, возникает проблема выбора исполнительного устройства. В данной главе рассматривается задача выбора исполнительного устройства для прототипа токамака Т-15МД (Рис. 2.1), который сооружен в НИЦ «Курчатовской институт» (Москва, Россия) [7, 102]. Токамак Т-15МД характеризуется следующими проектными параметрами: большой радиус 1,48 м, малый радиус 0,67 м, аспектное отношение 2,2, вытянутость 1,8, ток 2 МА, длительность плазменного разряда порядка 10 с.

Для управления вертикальным положением плазмы в токамаках применялись системы управления с различными регуляторами и законами управления: ПИД-регулятор [103], H_{∞} робастный регулятор [104], дискретный адаптивный регулятор, близкий к оптимальному по времени [105], адаптивный регулятор вертикальной скорости [52], управление с прогнозирующей моделью [106, 107], LQG-регулятор [108] и другие. Эти регуляторы имеют динамику, поэтому они не являются простыми с технической точки зрения при внедрении и работе в системах управления с обратной связью.



Рис. 2.1. (а) токамак Т-15МД¹; (б) вид устройства токамака с катушкой горизонтального поля

В первой части данной главы предлагается использовать простейший подход к управлению без дополнительной динамики в обратной связи, а именно статический закон управления, основанный на решении задачи размещения полюсов замкнутой системы управления [109]. Такое техническое решение может быть достигнуто при наличии набора соответствующих выходных знания простейшей модели плазмы, измерений и полученной путем идентификации нелинейного кода DINA [110]. Таким образом, ставится задача разработки методики настройки системы путем изменения только одного характерного параметра для многофазного тиристорного выпрямителя в качестве исполнительного устройства, а также проведения сравнительного анализа влияния двух типов исполнительных устройств (многофазного тиристорного выпрямителя и транзисторного инвертора напряжения) на характеристики систем управления с обратной связью. Во второй части данной главы рассмотрены различные регуляторы, синтезированные с помощью метода

¹ https://nauka.tass.ru/nauka/11401261

LMI, при наличии возмущений типа малый срыв и задающего воздействия. При этом учитывалось наличие неопределенностей в модели объекта управления.

Задача, решаемая в данной главе — анализ влияния типа исполнительного устройства на характеристики системы управления вертикальным положением плазмы в токамаке Т-15МД, определение основных характеристик систем управления (требуемой мощности исполнительного устройства, запасов робастной устойчивости и т.д.) и выбор наилучшего регулятора для дальнейшего применения в практике физических экспериментов.

2.2. Физика вертикальной неустойчивости плазмы

Вытянутая плазма становится неустойчивой при вертикальном смещении. Это вызвано действием сил, растягивающих плазменный [72]. шнур Стабилизация плазменного шнура В горизонтальном направлении осуществляется с помощью вертикального магнитного поля. Как следствие, возникают силы, препятствующие увеличению большого радиуса плазменного витка с током. Магнитное поле B_R с радиальной составляющей, направленной внутрь (к оси токамака Z) в верхней половине плоскости и направленной наружу (от оси токамака Z) в нижней половине плоскости, создается катушками, чтобы вызвать удлинение плазмы по вертикали (Рис. 2.2, а). Таким образом силовые линии результирующего магнитного поля В становятся выпуклыми по направлению к центральной оси токамака. Сила Ампера $\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}$ [111] сонаправлена с осью Z в верхней полуплоскости и противоположно направлена – в нижней полуплоскости (Рис. 2.2, б). Плазма находится в равновесии до тех пор, пока распределения тока и магнитного поля полностью симметричны относительно радиальной оси токамака, а значит результирующая сила Ампера равна нулю. Если происходит возмущение, например, плазма немного смещается вверх, то в верней плоскости будет больше тока, чем в нижней, и как следствие результирующая сила Ампера будет направлена вверх. Этот дисбаланс заставляет плазму двигаться вверх, тем самым еще больше увеличивая силу

Ампера, что приводит к необратимому, в отсутствие внешних управляющих воздействий, смещению плазмы.



Рис. 2.2. Иллюстрация возникновения вертикальной неустойчивости плазмы

На Рис. 2.3 а представлена электромагнитная система, на Рис. 2.3 б вертикальное сечение токамака T-15MД: CS – обмотки трех секций центрального соленоида, PF (Poloidal Field) – шесть обмоток полоидального поля, с помощью этих обмоток осуществляется удержание плазмы внутри камеры, а также управление формой и током плазмы. В конструкции токамака T-15MД предусмотрена пара катушек горизонтального поля (HFC – Horizon Field Coil), соединенных встречно-последовательно, которые предназначены для подавления вертикальной неустойчивости плазмы. Эти катушки расположены между вакуумной камерой и тороидальной обмоткой [40]. Данная пара катушек вместе с системой управления с обратной связью создает такое распределение магнитного поля, которое позволяет компенсировать результирующую силу Ампера и стабилизировать вертикальное положение плазмы.



Рис. 2.3. (а) электромагнитная система токамака Т-15МД; (б) вертикальное сечение токамака Т-15МД

2.3.Описание магнитной диагностики вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД

Рассматриваемый объект управления – плазма в токамаке Т-15МД характеризуется следующим набором входов и выходов: 10 входов (управляющие напряжения на обмотках) и 18 выходов (вертикальное положение плазмы, 10 токов в катушках управления, 6 зазоров между сепаратрисой плазмы и первой стенкой токамака, ток в плазме). При решении задачи стабилизации вертикального положения плазмы рассматривается один вход, соответствующий напряжению на быстрой обмотке (обмотке HFC) *U* и два выхода: вертикальное смещение плазмы *Z* и ток в быстрой обмотке *I*. Для измерения используемых при

синтезе системы управления входов и выходов применяется магнитная диагностика.

Вертикальное смещение плазменного шнура пропорционально разности радиальных потоков над и под плазменным шнуром $\Delta \psi$ и обратно пропорционально току плазмы I_p. Тогда вертикальное положение плазмы Z по формуле: $\Delta Z = k \frac{\Delta \psi}{I_p}$, где k – коэффициент определяется пропорциональности. Датчики горизонтального (радиального) магнитного потока находятся внутри вакуумной камеры и представляют собой четыре петли, расположенные в тороидальном направлении. Датчики установлены в двух точках (по две петли) по полоидальному обходу камеры на наружном и внутреннем обводах вакуумной камеры. Два комплекта поясов Роговского, для измерения тока плазмы, представляющие собой магнитные катушки с непрерывной намоткой, также расположены внутри вакуумной камеры. Каждый пояс Роговского состоит из 4-х частей и замкнут в полоидальном направлении, охватывая измеряемый ток плазмы. При этом сигнал с пояса Роговского: $U_{_{Gblx}} = K_{_{n. \text{ Por.}}} \frac{dl}{dt}$, где $K_{_{n. \text{ Por.}}}$ – постоянная пояса Роговского определяемая как: $K_{n.Poc.} = \mu_0 SN/L$, где: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \Gamma h/m$ – магнитная постоянная, S – площадь витка намотки, N – число витков в датчике, L – длина датчика. Для получения с пояса Роговского сигнала пропорционального измеряемому току его необходимо проинтегрировать. Измерение тока І и напряжения U в быстрой

2.4. Объект управления с моделью многофазного тиристорного выпрямителя в качестве исполнительного устройства

обмотке проводится с помощью поясов Роговского.

При синтезе систем управления в токамаке Т-15МД применялась неустойчивая линейная модель плазмы [112]
$$T_p \frac{dZ}{dt} - Z = K_p I,$$

модель катушки управления

$$L\frac{dI}{dt} + RI = U$$

и линейная модель многофазного тиристорного выпрямителя

$$T_a \frac{dU}{dt} + U = K_a V$$

Здесь Z – вертикальное смещение плазмы, I, U – ток и управляющее напряжение на катушке HFC. K_p и T_p – коэффициент усиления и постоянная времени модели плазмы, K_a и T_a – коэффициент усиления и постоянная времени модели выпрямителя.

Принимая во внимание экспериментальный опыт, полученный немецкими исследователями на токамаке ASDEX Upgrade [61], в качестве модели выпрямителя была выбрана линейная модель первого порядка.

Численные значения индуктивности и активного сопротивления обмотки горизонтального поля для токамака Т-15МД (обмотки управления): L = 0,0042 Гн, R = 0.09 Ом, были рассчитаны по данным предоставленным НИИЭФА им. Д.В. Ефремова [40]. Расчет индуктивности проводился следующим образом [113]. Известно, что индуктивность двух катушек с индуктивностями L_1 и L_2 соединенных встречно-последовательно равна $L = L_1 + L_2 - 2M$, где M – взаимная индуктивность катушек. Для расчета взаимных индуктивностей применялся метод эквивалентных контуров. Собственные индуктивности по следующей формуле $L_{1,2} = L_0 - \Delta$, где L_0 – катушек рассчитывались индуктивность плоской катушки с таким же средним диаметром d и такой же радиальной толщиной r, как и у рассматриваемой катушки, Δ – поправка, индуктивности, обусловленное конечностью учитывающая уменьшение аксиальной толщины (длины *a*) катушки. $L_0 = \frac{\mu_0}{8\pi} \omega^2 d\Psi$, где ω – число витков катушки, Ψ – величина, значение которой дано в [113] в зависимости от отношения $\rho = \frac{r}{d}$; поправка Δ определяется следующей формулой:

$$\Delta = \frac{\mu_0}{2} \omega^2 d \left[\frac{\pi}{3} \gamma - \frac{25}{72} \gamma^2 - \frac{\rho^2}{8} + \frac{19}{768} \alpha^2 \rho^2 - \frac{\gamma^4}{180} + \frac{67}{7200} \gamma^2 \rho^2 - \frac{17}{3840} \rho^4 - \left(\frac{\rho^2}{24} + \frac{7}{384} \alpha^2 \rho^2 + \frac{11}{2880} \rho^4 \right) \ln \frac{4}{\alpha} - \left(\frac{\gamma^3}{6} - \frac{\rho^2 \gamma^2}{120} \right) \ln \frac{1}{\gamma} \right], \ \gamma = \frac{r}{a}.$$

Сопротивление обмотки управления рассчитывалось по формуле $R = \rho_{Me\partial u} \frac{l}{S}$, где $\rho_{Me\partial u} = 0,017 \frac{O_M \cdot MM^2}{M}$ – удельное сопротивление меди, l – длина провода, S – площадь поперечного сечения. Ток в этой катушке создает горизонтальное магнитное поле в Т-15МД.

Постоянная времени в модели плазмы $T_p = 20,8$ мс, была определена идентификацией нелинейного плазмофизического кода DINA, настроенного для вертикально вытянутой плазмы в токамаке Т-15МД [114]. При этом для модели плазмы в токамаке T-15MД с распределёнными параметрами движение плазмы по вертикали аппроксимировалось неустойчивым динамическим звеном первого порядка по входо-выходным сигналам кода ДИНА с достаточно высокой точностью (Рис. 2.4). Простота модели плазмы является её достоинством, так как позволяет детально исследовать и сравнивать сложные нелинейные замкнутые системы управления неустойчивым вертикальным положением плазмы. Данная модель также обладает свойством надёжности, поскольку она применялась при синтезе систем управления положением плазмы на действующих токамаках: сферическом токамаке Глобус-М2 и токамаке Т-11М [8]. Коэффициент усиления $K_p = 1,78$ см/кА был оценен с помощью линеаризованной модели DINA-L для токамака Т-15МД в заданной точке сценария [112]. Коэффициент усиления и постоянные времени модели многофазного тиристорного выпрямителя составляют $K_a = 2000$ и $T_a = 3,3$ мс, соответственно.



Рис. 2.4. Вертикальное смещение плазмы на коде DINA при эволюции свободной плазмы и экспоненциальной идентификации для токамака Т-15МД: — — вертикальное положение, — — экспоненциальная идентификация неустойчивого вертикального положения

Следовательно, передаточная функция модели объекта управления W(s) представляет собой последовательное соединение передаточных функций (Рис. 2.5):

• модели плазмы –
$$W_p(s) = \frac{K_p}{T_p s - 1}$$
,

- модели катушки горизонтального поля HFC $W_c(s) = \frac{K_c}{T_c s + 1}$ ($K_c = 1/R = 11,11$ Ом⁻¹, $T_c = L/R = 46,7$ мс)
- модели многофазного тиристорного выпрямителя (исполнительного устройства) – $W_a(s) = \frac{K_a}{T_a s + 1}$,

Для исследования работоспособности системы при насыщении сигналов в замкнутую систему управления были введены блоки насыщения: на входе модели выпрямителя и на выходе модели катушки *HFC*.



Рис. 2.5. Структурная схема замкнутой трехконтурной системы управления вертикальным положением плазмы Z с моделью выпрямителя в виде инерционного звена

При моделировании системы на вход объекта управления подавалось задающее воздействие по Z, а также аддитивное возмущение w, включающее все неопределённости модели плазмы. В линейных системах одно внешнее воздействие можно привести к другому в соответствующих точках действия на систему [115].

2.5.Система управления по состоянию (Исполнительное устройство – многофазный тиристорный выпрямитель)

2.5.1. Синтез линейного закона управления по состоянию

Для синтеза регулятора по состоянию был использован метод модального синтеза обратной связи по состоянию [109, 116, 117]. Данный метод позволяет замкнуть систему обратной связью, которая обеспечивает необходимое размещение полюсов замкнутой системы. Метод может быть применен к рассматриваемому объекту управления, поскольку он управляем и все компоненты вектора состояния, а именно Z, I и U, доступны для физических измерений.

Коэффициенты обратной связи *K*₁, *K*₂, *K*₃ (Рис. 2.5) обеспечивают размещение полюсов замкнутой системы в левой полуплоскости комплексной плоскости (первая степень свободы).

При расчете коэффициентов обратной связи сначала были вычислены последовательно передаточные функции замкнутых подсистем W_1 , W_2 , W_3 с выходами Z, I и U, начиная с W_3 и одним общим входом, на который подается задающее воздействие при $K_0=1$:

U-loop:
$$W_3 = \frac{K_a}{T_a s + 1 + K_3 K_a}$$
, выход U.

I-loop:
$$W_2 = \frac{K_c W_3}{T_c s + 1 + K_2 K_c W_3}$$
, выход I,

__ __

Z-loop:
$$W_1 = \frac{K_p W_2}{T_p s - 1 + K_1 W_2 K_p} = \frac{K_p K_c K_a}{\lambda(s)}$$
, выход Z.

После подстановки в W_l всех переменных и приведения к каноническому виду в знаменателе получается характеристический полином замкнутой системы $\lambda(s)$, который приравнивается к нулю:

$$\lambda(s) = T_a T_c T_p s^3 + (T_a (T_p - T_c) + T_p T_c (K_3 K_a + 1)) s^2 + ((T_p - T_c) (K_3 K_a + 1) - T_a + K_a T_p K_c K_2) s + K_a (K_p K_c K_1 - K_2 K_c - K_3) - 1 = 0.$$

Для нахождения значений коэффициентов K_1 , K_2 , K_3 , при которых полюса системы будут расположены в точках $-s_1$, $-s_2$, $-s_3$, записывается желаемый характеристический полином

$$(s+s_1)(s+s_2)(s+s_3) = s^3 + (s_1+s_2+s_3)s^2 + (s_1s_2+s_1s_3+s_3s_2)s + s_1s_2s_3 = 0,$$

приравниваются коэффициенты при соответствующих степенях *s* желаемого и полученного характеристического полиномов, и разрешается система относительно искомых коэффициентов:

$$\begin{split} K_{1} &= \left(T_{a}T_{c}T_{p}s_{1}s_{2}s_{3} + K_{a}K_{2}K_{c} + K_{a}K_{3} + 1\right) / \left(K_{a}K_{p}K_{c}\right), \\ K_{2} &= \left(\left(s_{1}s_{2} + s_{1}s_{3} + s_{3}s_{2}\right)T_{a}T_{c}T_{p} - \left(T_{p} - T_{c}\right)K_{3}K_{a} + T_{a} - T_{p} + T\right) / \left(K_{a}T_{p}K_{c}\right), \\ K_{3} &= \left(T_{a}T_{c}T_{p}\left(s_{1} + s_{2} + s_{3}\right) - T_{p}T_{c} - T_{a}T_{p} + T_{a}T_{c}\right) / \left(T_{p}T_{c}K_{a}\right). \end{split}$$

Коэффициент K_0 (вторая степень свободы) выбирается из условия равенства выходного сигнала Z задающему воздействию r в установившемся режиме [116]. В итоге, закон управления синтезируется в виде линейной комбинации выходных сигналов модели объекта с учетом задающего воздействия r по вертикальному смещению Z (Рис. 2.5)

$$V = -K_1 Z - K_2 I - K_3 U + K_0 r \, .$$

2.5.2. Математическое моделирование замкнутой системы

Для оптимизации синтезированной системы с обратной связью получены графики выходных сигналов при подаче на вход замкнутой системы задающего воздействия различной величины и при расположении полюсов в различных точках комплексной плоскости. Чтобы оптимизировать поведение системы наиболее эффективным и простым способом, был выбран единственный регулируемый параметр системы λ , который отвечает за точку, в которую помещаются кратные полюса $s = -100\lambda$ с⁻¹. Тогда коэффициенты обратной связи:

$$K_{1} = \left(T_{a}T_{c}T_{p}\lambda^{3} + K_{a}K_{2}K_{c} + K_{a}K_{3} + 1\right) / \left(K_{a}K_{p}K_{c}\right),$$

$$K_{2} = \left(3\lambda^{2}T_{a}T_{c}T_{p} - \left(T_{p} - T_{c}\right)K_{3}K_{a} + T_{a} - T_{p} + T\right) / \left(K_{a}T_{p}K_{c}\right),$$

$$K_{3} = \left(3\lambda T_{a}T_{c}T_{p} - T_{p}T_{c} - T_{a}T_{p} + T_{a}T_{c}\right) / \left(T_{p}T_{c}K_{a}\right).$$



0,1

t, c

I, A

0

0

-2000







Рис. 2.6. Графики переходных процессов в системе с выпрямителем при ее настройке и определении качества работы при ступенчатом задающем воздействии по *Z*: (а) смещение, (б) ток, (в) напряжение при разных значениях настроечного параметра λ =1, 3, 5 при *r*=2 см, *s* = -100 λ с⁻¹; (г) смещение, (д) ток, (е) напряжение при фиксированном λ = 3 и *r*=1, 3, 5 см

Выбор отрицательных, действительных и равных полюсов обеспечивает монотонность (апериодичность) переходных процессов и устойчивость замкнутой системы. Моделирование системы управления проводилось в среде MATLAB/Simulink при различных значениях задающего воздействия r и параметра λ .

Для выбора наилучшего настроечного параметра λ на начальном этапе в качестве входного воздействия на систему подавался ступенчатый сигнал r = 2 см. Был проведен анализ переходных характеристик тока *I*, напряжения *U* и вертикального смещения *Z* для набора значений параметра $\lambda = 1, 3, 5$. Результаты моделирования показаны на Рис. 2.6 (а, б, в). При $\lambda = 3$ время установления (переходного процесса) составляет около 20 мс (Рис. 2.6 (а)). Дальнейшее увеличение параметра настройки λ существенно не изменяет время переходного процесса, но пиковые значения тока и напряжения значительно повышаются Рис. 2.6 (б, в).





Рис. 2.7. Зависимости: (а) времени переходного процесса от λ , (б) пиковых значений тока от задающего воздействия *r* при λ =3, (в) пиковых значений напряжения от *r* при λ =3

Выше обоснован выбор точки $s = -300 \text{ c}^{-1}$, как наилучшей для размещения полюсов замкнутой системы. Поэтому на следующем этапе значение параметра 45

настройки принимается равным λ = 3. При этом параметры регулятора, следующие:

 $K_1 = 243,3287 \text{ B/m}, K_2 = 0,0032 \text{ Om}, K_3 = 0,0013.$

Результаты моделирования и переходные характеристики при тестировании замкнутой системы ступенчатым входным воздействием для набора значений параметра r = 1, 3, 5 см, представлены на Рис. 2.6 (г, д, е). При этом пиковые значения тока и напряжения равны 7 кА и 5 кВ, соответственно, и достигаются при r = 5 см (Рис. 2.6).

2.5.3. Исследование запасов устойчивости системы

Анализ устойчивости замкнутой системы был выполнен с применением критерия устойчивости Найквиста [118]. Для каждого из трёх разомкнутых контуров *Z*-контура, *I*-контура и *U*-контура построена амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ, годограф Найквиста) [118], по которой осуществляется оценка запасов устойчивости по фазе и амплитуде.

При исследовании проводится рассмотрение каждого контура в отдельности. Для этого размыкается соответствующая обратная связь и рассчитывается передаточная функция системы между точками разрыва.

А) Для исследования первого контура необходимо разомкнуть обратную связь Z-loop. После преобразования разомкнутая система примет вид, приведенный на Рис. 2.8.

Передаточная функция этой системы:

$$\begin{split} W_{pa31} &= \frac{\frac{K_a}{T_a s + 1 + K_3 K_a} \frac{K_c}{T_c s + 1}}{1 + K_2 \frac{K_a}{T_a s + 1 + K_3 K_a} \frac{K_c}{T_c s + 1}} \frac{K_1 K_p}{T_p s - 1} = \\ &= \frac{K_1 K_p K_a K_c}{\left(\left(T_a s + 1 + K_3 K_a \right) \left(T_c s + 1 \right) + K_2 K_a K_c \right) \left(T_p s - 1 \right)}. \end{split}$$



Рис. 2.8. Разомкнутая система для первого контура

Характеристический полином системы:

$$T_{c}T_{a}T_{p}s^{3} + (T_{p}T_{a} + T_{p}T_{c} + T_{p}T_{c}K_{3}K_{a} - T_{c}T_{a})s^{2} + (T_{p} + T_{p}K_{3}K_{a} + T_{p}K_{2}K_{c}K_{a} - T_{a} - T_{c} - T_{c}K_{3}K_{a})s - (1 + K_{3}K_{a} + K_{2}K_{c}K_{a}) = \lambda(s).$$

Приравнивая его к нулю, получаем полюса разомкнутой системы. Для рассматриваемого случая, при расположении полюсов в точке s = -300 с⁻¹, полюса расположены в следующих точках:

-474,04 + 301,44 j, -474,04 - 301,44 j, 48,08.

На Рис. 2.9 приведены диаграммы Найквиста и Боде для рассматриваемого случая. Диаграмма Найквиста делает один оборот в положительном направлении вокруг точки (-1; *j*0), что согласуется с наличием одного полюса в правой полуплоскости. Запас устойчивости по амплитуде равен -8.88 дБ, запас устойчивости по фазе равен 47.5°.





Рис. 2.9. Диаграммы (а) Найквиста и (б) Боде для случая размыкания обратной связи Z-loop

Б) Для исследования второго контура необходимо разомкнуть обратную связь *I*-loop. После преобразования разомкнутая система примет вид, показанный на Рис. 2.10.



Рис. 2.10. Разомкнутая система для второго контура

Передаточная функция этой системы:

$$W_{pa32} = \frac{\frac{K_a}{T_a s + 1 + K_3 K_a} \frac{K_c}{T_c s + 1} K_2}{1 + K_1 \frac{K_p}{T_p s - 1} \frac{K_a}{T_a s + 1 + K_3 K_a} \frac{K_c}{T_c s + 1}} = \frac{K_2 K_a K_c (T_p s - 1)}{(T_a s + 1 + K_3 K_a) (T_c s + 1) (T_p s - 1) + K_1 K_p K_a K_a}$$

Характеристический полином системы:

$$T_{c}T_{a}T_{p}s^{3} + (T_{p}T_{a} + T_{p}T_{c} + T_{p}T_{c}K_{3}K_{a} - T_{c}T_{a})s^{2} + ((T_{p} - T_{c})(1 + K_{a}K_{3}) - T_{a})s - (1 + K_{3}K_{a} - K_{1}K_{c}K_{a}K_{p}) = \lambda(s).$$

Приравнивая его к нулю, получаем полюса разомкнутой системы. Для рассматриваемого случая, при расположении полюсов в точке s = -300 с⁻¹, полюса расположены в следующих точках:

35,15 + 203,09 j, 35,15 - 203,09 j, -970,29.

На Рис. 2.11 приведены диаграммы Найквиста и Боде для рассматриваемого случая. Диаграмма Найквиста делает два оборота в положительном направлении вокруг точки (-1; *j*0), что согласуется с наличием двух полюсов в правой полуплоскости. Запас устойчивости по амплитуде равен 9.25 дБ, запас устойчивости по фазе равен -57.9°.





Рис. 2.11. Диаграммы (а) Найквиста и (б) Боде для случая размыкания обратной связи I-loop

В) Для исследования третьего контура необходимо разомкнуть обратную связь U-loop. После преобразования разомкнутая система примет вид на Рис.2.12.



Рис. 2.12. Разомкнутая система для третьего контура

Передаточная функция этой системы:

$$W_{pa32} = \frac{\frac{K_a}{T_a s + 1} K_3}{1 + \left(K_2 + \frac{K_p}{T_p s - 1} K_1\right) \frac{K_a}{T_a s + 1} \frac{K_c}{T_c s + 1}} =$$

$$=\frac{K_{3}K_{a}(T_{c}s+1)(T_{p}s-1)}{(T_{c}s+1)(T_{p}s-1)(T_{a}s+1)+(K_{2}(T_{p}s-1)+K_{1}K_{p})K_{a}K_{c}}.$$

Характеристический полином системы:

$$T_{c}T_{a}T_{p}s^{3} + (T_{p}T_{a} + T_{p}T_{c} - T_{c}T_{a})s^{2} + (T_{p} - T_{c} - T_{a} + K_{2}K_{c}K_{a}T_{p})s - (1 + K_{2}K_{a}K_{c} - K_{1}K_{c}K_{a}K_{p}) = \lambda(s).$$

Приравнивая его к нулю, находим полюса разомкнутой системы. Для рассматриваемого случая, при расположении полюсов в точке s = -300 с⁻¹, полюса расположены в следующих точках:

-86,77 + 511,12 *j*, -86,77 - 511,12 *j*, -102,85.

На Рис. 2.13 приведены диаграммы Найквиста и Боде для рассматриваемого случая. Диаграмма Найквиста не делает оборотов в положительном направлении вокруг точки (-1; *j*0), что согласуется с отсутствием полюсов в правой полуплоскости. Запас устойчивости по амплитуде равен 24.7 дБ, запас устойчивости по фазе равен –83.3°.

Запасы устойчивости по фазе порядка 50° и по амплитуде порядка 8 дБ считаются достаточными для устойчивого функционирования замкнутой системы управления [118]. Численные значения запасов устойчивости, полученные для каждого из трех контуров *Z*-контура, *I*-контура и *U*-контура удовлетворяют данному критерию.





Рис. 2.13. Диаграммы Найквиста и Боде для случая размыкания обратной связи U-loop

устойчивости Достаточно обеспечить высокие запасы позволили синтезированной надежность живучесть системы, И т.е. сохранение работоспособности в условиях насыщения входного сигнала объекта и тока в обмотке горизонтального поля при неустойчивом объекте управления – плазме в токамаке.

На Рис. 2.14 показана работа системы управления при насыщении входного сигнала выпрямителя $V_{sat} = 1$ В при r = 5 см. На Рис. 2.15 приведены графики работы системы при насыщении тока в катушке и $I_{sat} = 3$ кА при r = 5 см. Система управления показала хорошее качество отработки сигнала в условиях насыщения входного сигнала выпрямителя и тока в катушке.



Рис. 2.14. Работа системы управления при насыщении входного сигнала выпрямителя: $V_{sat} = 1$ В при r = 5 см



Рис. 2.15. Работа системы управления при насыщении тока в катушке: $I_{sat} = 3$ кА при r = 5 см

2.5.4. Моделирование системы управления с полной моделью четырехквадрантного выпрямителя и сравнение с линейной моделью

Для подтверждения возможности применения многофазного тиристорного выпрямителя в контуре управления вертикальным положением плазмы был проведен численный эксперимент с использованием имитационной модели этого устройства (модель была построена К.И. Гайдамакой) [40]. Полная имитационная модель выпрямителя включает два тиристорных моста и схему импульсно-фазового управления [40]. Два тиристорных моста соединены встречно-параллельно для обеспечения режима работы в 4-квадрантах [119, 120].

Силовая часть управляемого трехфазного выпрямителя показана на Рис. 2.16 [120]. Она используется в мостах полной модели многофазного выпрямителя. Регулирование выходного напряжения в преобразователях с фазовым управлением осуществляется путем изменения фазы переключения соответствующих затворов тиристорного моста. Мосты могут управляться совместно или раздельно. Раздельное управление позволяет предотвратить протекание циркуляционного тока между двумя мостами. Поскольку в любой момент времени работает только один мост, между двумя мостами не циркулирует ток, и нет необходимости использовать индуктор для ограничения величины циркулирующего тока. Необходимость переключения между мостами при изменении направления тока ограничивает использование этого режима работы в контуре управления вертикальным положением плазмы. Это связано с тем, что при стабилизации плазмы величины отклонений малы, возмущения компенсируются малым током различной направленности. Для реверсирования тока в режиме раздельного управления возникает временная задержка при переключении мостов. Во время этой задержки ток равен нулю, поэтому компенсация возмущений невозможна.

В другом режиме работы мост 1 работает как выпрямитель, тогда как мост 2 работает как инвертор. Поскольку выходные напряжения двух мостов различны, между двумя мостами будет протекать циркуляционный ток. Этот ток

можно ограничить, используя катушку индуктивности. Её индуктивность подбирается так, чтобы циркуляционный ток не превышал 10 % номинального тока.



Рис. 2.16. Схема управляемого трехфазного тиристорного выпрямителя.

На Рис. 2.17 приведена структурная схема управляемого выпрямителя. Питание выпрямителя осуществляется от силового трансформатора (СТ). Вентильные блоки (ВБ1, ВБ2) представляют собой трехфазные мостовые тиристорные выпрямители, управляемые системой импульсно-фазового управления (СИФУ), формирующей отпирающие импульсы в соответствии с величиной управляющего напряжения (U_{вх}). Вентильные блоки ВБ1 и ВБ2 соединены встречно-параллельно с применением балластных дросселей (БД) и замкнуты на индуктивную нагрузку (Н).



Рис. 2.17. Структурная схема управляемого выпрямителя с совместным управлением в 4-квадрантах

На Рис. 2.18 приведена структурная схема замкнутой системы управления с полной моделью выпрямителя. В блоке "Выпрямитель с катушкой" реализована полная модель четырех квадрантного выпрямителя, работающего на индуктивную нагрузку. В контур обратной связи по напряжению добавлен фильтр, позволяющий сгладить выходное напряжение выпрямителя и избежать возникновения автоколебательных режимов.



Рис. 2.18. Структурная схема замкнутой трехконтурной системы управления вертикальным положением плазмы Z с полной моделью выпрямителя

Схема замкнутой системы управления с точной имитационной моделью выпрямителя, работающего на индуктивную нагрузку, показана на Рис. 2.18. В блоке «Выпрямитель с катушкой» реализована модель многофазного тиристорного выпрямителя. Фильтр в обратной связи по напряжению, необходим для сглаживания выходного напряжения выпрямителя, что позволяет не допустить появления режимов автоколебаний.

На Рис. 2.19 показаны результаты численного моделирования работы замкнутой системы с полной моделью выпрямителя при совместном управлении преобразователями. Моделирование проводилось в среде имитационного моделирования MATLAB/Simulink. При разработке полной модели выпрямителя для реализации моделей тиристорных мостов, генераторов импульсов, балластных дросселей и катушки индуктивности использовались блоки из библиотеки SimPowerSystems.





Таким образом с помощью численного моделирования обоснована возможность использования модели выпрямителя в виде апериодического звена для разработки системы управления вертикальным положением плазмы. Несовпадение графиков напряжения вызвано принципом работы управляемого выпрямителя, но индуктивная нагрузка позволяет сгладить пульсации напряжения, поэтому графики тока для линейной и полной моделей практически совпадают. Графики вертикального смещения плазмы также практически совпадают, поскольку вертикальное положение плазмы управляется током в катушке HFC.

2.6.Релейная система управления (Исполнительное устройство – транзисторный инвертор напряжения)

2.6.1. Синтез релейного закона управления

Дальнейшее исследование системы направлено на анализ транзисторного инвертора напряжения в качестве исполнительного устройства в замкнутой системе управления, поскольку инвертор позволяет реализовать принцип максимального быстродействия [121, 122] (Рис. 2.20).



Рис. 2.20. Силовая часть инвертора напряжения [40]

транзисторного Исполнительное устройство на основе инвертора напряжения показано на Рис. 2.20. Оно состоит из IGBT Н-моста, нагруженного блока на катушку HFC, конденсаторов, зарядного выпрямителя И последовательного сопротивления для ограничения зарядного тока (IGBT биполярный транзистор с изолированным затвором). Блок конденсаторов обеспечивает накопление энергии (источник напряжения) для Н-моста. Также последовательно с HFC установлен датчик направления тока (CDS), который необходим для управления Н-мостом.

Работа исполнительного устройства состоит из нескольких этапов. В начале работы зарядный выпрямитель заряжает конденсаторную батарею до требуемого напряжения U_0 , а затем стабилизирует этот уровень напряжения. В основном режиме работы транзисторы VT1 и VT4 должны быть включены для

формирования положительного (в соответствии с Рис. 2.20) тока I_{HFC} или транзисторы VT2 и VT3 должны быть включены для формирования отрицательного тока I_{HFC} . В случае положительного тока I_{HFC} включение VT1 и VT4 приводит к увеличению I_{HFC} . Для уменьшения положительного I_{HFC} эти транзисторы необходимо отключить, чтобы ток *I_{HFC}* протекал через обратные диоды транзисторов VT2 и VT3, заряжая конденсаторную батарею. А при отрицательном *I_{HFC}* включение VT2 и VT3 приводит к большему отрицательному току *I_{HFC}*, а для уменьшения абсолютной величины отрицательного тока транзисторы VT2 и VT3 приходится выключать, чтобы ток I_{HFC} протекал через обратные диоды транзисторы VT1 и VT4, тем самым заряжая батарею коммутационная конденсаторов. Эта последовательность объясняет необходимость CDS для управления инвертором напряжения.

Выше описан основной режим работы инвертора напряжения только с двумя выходными состояниями: $U_{Out} = U_{HFC} = \pm U_0$. Третье выходное состояние $U_{Out} \approx 0$ также возможно, когда выключен только один из двух транзисторов, однако данный режим работы более сложен и в данной работе не рассматривается.

Для выхода из основного режима работы исполнительного устройства зарядный выпрямитель и все транзисторы Н-моста должны быть выключены. После демпфирования тока *I_{HFC}* дополнительный ключ разряжает батарею конденсаторов (для простоты не показан Рис. 2.20).

Блок-схема исполнительного устройства показана на Рис. 2.21.

Регулятор исполнительного устройства формирует уровни управления затворами транзисторных пар VT1, VT4 и VT2, VT3 соответственно, используя данные измерений тока I_{HFC} , сигнала от CDS, выходного напряжения U_{Out} и внешнего управляющего сигнала U_{Contr} . Второй функцией регулятора является стабилизация напряжения конденсаторной батареи на уровне U_0 .

Одной из важных задач регулятора является ограничение частоты коммутации, необходимое для ограничения рассеиваемой мощности при

переходных процессах коммутации в IGBT и его обратных диодах. Регулятор должен обеспечивать длительность статического состояния IGBT (длительности включенного или выключенного состояний) не менее t_{min} независимо от внешнего управляющего сигнала U_{Contr} . Следовательно, максимальная доступная выходная частота Н-моста никогда не должна превышать $f_{max} = 1/2t_{min}$.



Рис. 2.21. Блок-схема исполнительного устройства на базе инвертора напряжения [40]

На Рис. 2.22 приведена структурная схема замкнутой системы управления с моделью инвертора напряжения с временными зонами нечувствительности порядка 0,5 мс, которую разработал к.т.н. Е.А. Кузнецов (ГНЦ РФ ТРИНИТИ, г. Троицк) [40, 123].

Целесообразно синтезировать и исследовать эту систему в скользящем режиме [28]. Рассматриваемая релейная система представляет собой систему второго порядка, описываемую уравнениями:

$$\dot{Z} = \frac{1}{T_p} Z + \frac{K_p}{T_p} I, \qquad U = \begin{cases} M & \text{при } l > 0, \\ -M & \text{при } l < 0, \end{cases}$$
(1)
$$\dot{I} = -\frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U, \qquad U = \begin{cases} M & \text{при } l > 0, \\ -M & \text{при } l < 0, \end{cases}$$

где M – const. Уравнение $l = -K_1 Z - K_2 I$ определяет линию переключения.



Рис. 2.22. Структурная схема замкнутой системы управления вертикальным положением плазмы Z с моделью инвертора напряжения

Для исследования скользящего режима можно построить фазовый портрет рассматриваемой системы [124], состоящий из двух семейств фазовых траекторий, которые соответствуют значениям управляющего воздействия равным +*M* и –*M* и сшить их по прямой переключения (рис. 2.20).



Рис. 2.23. Фазовый портрет системы с релейным исполнительным устройством

Изображающая точка из любого начального положения должна попасть на прямую переключения s = 0. В окрестности этой прямой траектории обеих

семейств направлены навстречу друг другу, поэтому дальнейшее движение будет происходить в скользящем режиме вдоль прямой s = 0.

В идеальном случае скользящий режим определяется как движение вдоль поверхности переключения с бесконечно малой амплитудой и бесконечно большой частотой. В реальном случае движение в скользящем режиме происходит в приграничном слое поверхности (линии) переключения [28].

Для определения допустимых направлений движения необходимо построить конус допустимых направлений [124]. Границы траекторных воронок (правая и левая), образуемые допустимыми кривыми скольжения, описываются уравнениями (1), где знак плюс во втором уравнении соответствует одной границе, а минус – другой. Для получения уравнения граничных линий траекторных воронок необходимо разрешить систему (1), решение этой системы:

$$Z(t) = -\frac{K_p C_1}{T_p \left(\frac{1}{T_p} + \frac{R}{L}\right)} \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + C_2 \exp\left(\frac{1}{T_p}t\right) \mp \frac{K_p}{R}M,$$
$$I(t) = C_1 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \pm \frac{1}{R}M,$$

где постоянные C_1 и C_2 однозначно определяются из начальных условий $Z(0) = Z_0$, $I(0) = I_0$,

$$C_1 = I_0 \mp \frac{M}{R}, \ C_2 = Z_0 \frac{K_p \left(I_0 \mp \frac{M}{R}\right)}{T_p \left(\frac{1}{T_p} + \frac{R}{L}\right)} \pm \frac{K_p M}{R}.$$

Исключая время из системы решений Z(t), I(t), уравнение образующих траекторных воронок может быть записано следующим образом:

$$Z = \left(-\frac{K_p C_1}{T_p \left(\frac{1}{T_p} + \frac{R}{L}\right)} + C_2 \exp\left(\frac{1}{T_p} + \frac{R}{L}\right)\right) \frac{I \mp \frac{M}{R}}{C_1} \mp \frac{K_p}{R} M .$$

Для того чтобы определить область допустимых направлений движения точки по фазовой плоскости, необходимо простроить касательные к левой и правой ветви траекторной воронки в точке их пересечения.

Пусть траекторные воронки пересекаются в точке (Z_1, I_1) , тогда уравнение касательной к образующей может быть записано в следующем виде:

$$f = Z'(Z_1)(Z - Z_1) + I_1.$$

Полученные таким образом касательные к фазовым траекториям, определяют возможные направления движения точки на фазовой плоскости.

2.6.2. Сравнение системы с моделью выпрямителя и системы с моделью инвертора напряжения

Для сравнительного исследования систем управления было проведено их моделирование с различными типами исполнительных устройств в MATLAB/Simulink. На Рис. 2.24 представлены фазовые портреты и временные диаграммы переходных процессов по вертикальному положению, току и напряжению для системы с моделью выпрямителя при насыщении сигнала на выходе исполнительного устройства *U*=400, 800 и 1200 В (Рис. 2.24 (а)) и аналогичные графики для системы с инвертором напряжения (Рис. 2.24 (б)).

Кривые на нижнем графике Рис. 24 (г) представляют динамическое переключение напряжения в реальном времени между двумя заданными предельными напряжениями. Для инвертора напряжения максимальное напряжение было задано в модели инвертора, а для выпрямителя блок насыщения был размещен на выходе модели выпрямителя. Система исследовалась при ограничениях напряжения 400, 800, 1200 В, которые соответствуют допустимым напряжениям для системы управления вертикальным положением плазмы в токамаке Т-15МД.



Рис. 2.24. Фазовые портреты и временные зависимости смещения, тока и напряжения для системы с моделью выпрямителя (а, в) и системы с моделью инвертора напряжения (б, г)

При напряжении 400 В переходная характеристика в случае выпрямителя неприемлема для физических экспериментов, так как характеризуется значительным перерегулированием. При использовании инвертора напряжения перерегулирование значительно ниже, однако также существенно. Для 800 В и 1200 В переходные характеристики в обоих случаях были приемлемыми.

Таблица 1. Таблица максимальных отклонений по току для системы с моделью выпрямителя и системы с моделью инвертора напряжения при различных максимальных напряжениях на выходе исполнительного устройства (r = 2 см).

$U_{ m max}$	400 B	800 B	1200 B
Модель	3714 A	2513 A	2586 A
выпрямителя			
Модель	1998 A	2393 A	2612 A
инвертора			
напряжения			

В таблице 1 представлены максимальные отклонения тока при различных значениях ограничений напряжения на выходе исполнительного устройства. В результате численного анализа можно сделать вывод о целесообразности настройки ограничения на напряжение на уровне 800 В, так как в этом случае достигаются наилучшие переходные характеристики, а отклонения тока для обоих исполнительных устройств примерно равны (Рис. 2.24). Дальнейшее увеличение выходного напряжения исполнительного устройства не приведет к существенному изменению переходных характеристик вертикального положения плазмы Z, однако при этом существенно возрастет отклонение тока катушки управления.

2.7. Синтез LMI-регулятора при воздействии возмущений типа «малый

срыв»

2.7.1. Постановка задачи

Разработка и исследование системы стабилизации неустойчивого положения плазмы в токамаке T-15MД на квазистационарной фазе плазменного разряда при возмущениях типа «малый срыв» с помощью управляющего напряжения на катушках горизонтального поля, расположенных между тороидальной обмоткой и вакуумной камерой и включенных встречно-последовательно, является основной задачей данного раздела. Для решения задачи управления предложено применять метод линейных матричных неравенств (LMI – Linear Matrix Inequalities) [21, 22].

Определение 1: Линейным матричным неравенством в общей форме, относительно неизвестной матрицы *X* называется неравенство:

$$L(X) = D^{T}X + X^{T}D + \sum_{i=1}^{l} (E_{i}^{T}XF_{i} + F_{i}^{T}XE_{i}) + Q < 0,$$

где $Q \in S^n$, $^2 D \in R^{m \times n}$, $E_i \in R^{m \times n}$, $F_i \in R^{n \times n}$, $X \in R^{m \times n}$, i = 1, 2, ..., l.

Определение 2: Линейным матричным неравенством в стандартной форме, относительно неизвестных переменных $x_1, x_2, ..., x_n$ называется неравенство:

$$A(x) = A_0 + x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_n A_n < 0,$$

где $A \in S^n$, $x_i \in R^1$, i = 1, 2, ..., n.

Для нахождения неизвестных векторов LMI решается задача выпуклой оптимизации. Для системы неравенств вида H(x) < Q(x), неизвестная переменная *x* является решением задачи выпуклого программирования

min*t*,

$$s.t. H(x) < Q(x) + tI,$$

² *Sⁿ* - пространство симметричных матриц размерности *n*. Симметричная матрица – это матрица, элементы которой симметричны относительно главной диагонали.

где вектор x и скаляр t – искомые переменные, s.t. =subject to= при условии.

В настоящее время метод LMI активно применяется в различных областях теории управления, в частности, для синтеза регуляторов в обратной связи, о чем свидетельствует возросшее число публикаций, посвященных данной тематике в журналах и трудах конференций по теории управления. Линейные матричные неравенства позволяют решать целый ряд задач управления, например, задачи размещения полюсов замкнутой системы управления в заданных областях, стабилизации неустойчивого объекта по состоянию и выходу, H_{∞} -управления, и т.д.

При разработке неустойчивым системы управления вертикальным положением плазмы использовалась линейная модель, полученная линеаризацией плазмо-физического кода ДИНА, настроенного на плазму в Т-15МД, квазистационарной фазе токамаке на плазменного разряда. Структурная схема системы с обратной связью представлена на Рис. 2.25.



Рис. 2.25. Блок-схема замкнутой системы управления по состоянию вертикальным положением плазмы в токамаке T-15MД

Линейная модель объекта управления (плазмы в токамаке) в пространстве состояний представляется в виде:

$$\dot{x} = Ax + B_1 u + B_2 w,$$

$$y = Cx,$$
(2)

где $x = [U \ I \ Z]^T$ — доступное для измерения состояние системы, матрицы линейной модели:

$$A = \begin{bmatrix} \cdot \frac{1}{T_a} & 0 & 0 \\ \frac{K_c}{T_c} & \cdot \frac{1}{T_c} & 0 \\ 0 & \frac{K_p}{T_p} & \frac{1}{T_p} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_a}{T_a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_p}{T_p} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где (U(t) - напряжение, I(t) – ток в катушках управления, Z(t) – смещение плазмы в вертикальном направлении, P(t)=U(t)I(t) – мощность управления), u(t) – управление, y(t) – выход системы, w(t) – аддитивное возмущение; $T_a = 3,3$ мс, $T_p = 20,8$ мс, $T_c = 46,7$ мс – постоянные времени модели исполнительного устройства, модели плазмы и модели катушки горизонтального поля соответственно, $K_a = 2000, K_p = 1,78 \frac{CM}{KA}, K_c = 11,11 \frac{1}{OM}$ – коэффициенты усиления [40]. Неустойчивый полюс модели плазмы равен + $\frac{1}{T_p}$.

Пара матриц (A, B_1) в (2) управляема³: $rk \begin{bmatrix} B_1 & AB_1 & A^2B_1 \end{bmatrix} = 3$, и пара матриц (A, C) наблюдаема⁴: $rk \begin{bmatrix} C^T & (CA)^T & (CA^2)^T \end{bmatrix} = 3$ [12, 118, 125].

Закон управления $K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix}$ для различных постановок задачи LMI выбирается из класса линейных статических обратных связей по состоянию вида:

$$u=Kx.$$

³ Управляемость – свойство системы, показывающее возможность перевести систему из одного состояния в другое ограниченным входным воздействием.

⁴ Наблюдаемость – свойство системы, показывающее, можно ли по входу и выходу системы полностью восстановить состояние системы.

С помощью метода инвариантных эллипсоидов⁵ получено [33], что выход замкнутой системы управления (2), охваченной обратной связью по состоянию (3), остается в пределах полосы $||Z|| \le 0,02$ м для всех допустимых значений возмущений $||w|| \le 1,5461 \cdot 10^3$ А и при этом $||u|| \le 1$ В.

2.7.2. D-стабилизации для различных LMI областей

Рассмотрим решение задачи размещения полюсов системы в D-области методом LMI [22].

1) *D*_{*а.в*} область

Разместим полюса системы в вертикальной полосе:

 $D_{\alpha,\beta} = \left\{ x + iy \mid -\beta < x < -\alpha \right\}.$

(При $\beta = \infty$ получим полуплоскость, смещенную от мнимой оси влево на α) (Рис. 2.26).



Рис. 2.26. $D_{\alpha,\beta}$ область

Решим задачу синтеза регулятора по состоянию (3) для модели плазмы (2) путем размещения полюсов замкнутой системы в рассматриваемой области, тем

⁵ Эллипсоид с центром в начале координат $\varepsilon_x = \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P^{-1} x \le 1\}, P \succ 0 (P - матрица эллипсоида),$ называется инвариантным (по состоянию) для динамической системы (2), если из условия $x(0) \in \varepsilon_x$ следует $x(t) \in \varepsilon_x$ для всех моментов времени $t \ge 0$.

самым обеспечив устойчивость системы и требуемое качество управления. Система LMI, обеспечивающая выполнения условия *D*-устойчивости замкнутой системы, может быть записана в виде [22]:

$$\begin{cases} Y > 0, \\ AY + YA^{T} + B_{1}F + F^{T}B_{1}^{T} + 2\alpha Y < 0, \\ AY + YA^{T} + B_{1}F + F^{T}B_{1}^{T} + 2\beta Y > 0. \end{cases}$$

Таким образом, система устойчива тогда, когда существуют матрицы F, Y, удовлетворяющие системе LMI. Решив систему LMI для области $D_{\alpha,\beta}$, найдем матрицы F и Y. Тогда закон управления по состоянию

$$K = FY^{-1}.$$





Рис. 2.27. Работа системы $D_{\alpha,\beta}$ -стабилизации вертикального положения плазмы: (а) r = 0,03 м; (б) w = -1500 А

При численном эксперименте на вход системы подавались ступенчатое задающее воздействие

$$Z_{ref} = r \left(1(t) - 1(t - T_r) \right),$$

где 1(t) – функция Хевисайда, r = 0.03 м, $T_r = 0.1$ с, и аддитивное возмущение

$$w = I_0 (1(t) - 1(t - T_w)),$$

 $I_0 = -1500$ A, $T_w = 0,1$ с. Устойчивые полюса замкнутой системы были размещены в вертикальной полосе $D_{250,350}$ на комплексной плоскости и равны

$$\{-294+595i, -294-595i, -278\}.$$

Результаты моделирования замкнутой системы управления представлены на Рис. 2.27.

2) *D*_{*a,r,9*}-область

Зададим $D_{\alpha,r,\vartheta}$ область, в которую будем помещать полюса системы, как пересечение двух различных областей: полуплоскости, смещенной от мнимой оси влево на α и сектора с центром в точке (0, 0), радиусом *r* и углом ϑ (Рис. 2.28):

$$D_{\alpha,r,\mathcal{G}} = \left\{ x + iy \mid x < -\alpha < 0, \ \left| x + iy \right| < r, \ \left| y \right| < x \tan \mathcal{G} \right\}.$$



Рис. 2.28. *D*_{*а,г,9*} область

Система LMI, с помощью которой может быть решена задача размещения полюсов системы в области $D_{\alpha,r,\vartheta}$:

1

$$\begin{cases} AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} + 2\alpha P < 0, \\ \begin{bmatrix} -rP & AP + B_{1}W \\ PA^{T} + W^{T}B_{1}^{T} & -rP \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} & AP - PA^{T} + B_{1}W - W^{T}B_{1}^{T} \\ -AP + PA^{T} - B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} & AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} < 0, \end{cases}$$

$$(4)$$

где знак \circ обозначает поэлементное произведение. Из решения *W* и *P* системы неравенств (4), получим матрицу коэффициентов обратной связи $K = WP^{-1}$.


Рис. 2.29. Работа системы $D_{\alpha,r,\vartheta}$ -стабилизации вертикального положения плазмы: (а) r = 0,03 м; (б) w = -1500 А

При численном эксперименте на вход системы подавались ступенчатое задающее воздействие r = 0,03 м, $T_r = 0,1$ с, и аддитивное возмущение $I_0 = -1500$ А, $T_w = 0,1$ с. При этом полюса замкнутой системы размещены в область $D_{250,350,30}$ (Рис. 2.28) и равны

$$\{-280+138i, -280-138i, -287\}.$$

Результаты моделирования приведены на Рис. 2.29.

3) Синтез H₂-регулятора

Данный раздел посвящен синтезу H_2 регулятора по состоянию, обеспечивающего устойчивость плазмы токамака, при воздействии на неё возмущений типа «малый срыв». При этом полученный регулятор должен обеспечивать заданный низкий уровень влияния возмущений на выход замкнутой системы управления, а также устойчивость системы.

Влияние возмущения w на выход системы z может быть представлено через передаточную функцию G(s) следующим образом:

$$z(s) = \underbrace{C\left(sI - (A + B_1K)^{-1}\right)B_2}_{G(s)} w(s).$$

Регулятор К должен гарантировать выполнение условия

$$\left\|G(s)\right\|_2 < \gamma$$

Система LMI для данной задачи:

$$\begin{cases} AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} + B_{2}B_{2}^{T} < 0, \\ \begin{bmatrix} -Z & CP \\ PC^{T} & -P \end{bmatrix} < 0, \\ trace(Z) < \gamma^{2}. \end{cases}$$
(5)

При этом для нахождения скалярного коэффициента γ решается оптимизационная задача:

$$\min_{P,Z,W,\rho} \rho \ (\rho = \gamma^2).$$

74

Матрица регуляторов обратной связи $K = WP^{-1}$, где W и P решения системы LMI (5).



Рис. 2.30. Работа системы стабилизации вертикального положения плазмы с H_2 -регулятором: (a) r = 0.03 м; (б) w = -1500 А

При численном эксперименте на вход системы подавались ступенчатое задающее воздействие r = 0,03 м, $T_r = 0,1$ с, и аддитивное возмущение $I_0 = -1500$ А, $T_w = 0,1$ с. Результаты моделирования представлены на Рис. 2.30: $\gamma = 11.86$.

4) Синтез H_2 регулятора с размещением полюсов в $D_{\alpha,r,\vartheta}$ -области

Данный раздел посвящен синтезу H_2 регулятора с размещением полюсов замкнутой системы в $D_{\alpha,r,9}$ -области. Для решения такой задачи в систему LMI одновременно включаются условия (4) и (5), при этом закон управления по состоянию $K = WP^{-1}$, где W и P – решения полученной системы LMI.



Рис. 2.31. Работа системы стабилизации вертикального положения плазмы для двух типов регуляторов: H_2 -регулятора с размещением полюсов замкнутой системы в $D_{\alpha,r,\vartheta}$ области – синий и регулятора по состоянию с 3-х кратным полюсом – красный

При численном моделирование на систему подавалось аддитивное возмущение $w = I_0 (1(t) - 1(t - T_w))$, w = -1000 А, $T_w = 0,1$ с. На Рис. 2.31 приведены графики переходных процессов в системе при использовании двух типов регуляторов: H_2 регулятора с размещением полюсов замкнутой системы в $D_{\alpha,r,\vartheta}$ области, и регулятора, полученного путём размещения полюсов замкнутой системы в заданной точке комплексной плоскости. Сравнение данных систем проведено по критерию требуемой мощности управления. Сначала была решена система LMI и найден оптимальный H_2 -регулятор, помещающий полюса системы в $D_{\alpha,r,\vartheta}$ область, и определена максимальная мощность управления. Затем была настроена система с 3-х кратным полюсом так, чтобы максимальная мощность управления была равной мощности управления первой системы. Результаты моделирования говорят о том, что регулятор, синтезированный методом LMI, обеспечивает лучшее отражение системой внешних возмущений. Такой подход дает преимущество по Z порядка 30% при равной мощности управления.

5) Синтез робастного H_2 регулятора с размещением полюсов в $D_{\alpha,r,\vartheta}$

области

Синтез робастного *H*₂-регулятора *K* с размещением полюсов замкнутой системы в D-области (Рис. 2.28)

$$D_{\alpha,r,\vartheta} = \left\{ x + iy \mid x < -\alpha < 0, \ \left| x + iy \right| < r, \ \left| y \right| < x \tan \vartheta \right\}$$

обеспечивает робастную устойчивость вертикального положения плазмы при возможном отклонении параметров модели плазмы от номинальных значений на 20% и минимальный уровень влияния аддитивного возмущения на выход замкнутой системы управления.

Связь выхода Z и возмущения w определяется в пространстве изображений по Лапласу уравнением Z(s) = G(s)w(s), где передаточная функция G(s) находится из модели объекта в пространстве состояний в виде:

$$G(s) = C(sI - (A + B_1K)^{-1})B_2.$$

В силу неравенства

$$||Z(s)||_{p} \leq ||G(s)||_{2} ||w(s)||_{p}$$

где $\|G(s)\|_2 = \left(trace \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(G(j\omega)^H G(j\omega)\right) d\omega\right)^{1/2}$, H – эрмитово сопряжение,

 $\left\|w(t)\right\|_{P} = \left(\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left\|w(t)\right\|^{2} dt\right)^{1/2} -$ энергия сигнала, регулятор *К* должен

гарантировать выполнение условия

$$\left\|G(s)\right\|_2 < \gamma \,.$$

Учитывая условие неопределенности параметров плазмы, матрицы *A* и *B*₂ модели представляются в виде:

$$A = A_0 + \delta_1 A_1 + \delta_2 A_2, \ B_2 = B_{2,0} + \delta_1 B_{2,1}.$$

Система LMI для решения данной задачи задается следующим образом:

$$\begin{cases} AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} + 2\alpha P < 0, \\ \begin{bmatrix} -rP & AP + B_{1}W \\ PA^{T} + W^{T}B_{1}^{T} & -rP \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} & AP - PA^{T} + B_{1}W - W^{T}B_{1}^{T} \\ -AP + PA^{T} - B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} & AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \sin \vartheta & \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & \sin \vartheta \end{bmatrix} < 0, \\ AP + PA^{T} + B_{1}W + W^{T}B_{1}^{T} + B_{2}B_{2}^{T} < 0, \\ \begin{bmatrix} -Z & CP \\ PC^{T} & -P \end{bmatrix} < 0, \\ trace(Z) < \gamma^{2}. \end{cases}$$

Для нахождения скалярного коэффициента γ решается оптимизационная задача:

$$\min_{P,Z,W} \rho (\rho = \gamma^2).$$

Из решений строки W и матрицы P системы неравенств в экстремальных точках

$$\Delta_E = \left\{ \delta = \left[\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_k \right] \middle| \delta_i = \delta_i^- \text{ или } \delta_i^+, \ i = 1, 2, \dots, k \right\}$$

политопа⁶ $\Delta = conv(\Delta_E)$, то есть в крайних точках интервалов изменения параметров модели плазмы, получается матрица-строка робастного регулятора

$$K = WP^{-1} = [-0,001 - 0,0051 - 1557,3].$$

При численном эксперименте на вход системы подавались ступенчатое задающее воздействие r = 0,03 м, $T_r = 0,1$ с, и аддитивное возмущение $I_0 = -1500$ А, $T_w = 0,1$ с. Результаты моделирования представлены на Рис. 2.32.



⁶ Политопом $P \subset \mathbb{R}^n$ называется выпуклая оболочка непустого набора точек $\{z_1, z_2, ..., z_m\} \subset \mathbb{R}^n$, а именно, $P = conv\{z_1, z_2, ..., z_m\}$. Очевидно, что множество экстремальных точек $P_E \subset conv\{z_1, z_2, ..., z_m\}$, т.е. любая экстремальная точка политопа P, должна быть точкой z_i , $1 \le i \le m$.



Рис. 2.32. Работа системы стабилизации вертикального положения плазмы с робастным H_2 регулятором с размещением полюсов в $D_{\alpha,r,\beta}$ области: (a) r = 0,03 м; (б) w = -1500 А

2.8. Границы устойчивости и радиус робастной устойчивости

2.8.1. Трехконтурная система управления

Для расчета границ устойчивости трехконтурной системы используется критерий Гурвица [118].

Характеристическое уравнение рассматриваемой системы (Рис. 2.25) имеет следующий вид:

$$T_{a}T_{p}T_{c}s^{3} + (-T_{a}T_{c} + T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} + K_{a}T_{c}T_{p}K_{1})s^{2} + (T_{p} - T_{a} - T_{c} - K_{a}T_{c}K_{1} + K_{a}T_{p}K_{1} + K_{a}T_{p}K_{c}K_{2})s - K_{a}K_{1} - K_{a}K_{c}K_{2} + K_{a}K_{p}K_{c}K_{3} - 1 = 0$$

Для уравнения третьего порядка вида согласно критерию Гурвица необходимым и достаточным условием устойчивости системы является выполнение следующих условий для коэффициентов уравнения:

$$a_0 > 0,$$

$$\Delta_1 = a_1 > 0,$$

$$\Delta_2 = a_2 a_1 - a_0 a_3 > 0,$$

$$\Delta_3 > 0 \Longrightarrow a_3 > 0.$$

Для исследуемой системы из характеристического уравнения получаем:

$$a_{0} = T_{a}T_{p}T_{c}, a_{1} = -T_{a}T_{c} + T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} + K_{a}T_{c}T_{p}K_{1},$$

$$a_{2} = T_{p} - T_{a} - T_{c} - K_{a}T_{c}K_{1} + K_{a}T_{p}K_{1} + K_{a}T_{p}K_{c}K_{2},$$

$$a_{3} = -K_{a}K_{1} - K_{a}K_{c}K_{2} + K_{a}K_{p}K_{c}K_{3} - 1.$$

Границы области устойчивости системы по критерию Гурвица определяются как границы области, задаваемой системой неравенств:

$$T_{p} > \frac{T_{a}T_{c}}{T_{a} + T_{c} + K_{a}T_{c}K_{1}},$$

$$T_{p} > \frac{T_{a} + T_{c} + K_{a}T_{c}K_{1}}{1 + K_{a}K_{1} + K_{a}K_{c}K_{2}},$$

$$K_{p} > \frac{1 + K_{a}K_{1} + K_{a}K_{c}K_{2}}{K_{a}K_{c}K_{3}},$$

$$K_{p} < \frac{1}{d} \left(T_{p}a + b + \frac{c}{T_{p}}\right),$$
(6)

где

$$\begin{split} &a = (T_a + T_c + K_a T_c K_1)(K_a K_1 + K_a K_c K_2 + 1), \\ &b = -(T_a + T_c + K_a T_c K_1)^2 - T_a T_c (K_a K_1 + K_a K_c K_2 + 1) + T_a T_c (K_a K_c K_2 + 1 + K_a K_1), \\ &c = T_a T_c (-K_a K_c K_2 - 1 - K_a K_1), \\ &d = T_a T_c K_a K_c K_3. \end{split}$$

2.8.2. Одноконтурная система управления

Передаточная функция регулятора имеет следующий вид:

$$\frac{-ds^3 - es^2 - fs - m}{s^3 + as^2 + bs + c}$$

Где численные значения параметров регулятора: $d = 622,7, e = 4,202 \cdot 10^{11}, f = 1,363 \cdot 10^{14}, m = 2,729 \cdot 10^{15}, a = 3,528 \cdot 10^8, b = 6,387 \cdot 10^{11}, c = 3,402 \cdot 10^{14}.$



Рис. 2.33. Одноконтурная система управления

Характеристическое уравнение рассматриваемой одноконтурной системы (Рис. 2.33) имеет вид:

$$\begin{aligned} T_{a}T_{c}T_{p}s^{6} + \left[T_{a}T_{c}T_{p}a + T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} - T_{a}T_{c}\right]s^{5} + \\ + \left[T_{a}T_{c}T_{p}b + a\left(T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} - T_{a}T_{c}\right) + T_{p} - T_{a} - T_{c}\right]s^{4} + \\ + \left[T_{a}T_{c}T_{p}a + b\left(T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} - T_{a}T_{c}\right) + a\left(T_{p} - T_{a} - T_{c}\right) - 1 + K_{a}K_{c}K_{p}d\right]s^{3} + \\ + \left[K_{a}K_{c}K_{p}e + c\left(T_{a}T_{p} + T_{c}T_{p} - T_{a}T_{c}\right) + b\left(T_{p} - T_{a} - T_{c}\right) - a\right]s^{2} + \\ + \left[K_{a}K_{c}K_{p}f + c\left(T_{p} - T_{a} - T_{c}\right) - b\right]s - c + mK_{a}K_{c}K_{p} = 0\end{aligned}$$

Каждая точка на плоскости параметров плазмы соответствует определенным коэффициентам характеристического уравнения. При этом *n* его корней, где n – порядок системы, также имеют фиксированные значения. Вся плоскость параметров может быть разделена на n+1 областей, каждая из которых будет состоять из точек, характеризуемых тем, что k корней находятся в левой полуплоскости, а (n-k) – в правой, где k принимает значения от 0 до n. Если в частном случае k = n, то это область является областью устойчивости [124].

Любая точка, расположенная на границе таких областей, соответствует расположению корней, при котором существует корень на мнимой оси $p = j\omega$. После подстановки выражения $p = j\omega$ (ω – действительное число) в характеристическое уравнение, разделения действительной и мнимой частей, приравнивания их к 0 и приведения уравнения к виду

$$T_p Q_1(\omega) + K_p P_1(\omega) + R_1(\omega) = 0,$$

$$T_p Q_2(\omega) + K_p P_2(\omega) + R_2(\omega) = 0,$$

получается системы уравнений:

$$\begin{split} T_{p} \left[-\omega^{6}T_{a}T_{c} + \omega^{4} \left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1 \right) - \omega^{2} \left(T_{a}c + T_{c}c + b \right) \right] + \\ + K_{p} \left[-\omega^{2}eK_{a}K_{c} + mK_{a}K_{c} \right] - \omega^{4} \left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c} \right) + \\ + \omega^{2} \left(T_{a}T_{c}c + \left(T_{a} + T_{c} \right)b + a \right) - c = 0, \end{split}$$
$$\begin{split} T_{p} \left[\omega^{5} \left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c} \right) - \omega^{3} \left(T_{a}T_{c}c + \left(T_{a} + T_{c} \right)b + a \right) + \omega c \right] + K_{p} \left[-\omega^{3}dK_{a}K_{c} + \omega fK_{a}K_{c} \right] - \\ -\omega^{5}T_{a}T_{c} + \omega^{3} \left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1 \right) - \omega \left(\left(T_{a} + T_{c} \right)c + b \right) = 0. \end{split}$$

Для решения полученной системы относительно параметров плазмы используется метод Крамера:

$$T_{p} = \frac{\begin{vmatrix} -R_{1}(\omega) & P_{1}(\omega) \\ -R_{2}(\omega) & P_{2}(\omega) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Q_{1}(\omega) & P_{1}(\omega) \\ Q_{2}(\omega) & P_{2}(\omega) \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{1}}{\Delta}, \ K_{p} = \frac{\begin{vmatrix} Q_{1}(\omega) & -R_{1}(\omega) \\ Q_{2}(\omega) & -R_{2}(\omega) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Q_{1}(\omega) & P_{1}(\omega) \\ Q_{2}(\omega) & P_{2}(\omega) \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{2}}{\Delta},$$
(7)

где,

$$\begin{split} &\Delta_{1} = \left[K_{a}K_{c}T_{a}T_{c}e + K_{a}K_{c}d\left(-T_{a}T_{c}a - T_{a} - T_{c}\right) \right] \omega^{7} + \\ &+ \left[-K_{a}K_{c}T_{a}T_{c}m - K_{c}e\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right) + \\ &+ K_{a}K_{c}f\left(-T_{a}T_{c}a - T_{a} - T_{c}\right) + K_{a}K_{c}d\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right) \right] \omega^{5} + \\ &+ \left[K_{a}K_{c}m\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right) + eK_{a}K_{c}\left(b + T_{a}c + T_{c}c\right) - \\ &- K_{a}K_{c}f\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right) - K_{a}K_{c}dc \right] \omega^{3} + \\ &+ \left[K_{a}K_{c}m\left(-\left(T_{a} + T_{c}\right)c - b\right) + K_{a}K_{c}fc \right] \omega, \\ \Delta_{2} &= -T_{a}^{2}T_{c}^{2}\omega^{11} + \left[2\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right)T_{a}T_{c} - \left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c}\right)^{2} \right] \omega^{9} + \\ &+ \left[-2\left(T_{a}c + T_{c}c + b\right)T_{a}T_{c} - \left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right)^{2} + \\ &+ 2\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right)\left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c}\right) \right] \omega^{7} + \\ &+ \left[2\left(T_{a}c + T_{c}c + b\right)\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right) - 2c\left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c}\right) \right] - \\ &- \left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right)^{2} \right] \omega^{5} + \\ &+ \left[-\left(T_{a}c + T_{c}c + b\right)^{2} + 2c\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right) \right] \omega^{3} - c^{2}\omega, \end{split}$$

$$\begin{split} &\Delta = K_{a}K_{c}T_{a}T_{c}d\omega^{9} + \left[eK_{a}K_{c}\left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c}\right) - fK_{a}K_{c}T_{a}T_{c} - \\ &- dK_{a}K_{c}\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}a + T_{c}a + 1\right)\right]\omega^{7} + \\ &+ \left[-mK_{a}K_{c}\left(T_{a}T_{c}a + T_{a} + T_{c}\right) - eK_{a}K_{c}\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right) + \\ &+ K_{a}K_{c}f\left(T_{a}T_{c}b + T_{a}aT_{c}a + 1\right) + dK_{a}K_{c}\left(T_{a}c + T_{c}c + b\right)\right]\omega^{5} + \\ &+ \left[mK_{a}K_{c}\left(T_{a}T_{c}c + T_{a}b + T_{c}b + a\right) + ecK_{a}K_{c} - \\ &- K_{a}K_{c}f\left(T_{a}c + T_{c}c + b\right)\right]\omega^{3} - K_{a}K_{c}mc\omega. \end{split}$$

Формулы (12) задают уравнение границы устойчивости на плоскости параметров модели плазмы (*T_p*, *K_p*) в параметрической форме.

Рассматриваются также значения \mathcal{O} , при которых определитель Δ равен 0. При таких значениях \mathcal{O} , в нашем случае $\mathcal{O} = 0$, получены не точки на плоскости параметров модели плазмы, а прямые

$$T_{p} = \frac{-cf + m(T_{a}c + T_{c}c + b)}{mc},$$

$$K_{a} = \frac{c}{mK_{a}K_{c}}.$$
(8)

Формулы (6)-(8) задают границы устойчивости замкнутых систем управления вертикальным положением плазмы в токамаке. После нормирования осей координат на координаты номинальной точки можно определить радиусы робастной устойчивости для систем с различными регуляторами.

Определение 3: Радиус робастной устойчивости – радиус окружности, центр которой расположен в номинальной точке на плоскости параметров системы управления в области устойчивости и которая касается границы области устойчивости. Как следствие, данный радиус есть минимальное расстояние от номинальной точки до границы области устойчивости системы (Рис. 2.34) [41].

2.9. Сравнительный анализ систем управления вертикальным положением плазмы в токамаке Т-15МД

Синтезированные в данной главе системы управления вертикальным положением плазмы в D-образном токамаке, а также система управления по выходу и система с робастным H_{∞} -регулятором [33, 37], синтезированные д.ф-

м.н. М.В. Хлебниковым, сравнивались между собой по практическим критериям, что позволило выявить практическую пригодность систем для реализации на реальной установке, а не на модели плазмы.

	Тип	Радиус	Пиковое значение мощности (Вт)			
	регулятора	робастной	при	при	при подаче	при сбросе
		устойчи-	подаче	сбросе	задающего	задающего
		вости	возмуще	возмуще-	воздей-	воздействия
			-ния	ния	ствия	
1	регулятор по	0,2238	$1,33.10^{6}$	$1,35 \cdot 10^{6}$	$1,62 \cdot 10^{6}$	$4,28.10^{6}$
	состоянию с					
	3-ёх кратным					
	полюсом					
2	<i>H</i> ₂ регулятор	0,4168	$1,18.10^{6}$	$6,35 \cdot 10^{5}$	$4,95 \cdot 10^{5}$	$3,05 \cdot 10^{6}$
3	робастный	0,6515	$1,65 \cdot 10^{6}$	$1,88.10^{6}$	$5,67 \cdot 10^7$	$7,74 \cdot 10^7$
	<i>H</i> ₂ регулятор					
	c					
	размещением					
	полюсов в					
	$D_{\alpha,r,g}$ области					
4	регулятор с	0,6609	$1,63 \cdot 10^{6}$	$1,74 \cdot 10^{6}$	4,08.107	5,95·10 ⁷
	размещением					
	полюсов в					
	$D_{\alpha,\beta}$ области					
5	H_2 регулятор	0,6630	$1,16.10^{6}$	$1,11.10^{6}$	$4,92.10^{6}$	$1,01.10^{7}$
	с					
	размещением					
	полюсов в					
	$D_{\alpha,r,g}$ области					
6	регулятор по	0,6848	$9,22 \cdot 10^5$	$1,24 \cdot 10^{6}$	9,48·10 ⁶	1,85.107
	выходу	ŕ		,	· ·	
7	регулятор с	0,7234	$1,15.10^{6}$	$1,11.10^{6}$	$4,77.10^{6}$	9,88·10 ⁶
	размещением					
	полюсов в					
	$D_{\alpha,r,g}$ области					
8	H_{∞} регулятор	0,8349	1,95·10 ⁶	$3,1.10^{6}$	$1,57 \cdot 10^{8}$	2,02.108

Таблица 2. Сравнительная таблица систем управления.

Сравнение систем управления, синтезированных для плазмы в токамаке, проводилось по трем критериям (Табл. 2):

(1) запас устойчивости, определяемый радиусом робастной устойчивости (Рис. 2.34);

(2) критерий требуемой мощности исполнительного устройства при действии внешнего возмущения (Рис. 2.35 (а));

(3) критерий требуемой мощности исполнительного устройства при действии задающего воздействия (Рис. 2.35 (б)).

Эти критерии должны учитываться при синтезе систем управления для действующих токамаков, поскольку системы с большим запасом устойчивости могут оставаться работоспособными при подключении регуляторов, синтезированных на моделях плазмы (параметры модели могут отличаться от экспериментальных параметров плазмы), в реальном физическом эксперименте на токамаке. Следует также отметить, что параметры плазмы могут меняться во время разряда, и робастный регулятор может обеспечить сохранение устойчивости и работоспособности замкнутой системы управления при изменении параметров плазмы.

Критерий требуемой мощности исполнительного устройства является важным при синтезе систем управления, так как этот критерий является решающим при выборе и разработке исполнительного устройства.

Анализ данных, полученных для 8 различных регуляторов, применяемых в обратной связи замкнутой системы управления неустойчивым вертикальным положением плазмы, показал, что:

- наибольший радиус устойчивости 0,8349 был получен для системы с робастным *H*_∞ регулятором, наименьший 0,2238 – для системы с регулятором по состоянию с 3-х кратным полюсом (Рис. 2.34);

- наибольшая мощность исполнительного устройства при наличии задающего воздействия требуется для системы с H_{∞} робастным регулятором 2,02·10⁸ Вт, наименьшая для системы с H_2 регулятором 3,05·10⁶ Вт (Рис. 2.35 (a));

- наибольшая мощность исполнительного устройства при наличии внешних возмущений требуется для системы с H_{∞} робастным регулятором и равна 3,1·10⁶ Вт, а наименьшая – для системы с расположением полюсов в $D_{\alpha,r,9}$ области, составляет 1,15·10⁶ Вт (Рис. 2.35 (б)).



Рис. 2.34. (а) нормализованные границы областей устойчивости и окружности, определяющие радиус робастной устойчивости, (б) гистограмма радиусов робастной устойчивости для систем управления с регуляторами из таблицы 1

Можно отметить, что системы с наибольшими значениями пиковой мощности имеют большие мнимые части полюсов (Рис. 2.36). В частности, для регулятора с размещением полюсов замкнутой системы в области $D_{\alpha,\beta}$ – полосе, мнимая часть полюсов в 4 раза больше, чем для регулятора с размещением полюсов системы в $D_{\alpha,r,\theta}$ области, ограниченной сектором. Размещение полюсов в $D_{\alpha,r,\theta}$ области позволяет ограничить диапазон мнимой части полюсов системы. Требуемая мощность исполнительного устройства при наличии

внешнего возмущения для регулятора $D_{\alpha,r,\vartheta}$ в 1,5 раза меньше, чем для регулятора с размещением полюсов в $D_{\alpha,\beta}$ области (Рис. 2.35 (a)), а требуемая мощность исполнительного устройства при наличии задающего воздействия для регулятора $D_{\alpha,r,\vartheta}$ на порядок меньше, чем для регулятора с размещением полюсов в $D_{\alpha,\beta}$ области (Рис. 2.35 (a)). Поэтому при синтезе систем управления необходимо вводить в систему LMI условие, позволяющее ограничить мнимую часть полюсов, что, в результате, позволит уменьшить пиковую мощность.



Рис. 2.35. Гистограммы пиковых значений мощности: (а) возмущение w = 1500 A, (б) задающее воздействие r = 0.03 м



Рис. 2.36. Полюса замкнутых систем управления с различными типами регуляторов

Регулятор с расположением полюсов в области $D_{\alpha,r,\vartheta}$ является лучшим регулятором по трем критериям одновременно. Это регулятор под номером 7 в

таблице 1 и на гистограммах. Таким образом, проведенный анализ позволил синтезировать приемлемый для практики робастный регулятор, удовлетворяющий заданным критериям, для управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в вертикально вытянутых токамаках на примере модели плазмы в токамаке T-15MД.

2.10. Моделирование системы управления вертикальным положением плазмы на стенде реального времени

Для моделирования цифровых систем управления плазмой в токамаках в рамках договора о научно-техническом сотрудничестве между физическим факультетом МГУ имени М.В. Ломоносова и Институтом проблем управления имени В.А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН) в области моделирования физических процессов в токамаках и управления плазмой в реальном времени был создан уникальный цифровой стенд управления в реальном времени (Рис. 2.37) [126].



Рис. 2.37. Стенд реального времени⁷

⁷ https://www.ipu.ru/press-center/62866

Основой стенда являются две машины реального времени Speedgoat Performance, поставленные швейцарской компании Speedgoat. Первая машина реального времени – "Объект управления", она работает совместно со второй машиной реального времени "Регулятором" в режиме обратной связи.





Лучший по трем критериям аналоговый LMI-регулятор с расположением полюсов замкнутой системы управления в области $D_{\alpha,r,\theta}$ был дискретизирован вместе с моделью объекта управления и реализован на цифровом стенде реального времени. На Рис. 2.38 показана структурная схема системы управления с расположением полюсов в области, лежащей в единичном круге (чтобы цифровая замкнутая система управления была устойчивой), которая соответствует области $D_{\alpha,r,\theta}$ для вертикального положения плазмы в токамаке Т-15МД с учетом ее моделирования на двух машинах реального времени. Машина реального времени "Регулятор" содержит цифровой регулятор с 90

расположением полюсов дискретной системы управления в области, лежащей в единичном круге, которая соответствует области $D_{\alpha,r,\vartheta}$. Вектор состояния плазмы из цифровой модели объекта управления подается на вход цифрового регулятора через ЦАП (Цифро-аналоговый преобразователь), а управляющий сигнал поступает с выхода цифрового регулятора через АЦП (Аналогоцифровой преобразователь) на цифровую модель исполнительного устройства – многофазного тиристорного выпрямителя.



(a)



(б)

Рис. 2.39. Цифровые сигналы переходных процессов в реальном времени при действии: (а) задающего воздействия r = 0.03 м, (б) возмущения w = 1500 А

Вторая машина реального времени содержит цифровую модель объекта управления, включающую дискретную модель многофазного тиристорного выпрямителя, модель катушки HFC и модель плазмы в токамаке T-15MД, на которую в процессе моделирования подается внешнее возмущение *w*. Сигналы между машинами реального времени являются аналоговыми, использование АЦП и ЦАП на входе и выходе моделей позволяет имитировать работу цифрового регулятора в обратной связи на реальной установке, например, во время реального эксперимента на токамаке T-15MД. На Рис. 2.39 показаны сигналы реального времени, аналогичные сигналам моделирования в MATLAB/Simulink, в виде скриншота с осциллографов. Цифровые сигналы были декодированы и переведены в аналоговые. Эти рисунки показывают производительность системы управления и предоставляют информацию о процессах в системе в режиме реального времени. Это важно для понимания этих процессов при внедрении системы в практику физического эксперимента.

2.11. Выводы

Для токамака T-15MД была синтезирована и исследована трехконтурная система управления вертикальным положением плазмы со статической обратной связью и линейной моделью многофазного тиристорного выпрямителя в исполнительного устройства. Метод синтеза качестве ПО состоянию обеспечивает устойчивость и живучесть при наличии насыщения входа/выхода, простоту регулятора и высокое качество замкнутой системы. Относительно высокий уровень робастной устойчивости является результатом большого запаса устойчивости по фазе и амплитуде каждого контура трехконтурной системы управления состоянием без наблюдателя в обратной связи и с прямым доступом к полностью управляемым состояниям системы.

Правомерность аппроксимации импульсного нелинейного тиристорного выпрямителя линейной моделью первого порядка подтверждается сравнением с точной моделью выпрямителя И демонстрацией того, что линейная высокую Для аппроксимация имеет достаточно точность. системы с транзисторной моделью инвертора напряжения в качестве исполнительного устройства был организован устойчивый скользящий режим.

Проведено численное сравнительное исследование систем управления с двумя типами исполнительных устройств - многофазным тиристорным выпрямителем и транзисторным инвертором напряжения. Результаты показывают, что предпочтительнее определить максимальное выходное

93

напряжение исполнительного устройства равным 800 В, поскольку в этом случае достигаются наилучшие переходные характеристики, а максимальное отклонение тока относительно невелико $\sim 2,5$ кА. Оценка активной мощности управления составляет 5-6 МВт для r = 5 см.

Наконец, было проведено качественное сравнение систем с двумя различными исполнительными механизмами в целом. Транзисторный инвертор напряжения имеет ряд преимуществ перед многофазным тиристорным выпрямителем в замкнутой системе:

- позволяет достичь режимов максимального быстродействия, это существенное преимущество, поскольку плазма в токамаке, неустойчива;

- у инвертора гораздо более простая силовая часть, которая содержит только 4 транзисторно-диодных блока. 6-пульсный выпрямитель имеет два 3фазных моста с 12 тиристорными блоками. Если это 4-квадрантный выпрямитель, то в нем 24 тиристорных блока;

- нет циркуляционных токов;

- может работать в режиме широтно-импульсной модуляции и в режиме автоколебаний;

- обладает повышенной надежностью благодаря своей простоте и максимальной скорости реакции, что позволяет работать с неустойчивыми объектами управления.

Но тиристорный многофазный выпрямитель можно аппроксимировать линейным динамическим звеном, что существенно упрощает синтез и анализ систем управления вертикальным положением плазмы. Инвертор напряжения же является существенно нелинейным звеном, поскольку генерирует прямоугольное напряжение и требует решения специальных вопросов идентификации в замкнутом контуре управления при работе на индуктивную нагрузку.

Для линеаризованной модели вертикальной неустойчивости плазмы, полученной с помощью идентификации плазмофизического кода DINA (АО

«РНЦ РФ ТРИНИТИ»), для токамака Т-15МД разработаны системы управления с использованием метода линейных матричных неравенств (Linear Matrix Inequalities - LMI). При этом синтез регуляторов проводился при воздействии на систему возмущений типа «малый срыв» на квазистационарной фазе разряда. Синтез был осуществлен путем размещения полюсов замкнутой системы управления в различных областях: левой полуплоскости, полосе и пересечения левой полуплоскости, сектора и круга, а также путем минимизации H_2 -нормы передаточной функции от возмущения до выхода системы. Предложен сравнительный критерий различных систем управления с различными регуляторами. Он заключается в сравнении радиусов робастной устойчивости и требуемой мощности управления. Наиболее перспективном с точки зрения применимости в реальном эксперименте является LMI-регулятор с размещением полюсов замкнутой системы в области $D_{\alpha,r,g}$.

Основным результатом этой главы является обнаружение того факта, что высокая робастность систем управления при синтезе робастных регуляторов методом LMI может привести к неоправданно большой мощности управления при отработке задающего воздействия и аддитивного возмущения на модели вертикального движения плазмы. Поэтому критерий мощности управления нужно учитывать при синтезе любого регулятора для управления вертикальным положением плазмы при любом исполнительном устройстве.

Практическим результатом данной главы является моделирование разработанной цифровой системы управления с расположением полюсов в области, лежащей в единичном круге, которая соответствует области $D_{\alpha,r,\theta}$ для неустойчивого вертикального положения плазмы токамака Т-15МД на стенде реального времени. Система обеспечивает стабилизацию вертикального положения плазмы для ее неустойчивой модели при действии возмущения типа «малый срыв». Настроенный цифровой регулятор может быть применен в обратной связи системы управления непосредственно на токамаке Т-15МД.

Все результаты данной главы были получены на примере токамака Т-15МД, но могут быть применены к любому другому вертикально вытянутому токамаку.

Глава 3. Идентификация и синтез многосвязных и многоконтурных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаке

Глобус-М/М2

3.1. Постановка задачи

В настоящее время для исследования технически и физически сложных динамических систем широко используются математические модели объектов управления, полученные с использованием различных методов. Математическая модель объекта может быть получена аналитически, экспериментально или с помощью совместного применения этих подходов. Аналитический метод позволяет получить математическое описание объекта, основываясь на фундаментальные законы физики, химии, биологии и т.д. Если исследуемый объект недостаточно изучен, или аналитическое описание затруднительно, математическая модель может быть построена на основе имеющихся экспериментальных данных. Также известная модель, полученная аналитически, может быть уточнена с помощью эксперимента. Применение перечисленных методов позволяет получить математическую модель объекта, достаточно точно описывающую динамику системы, однако, эти модели часто имеют высокий порядок, что не всегда удобно при решении задач управления системой. В современной теории управления имеется ряд методов, позволяющих понизить порядок системы, сохранив при этом информацию о динамике системы. К таким методам относятся идентификация [127], редукция [9, 16], физический подход, основанный на знании физики объекта и др.

Модели объекта управления, которые с высокой степенью точности соответствуют реальному физическому эксперименту, необходимы при синтезе систем управления для токамаков и при исследовании плазменного разряда на всех его стадиях. Поскольку токамак это технически сложная установка, на которой установлено большое количество дорогостоящего оборудования, необходима тщательная предварительная проверка всех систем управления перед внедрением на установку. Математические модели объекта управления позволяют имитировать физический эксперимент, в ходе которого можно осуществлять настройку регуляторов для управления плазмой. Впоследствии, как только система управления синтезирована и её работоспособность подтверждена на модели объекта управления, ее можно перенести на реальную установку и с высокой степенью вероятности ожидать, что система будет работоспособной. Для того чтобы такой подход был успешным, требуется высокая степень точности имитационных моделей. Данная глава посвящена вопросам получения моделей низкого порядка с высокой степенью точности, а также синтезу систем управления положением, формой и током плазмы в токамаке Глобус-М/М2. Описан подход, позволяющий уменьшить порядок модели объекта И добиться исходной хорошего совпадения между имитационным моделированием и исходной моделью. В этом случае система управления настраивается на имитационных моделях, а затем переносится на исходную модель и проверяется работоспособность замкнутой системы управления.

3.2. Линейная модель плазмы в токамаке Глобус-М/М2

Токамак Глобус-М/М2 характеризуется следующими проектными параметрами: большой радиус 0,36 м, малый радиус 0,24 м, аспектное отношение 1,5, максимальный ток плазмы 0,35 МА, длительность плазменного разряда до 1 с [6].

Линейная модель плазмы в пространстве состояний для плазмы в токамаке Глобус-М/М2 может быть записана в виде линейной стационарной системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du, \end{cases}$$
(9)

где *А*_{75[×]75}, *B*_{75[×]8}, *C*_{39[×]75}, *D*=0_{39[×]8} – матрицы модели. Вектор выходных сигналов:

$$y = [\delta Z \ \delta R \ \delta I_{p} \ \delta I_{HFC} \ \delta I_{VFC} \ \delta I_{CS} \ \delta I_{pF} \ \delta I_{CC} \ \delta g]^{\mathrm{T}},$$

98

где δZ , δR – смещения плазмы по горизонтали и по вертикали, δI_p – приращение тока плазмы, δI_{HFC} , δI_{VFC} , δI_{CS} , δI_{pF}^T , δI_{CC} – приращения токов в HFC, VFC, CS, PF, CC катушках соответственно, δg – смещения шести зазоров между сепаратрисой и первой стенкой токамака.

Вектор входных воздействий:

 $u = [\delta U_{HFC}, \delta U_{VFC}, \delta U_{CS}, \delta U_{PF}, \delta U_{CC}]^{\mathrm{T}},$

где δU_{HFC} , δU_{VFC} , δU_{CS} , δU_{PF} , δU_{CC} – приращения напряжений в HFC, VFC, CS, PF, CC катушках соответственно.

Вектор состояния *х* включает в себя изменения токов в активных катушках и пассивных структурах (вакуумная камера).

В качестве выходных данных имитации реального физического эксперимента будут применены, выходные данные, полученные с описанной выше полной модели плазмы 75-ого порядка. Модель низкого порядка, определенная по исходной модели высокого порядка, будет использована в качестве модели идентификации. Идентификацией называется построение модели объекта (процесса) управления по входным и выходным данным. В данном случае объектом управления является модель высокой размерности.

3.3. Идентификация линейных моделей

Для разработки системы управления плазмой удобно, с практической точки зрения, иметь дело с моделями низкой размерности, которые с достаточной точностью определяют динамику системы В течение квазистационарной фазы плазменного разряда, и могут быть использованы для синтеза регуляторов низкого порядка [44]. Чтобы получить упрощенную модель низкого порядка можно использовать метод редукции моделей (понижение порядка модели при сохранении достаточной точности совпадения редуцированной модели с исходной) [16] или метод идентификации [127]. Линейная модель объекта управления пониженного порядка была получена в

результате идентификации полной (75-го порядка) модели [128, 129], полученной на основе экспериментальных данных токамака Глобус-М/М2. Выходы упомянутой 75-мерной модели использовались в качестве выходов токамака Глобус-М/М2 в реальном времени.

Перед началом моделирования неустойчивая линейная модель плазмы в заданной точке сценария была стабилизирована по вертикали автоматически настроенным ПИД-регулятором [35], включенным в обратную связь. ПИДрегулятор был настроен с помощью пакета PID Tuner в MATLAB, при этом соблюдался баланс между качеством управления и запасом робастной устойчивости. Затем тестовые сигналы подавались на вход замкнутой системы (Рис. 3.1 (а)).

Тестовые сигналы подавались на четыре контура управления один за другим при включенных предыдущих контурах (Рис. 3.1):

(а) контур управления вертикальным положением;

(б) контур управления горизонтальным положением;

(в) контур управления током плазмы,

(г) контур управления зазорами между сепаратрисой и первой стенкой.

Все ПИД-регуляторы в контурах управления также были синтезированы с помощью PID Tuner в MATLAB.

Поскольку, как отмечалось выше, численный эксперимент проводился в одной точке сценария, для идентификации использовалась первая половина плазменного разряда, а для верификации полученных моделей – вторая В замкнутой системе управления присутствуют половина. лва типа исполнительных устройств, а именно, тиристорные инверторы тока [8] и многофазные тиристорные выпрямители [40]. Инверторы тока представляют собой сложные нелинейные преобразовательные устройства на основе тиристорных мостов, работающие в автоколебательном режиме. Между входным и выходным сигналами инверторов тока в среднем существует пропорциональная зависимость, поэтому они моделируются коэффициентом

усиления равным 250. Шестипульсный тиристорной выпрямитель моделируется как передаточная функция первого порядка с коэффициентом усиления 2000 и постоянной времени 3,3 мс.

Автоматически настроенные ПИД-регуляторы положения и тока плазмы представлены передаточной функцией вида:

$$W_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{T_f s + 1}$$

со следующими параметрами:

- ПИД-регулятор вертикального положения: K_p = 85, K_i = 8507,5, K_d = 0,13, T_f = 1/29981,5;
- ПИ-регулятор горизонтального положения: K_p = 544,86, K_i = 25716, K_d=0, T_f = 1/2740,06;
- И-регулятор тока плазмы: $K_p = 0, K_i = 131,79, K_d = 0, T_f = 0, P = 1.$





Рис. 3.1. Структурные схемы для тестирования и идентификации контуров управления: (а) вертикальным положением; (б) горизонтальным положением;

(в) током плазмы; (г) зазорами между сепаратрисой и первой стенкой

Идентификация проводилась по методу подпространств с помощью пакета System Identification Toolbox в MATLAB [127]. В результате идентификации контура (a) была получена передаточная функция замкнутой системы. В процессе идентификации контуров (б)-(г) в управляемую систему были включены регуляторы ранее настроенных контуров управления (Рис. 3.1).

Точность идентификации контура управления вертикальным положением (2-й порядок) и контура управления горизонтальным положением (3-й порядок) составляет 89% и 94% соответственно, контура управления током плазмы (9-й 102

порядок) - 86%, а идентификация многомерного контура управления формой плазмы (20-й порядок) составляет ~ 80-90% для каждого из контуров. На Рис. 3.2 показаны переходные процессы для системы с полной моделью 75-го порядка и системы с идентифицированными моделями контура управления током плазмы и контура управления многомерными зазорами. При этом наблюдается хорошее совпадение, полученных выходных сигналов при наложении.



Рис. 3.2. Сравнение идентифицированных и экспериментальных моделей (а) для контура управления током плазмы; (б) для контура управления зазорами между сепаратрисой и первой стенкой

3.4. Структура системы управления. Многоконтурное управление плазмой в токамаке Глобус-М/М2

Магнитная система управления положением, током и формой плазмы в Глобус-М/М2 была разработана как сложная многоконтурная каскадная система, состоящая из следующих контуров (Рис. 3.3):

- два контура управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы;
- контур с внутренним каскадом для управления током в центральном соленоиде и внешним каскадом для управления током плазмы,
- контур с внутренним каскадом для управления 5 токами в катушках полоидального поля и внешним каскадом для управления 6 зазорами.



Рис. 3.3. Структурная схема системы управления плазмой

При синтезе многомерного регулятора K (представляющего собой передаточную матрицу размерности 5×6) для управления формой плазмы применялся метод H_{∞} -оптимизации (loop shaping) [17, 18]. Идентифицированная передаточная функция 20-ого порядка между токами в катушках полоидального поля и зазорами используется в качестве объекта 104

управления данной системы управления. Метод синтеза основан на взаимнопростой факторизации передаточной функции модели объекта $G = M^{-1}N$. При этом запас робастной устойчивости полученного регулятора $\varepsilon = 0,36$. Здесь $\|\Delta_N \Delta_M\|_{\infty} < \varepsilon$ является H_{∞} -нормой пары неопределенных устойчивых передаточных функций Δ_N , Δ_M в сомножителях факторизации возмущенной модели объекта $G_{\Delta} = (M + \Delta_M)^{-1} (N + \Delta_N)$ (Рис. 3.4) Под запасом устойчивости понимается величина H_{∞} -нормы наибольшей структурной неопределенности Δ_N , Δ_M в модели объекта, при которой замкнутая система еще сохраняет устойчивость.



Рис. 3.4. Стабилизация факторизованной возмущенной модели объекта $G_{\Delta} = \left(M + \Delta_{M}\right)^{-1} \left(N + \Delta_{N}\right) [16] \text{ с регулятором обратной связи } K$

Результаты численного моделирования представлены на Рис. 3.5, 3.6. Для тестирования системы на её вход подавались следующие задающие воздействия: 0 м по вертикальному положению, 0,01 м по горизонтальному положению, 5 кА по току плазмы и 0,01×[1 1 -1 -1 0 1] м по зазорам. При этом задающее воздействие по положению и по форме согласованы между собой. Переходные процессы в рассматриваемом случае заканчиваются через 0,02 с.



Рис. 3.5. Работа контуров стабилизации вертикального и горизонтального





Рис. 3.6. Работа контуров стабилизации тока и формы плазмы

3.5.Синтез *H*_∞-регуляторов для управления положением плазмы

При синтезе системы управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы в токамаке Глобус-М/М2 на квазистационарной фазе плазменного разряда (на 180 мс) в качестве объекта управления использовалась линейная (9)пространстве модель плазмы В состояний: входными воздействиями являются $\delta U_{\rm HFC}$, $\delta U_{\rm VFC}$ — напряжения на обмотках управления, создающими горизонтальное и вертикальное поля, выходами δZ , δR вертикальное и горизонтальное смещение плазмы [128, 129]. Структурная схема вертикальным двухконтурной системы управления И горизонтальным положением плазмой, представлена на Рис. 3.7. В качестве исполнительных устройств в данных контурах управления применяются инверторы тока [8, 130].



Рис. 3.7. Структурная схема двухконтурной системы стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы в токамаке Глобус-М/М2

Метод H_{∞} -оптимизации (loop shaping) применялся для синтеза регуляторов в контурах вертикального [41] и горизонтального управления [17, 18]. Синтезированные регуляторы характеризуются следующими запасами робастной устойчивости: $\varepsilon = 0,33$ для контура управления вертикальным положением и $\varepsilon = 0,37$ – горизонтальным положением.

Для уменьшения порядка регуляторов в синтезированной системе управления положением плазмы в токамаке Глобус-М/М2 была произведена редукция. При редукции были исключены те состояния, которые вносят незначительный вклад в общую взаимосвязь между входами и выходами системы в базисе внутренне сбалансированной реализации [131]. При этом для устойчивых регуляторов K были найдены аппроксимирующие модели низкого порядка K_a такие, что H_{∞} -норма их разности $||K - K_a||_{\infty}$ является достаточно малой. Полученные в результате редукции регуляторы были дискретизированы с периодом 10 мкс.



Рис. 3.8. Смещение вертикального и горизонтального положения плазмы при работе контуров системы стабилизации для линейной модели

Задающее воздействие 1 см по вертикальному и 0 см по горизонтальному положению подавалось на вход замкнутой системы управления при численном моделировании (Рис. 3.8). При этом статистическая ошибка составляет 0,1 мм, время переходного процесса 2 мс.

3.6. Моделирование системы стабилизации вертикального положения плазмы на коде ДИНА

Н∞-регуляторы, синтезированные и протестированные на линейной модели плазмы (9), в дискретном времени были применены на
плазмофизическом коде ДИНА [83, 132] в структурной схеме системы 3.7. управления Рис. При моделировании на первоначальном этапе стабилизировалось только вертикальное положение плазмы. Моделировался промежуток плазменного разряда № 31 648 с 185 мс до 195 мс длительностью 100 мс [42]. Ток и температура плазмы считались постоянными в процессе моделирования. Ступенчатая функция времени Z_{ref} (Рис. 3.9, а) подавалась на вход замкнутой системы управления. Данное задающее воздействие из-за наличия обратной связи в системе, замкнутой через исполнительное устройство и регулятор (Рис. 3.7), вызывает изменение вертикального положения плазмы (Рис. 3.9, а) и тока в катушке горизонтального поля (Рис. 3.9, б).



Рис. 3.9. (а) Задающее воздействие и смещение вертикального положения магнитной оси плазмы, (б) ток в катушке HFC

Рассмотрим подробно эволюцию магнитной конфигурации плазмы при моделировании контура системы вертикальной стабилизации. В момент начала численного эксперимента (Рис. 3.10, а) конфигурация плазмы характеризуется верхней Х-точкой, при этом вертикальная координата магнитной оси равна 1,58 см. Задающее воздействие по вертикальному положению 1,6 см (Рис. 3.9, а) подается на систему в момент начала моделирования и через 1 мс скачкообразно изменяется до 0 см. При этом в ходе перерегулирования плазма смещается вниз

благодаря работе системы стабилизации и на интервале времени с 186,2 до 186,8 мс конфигурация плазмы характеризуется нижней Х-точкой (Рис. 3.10, б). После завершения перерегулирования плазма возвращается в конфигурацию с верхней Х-точкой (Рис. 3.10, в). Таким образом при изменении вертикального положения плазмы в замкнутой системе с обратной связью происходит качественное изменение магнитной конфигурации плазмы – бифуркация.



Рис. 3.10. Эволюция магнитной конфигурации плазмы при моделировании работы контура системы вертикальной стабилизации: (a) – начало моделирования, (б) – перерегулирование, (в) – конец моделирования

3.7. Моделирование систем стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы

На следующем этапе двухконтурная система одновременной стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы была промоделирована на плазмофизическом коде ДИНА (Рис. 3.7) [42]. Моделировался промежуток плазменного разряда № 31 648 с 185 мс до 195 мс длительностью 100 мс. Ток и температура плазмы считались постоянными в процессе моделирования. Задающее воздействие (уставка) по горизонтальному положению магнитной оси равно 39 см на протяжении всего процесса моделирования, и на всем протяжении времени моделирования поддерживается системой управления с обратной связью примерно постоянным (Рис. 3.11, б).



Рис. 3.11. Смещение положения магнитной оси плазмы (а) по вертикали и (б) по горизонтали

В момент начала численного эксперимента (Рис. 3.13, а) конфигурация плазмы характеризуется верхней Х-точкой (Рис. 3.13, а), при этом вертикальная координата магнитной оси равна 1,58 см. Задающее воздействие по вертикальному положению 1,6 см (Рис. 3.11, а) и через 1 мс скачкообразно изменяется до 2,6 см (Рис. 3.11, а). При этом система стабилизации смещает плазму вертикально вверх (Рис. 3.13, б, в) с соответствующими изменениями токов и напряжений в катушках управления HFC (Рис. 3.12, а) и VFC (Рис. 3.12, б). При этом перехода бифуркации не наблюдается, и при таком смещении плазма сохраняет конфигурацию с верхней Х-точкой (см. Рис. 3.13, а—в).



Рис. 3.12. Изменение токов и напряжений (а) в катушке HFC и (б) катушке





Рис. 3.13. Эволюция конфигурации плазмы при моделировании работы контуров системы стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы: (а) – начало моделирования, (б) – перерегулирование, (с) – конец моделирования

3.8.Выводы

Каскадные системы управления положением, током и формой плазмы синтезированы и промоделированы для токамака Глобус-М/М2. В контурах управления вертикальным и горизонтальным положением и током плазмы применялись ПИД-регуляторы, а в контуре управления формой плазмы использовался робастный регулятор, синтезированный с помощью метода H_{∞} оптимизации. Освоен подход идентификации каскадов управления током плазмы и зазорами для получения имитационной редуцированной модели и последующего синтеза регуляторов с применением их на исходной полной модели. Данный метод позволяет отработать процесс синтеза регуляторов в реальных физических экспериментах.

Разработка двухконтурной системы стабилизации вертикального и горизонтального положения плазмы для сферического токамака Глобус-М/М2 и ее тестирование на нелинейном плазмофизическом коде DINA являются важными результатами данной главы. Более 10 лет на токамаке Глобус-М/М2 функционирует двухконтурная система стабилизации положения плазмы разработанная и внедренная в практику физического эксперимента к. техн. н. Е.А. Кузнецовым (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ»). В замкнутой системе управления регуляторы реализованы стандартных аналоговых В виде схем c интегрально-дифференцирующим пропорциональным (ПИД) законом управления. Данные ПИД-регуляторы для стабилизации положения плазмы также предварительно тестировались на плазмофизическом коде ДИНА, настроенном на плазму токамака Глобус-М/М2 [132]. При этом в качестве исполнительных устройств применялись инверторы тока. При разработке новой системы управления использовалась линейная модель плазмы, полученная по экспериментальным данным, H_{∞} -регуляторы, синтезированные для линейных моделей и обеспечивающие работоспособность замкнутой системы были проверены на нелинейном коде DINA в структурной схеме замкнутой системы управления. Процессы переноса частиц и энергии не учитывались при

113

моделировании системы управления положением плазмы на плазмофизическом коде DINA. Регуляторы применялись в обратной связи в *цифровом* виде, при этом время дискретизации составляло 10 мкс. В качестве моделей исполнительных устройств – инверторов тока, в системе применялись их линеаризованные звенья, как коэффициенты пропорциональности между входной и выходной величинами.

Глава 4. Структурный анализ и синтез систем магнитного управления плазмой в токамаке Глобус-М/М2 с двойной развязкой каналов управления

4.1.Постановка задачи

Плазма в токамаке, как объект управления, имеет определенное количество управляемых и измеряемых входов и выходов. Применение различных способов диагностики, экспериментальных и численных методов позволяет построить конечномерную модель плазмы с необходимым числом входных и выходных переменных. При разработке системы управления для заданной модели необходимо определить структуру системы объект-регулятор. формировать Структурный анализ позволяет контуры управления И конфигурацию входов и выходов в соответствующих контурах, наиболее эффективным образом [16]. Несмотря на то, что структура системы существенным образом влияет на качество управления, в большинстве случаев выбор структуры системы осуществляется исходя из экспериментального опыта и научно-инженерного понимания сути процессов, происходящих в системе. В данной главе продемонстрирована методика анализа структуры системы управления током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2 с применением строгого математического аппарата и численной оценки взаимосвязей в системе [44]. Также для полученной структуры системы синтезирована система управления формой плазмы с двойной развязкой каналов управления.

4.2.Структура контуров тока и формы плазмы

Для исследования структуры системы управления током и формой плазмы необходимо для начала стабилизировать её положение [35]. Поэтому в контуры управления вертикальным и горизонтальным положением плазмы в токамаке Глобус-М/М2 были введены ПИД-регуляторы. Также был замкнут внутренний каскад системы управления, который отвечает за ток в центральном соленоиде и в катушках полоидального поля [35]. Полученная в результате система с 6

входами и 7 выходами, является объектом структурного анализа (Рис. 4.1). При этом контур управления током имеет 1 вход (δI_{cs}) и 1 выход (δI_p), а контур управления формой плазмы имеет 5 входов (δI_{PF}) и 6 выходов (δg). На Рис. 4.2 показаны включенные в модель объекта управления смещения ударных точек сепаратрисы (G1, G2), зазоры между сепаратрисой и первой стенкой (G3-G6) и направления отсчета для определения изменения формы плазмы.



Рис. 4.1. Блок-схема объекта управления

Рассматриваются две альтернативные структуры системы управления: с совместным (синтезируется один общий регулятор) и с раздельным (синтезируются два регуляторы) управлением током и формой плазмы [44].

С инженерной точки зрения удобным для решения задач управления является квадратный объект, т.е. объект с равным числом входов и выходов. Такая структура объекта позволяет делать развязку каналов управления, что существенно упрощает настройку системы управления, и дает возможность использовать в качестве регуляторов простые ПИД-регуляторы. При этом синтезированные таким образом замкнутые системы удовлетворяют требованиям, предъявляемым к качеству управления и устойчивости системы. Получение квадратного объекта для управления током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2 возможно, если исключить из рассмотрения один из зазоров между сепаратрисой и первой стенкой. Из технических и физических соображений предлагается убрать выходные переменные связанные либо с 3-м, либо с 4-м зазором. Остальные переменные исключить из рассмотрения не представляется возможным.



Рис. 4.2. Сепаратриса токамака Глобус-М/М2, зазоры между сепаратрисой и первой стенкой

Таким образом, для определения наиболее эффективной структуры управления необходимо рассмотреть следующие 4 варианта структур:

(1) система с раздельным управлением током и формой плазмы и исключенным 3 зазором,

(2) система с раздельным управлением током и формой плазмы и исключенным 4 зазором,

(3) система с совместным управлением током и формой плазмы и исключенным 3 зазором,

(4) система с совместным управлением током и формой плазмы и исключенным 4 зазором.

Соответствующие структурные схемы представлены на Рис. 4.3.



Рис. 4.3. Исследуемые структурные схемы системы управления током и формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2

При решении задачи синтеза регуляторов для соответствующих контуров точный расчет и исследование графиков частотных характеристик сингулярных чисел $\overline{\sigma}$, $\underline{\sigma}$ передаточных функций имеет большое значение, поскольку позволяет синтезировать системы, удовлетворяющие требованиям по качеству управления и запасам робастной устойчивости [16]. Как правило, при синтезе рассматривают системы, минимальное сингулярное число $\underline{\sigma}$ для которых принимает наибольшее из возможных значений, чтобы избежать насыщения сигнала на входе системы; также необходимо чтобы $\underline{\sigma}$ принимало значение больше 1 на всех частотах, где требуется управление. Графики частотных характеристик сингулярных чисел $\overline{\sigma}$, $\underline{\sigma}$ для 4-ёх вариантов структур системы представлены на Рис. 4.4. Поскольку минимальное сингулярное число $\underline{\sigma}$ больше для систем с раздельным управлением током и формой плазмы, следует синтезировать два отдельных регулятора для управления током и формой плазмы.



Рис. 4.4. Частотные характеристики сингулярных чисел $\overline{\sigma}$, $\underline{\sigma}$ для 4-х вариантов систем

Модель замкнутой системы управления с учетом неопределенностей в математическом описании объекта и возмущений в системе может быть представлена в виде $M\Delta$ конфигурации, где $M \in C^{m \times n}$ (Рис. 4.5.) [16]. Блок M

включает с себя модель объекта управления P (с исполнительными устройствами и весовыми функциями) и регулятор K (e и d – вход и выход блока Δ , w – возмущение, u – сигнал управления, z – ошибка системы, y – выход системы).



Рис. 4.5. МЛ конфигурация системы

В динамической системе могут возникать различные типы возмущений (связанные с неточностью определения параметров системы, параметрические, структурные, алгоритмические неопределенности и др.), однако, все неопределенности системы могут быть представлены в виде блочнодиагональной матрицы Δ:

$$\Delta = \left\{ diag \left[\delta_1 I_{r_1} \dots \delta_s I_{r_s}, \Delta_1 \dots \Delta_f \right] : \delta_i \in C, \Delta_j \in C^{m_j \times m_j} \right\},\$$

где

$$\sum_{i=1}^{s} r_i + \sum_{j=1}^{f} m_j = n$$

и n – размерность матрицы Δ .

В данном исследовании рассматриваются аддитивные неопределенности, которые позволяют учесть абсолютную ошибку между динамикой реальной системы и номинальной модели объекта. *М* Δ – представление системы дает

возможность оценить запас робастной устойчивости замкнутой системы. Частотные характеристики структурного сингулярного числа *µ* [133]:

$$\mu^{-1}(M) \coloneqq \min_{\Delta \in \Delta} \left\{ \overline{\sigma}(\Delta) \colon \det(I - M\Delta) = 0 \right\}$$

построены для систем с раздельным управлением током и формой плазмы, исследование характеристик позволяет обоснованно исключить один из зазоров из описания объекта управления, при этом обеспечив запас робастной устойчивости.

Из теоремы о малом коэффициенте усиления [134] следует, что чем меньше значение структурного сингулярного числа μ , тем больше запас робастной устойчивости системы [16]. Для системы с раздельным управлением током и формой плазмы и исключенным 3-им зазором пик частотной характеристики μ меньше, чем для аналогичной системы с исключенным 4-ым зазором (Рис. 4.6), поэтому большим запасом робастной устойчивости обладает система (1), представленная на Рис. 4.3.



Рис. 4.6. Частотные характеристики структурного сингулярного числа μ

Для выбранной «квадратной» структуры объекта проведен RGA-анализ [16] передаточной функции *G*(*s*) от входов – задающих токов в катушках полоидального поля (PF), до выходов – смещений зазоров. При построении RGA-матрицы рассматриваемой системы необходимо рассмотреть два возможных случая:

• другие контуры разомкнуты $u_k = 0, k \neq j$:

$$\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{u_k=0,k\neq j} = g_{ij}, \ g_{ij} = [G]_{ij},$$

• другие контуры замкнуты $y_k = 0, k \neq i$:

$$\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{y_k=0,k\neq i} = g_{ij}, \, \hat{g}_{ij} = \frac{1}{\left[G^{-1}\right]_{ji}},$$

здесь u_j – управляющее воздействие для выхода y_i .

Также учтены следующие равенства:

$$y = Gu \implies \left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)_{u_k = 0, k \neq j} = [G]_{ij},$$
$$u = G^{-1}y \implies \left(\frac{\partial u_j}{\partial y_i}\right)_{y_k = 0, k \neq i} = [G^{-1}]_{ji}.$$

Тогда степень взаимодействия *i* и *j* входов и выходов может быть оценена как

$$\lambda_{ij} \triangleq \frac{g_{ij}}{\hat{g}_{ij}} = [G]_{ij} [G^{-1}]_{ji}.$$

Таким образом RGA-матрица представляет собой матрицу относительных коэффициентов усиления (здесь × – операция поэлементного умножения матриц):

$$RGA(G(s)) = G(s) \times (G^{-1}(s))^{T}$$

RGA-анализ передаточной функции разомкнутой системы управления формой плазмы G(s) позволяет выбрать такую конфигурацию системы (соединение входов и выходов системы), которая после замыкания приведет к уменьшению пика на графике частотной характеристики структурного

сингулярного числа (Рис. 6). RGA-матрица системы управления формой плазмы с исключенным из рассмотрения 3-им зазором:

$$RGA(G) = \begin{pmatrix} 7,25 & -10,83 & 0,81 & 0,53 & 3,24 \\ 1,73 & -13,67 & -0,88 & -1,2 & 15,03 \\ 2,03 & -6,06 & -0,11 & -0,45 & 5,59 \\ -2,55 & 8,37 & -0,06 & 0,78 & -5,53 \\ -7,46 & 23,19 & 1,25 & 1,33 & -17,32 \end{pmatrix}$$

Изначально входы и выходы системы замыкались следующим образом: 1ый выход замыкался на 1-ый вход, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5. При анализе RGA-матрицы системы и составлении входо-выходных пар применялись два базовых правила, обеспечивающие формирование эффективных конфигураций системы [16]:

- Диагональные элементы RGA матрицы системы, полученной в результате изменения структуры, должны быть близки к 1 на частотах, соответствующих полосе пропускания замкнутой системы.
- Также не рекомендуется выбирать входо-выходные пары, для которых элементы RGA матрицы отрицательны.

Итоговая конфигурация входов и выходов системы представлена в таблице 3. Элементы RGA матрицы системы, выделенные красным, выбраны согласно базовым правилам структурного анализа.

Таблица 3. Соответствие входов и выходов системы. Результат RGA анализа.

Выходы	1	2	3	4	5
Входы	3	1	5	2	4

В соответствии с таблицей 1 входо-выходная конфигурация системы может быть представлена в матричном виде следующим образом:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

На Рис. 4.6 приведен график частотной характеристики структурного сингулярного числа μ . Поскольку пик данного графика меньше, чем для системы с исходным соединением входов и выходов, то и запас робастной устойчивости такой системы больше. Для данной конфигурации системы будет решена задача синтеза системы управления формой плазмы.

4.3. Анализ и синтез системы управления формой плазмы

Следующим этапом после структурного анализа системы, и выбора наилучшей входо-выходной конфигурации системы, является синтез системы управления. Для решения задачи синтеза регулятора управления формой плазмы применен метод основанный на H_{∞} оптимизации (loop shaping) [17, 18]. Предварительно система была представлена в виде блок-схемы на Рис. 4.7. Здесь P – это блок, который включает в себя все ранее настроенные контуры системы (контуры управления положением и током плазмы, а также каскады управления токами в катушках полоидального поля и центральном соленоиде), K – это блок, все ранее настроения соленоиде.



Рис. 4.7. Стандартная форма системы для автоматической настройки регулятора



Рис. 4.8. Структурная схема замкнутой системы управления формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2 с компоновкой каналов по RGA-анализу и развязывающей матрицей в обратной связи

При автоматической настройке ПИ-регуляторов и развязывающей матрицы D (Рис. 4.8), являющихся компонентами обратной связи системы, была решена задача минимизации следующей *Н*∞-нормы функции смешанной чувствительности [19]:

$$\left\| \frac{W_1 S(K)}{W_2 (I - S(K))} \right\|_{\infty} \xrightarrow{K} \min,$$

здесь $S(K) - функция чувствительности, <math>W_1$, W_2 –весовые функции.

Тестирование системы было проведено в пакете MATLAB/Simulink. Автоматическая настройка ПИ-регуляторов и развязывающей матрицы заняла 3 минуты и 25 итераций. При численном эксперименте синтезированной системы управления на вход системы подавалось медленно нарастающее задающее воздействие, которое приходит к следующим стационарным значениям 0,02×[1 1 -1 0 1] см. Знак минус в задающем сигнале соответствует смещению сепаратрисы плазмы к первой стенке токамака.



Рис. 4.9. Переходные процессы при работе системы управления формой плазмы

4.9 Ha Рис. представлены результаты моделирования двух сиснтезированных систем управления формой плазмы. Для сравнения двух синтезированной методом взаимно-простой факторизации (loop систем: shaping), и с двойной развязкой каналов, полученной с помощью автоматической настройки, на графиках представлены переходные процессы в системе, а в таблицах ошибки слежения за зазорами и запасы устойчивости. Время переходного процесса для двух рассматриваемых систем управления примерно совпадает и составляет ~ 10 мс, однако, ошибка слежения для системы управления, синтезированной по результатам структурного анализа, меньше.

	H_{∞} loop shaping		$RGA-H_{\infty}$		
	регулятор		регулятор с развязкой		
			Pasbaskon		
Зазоры	D_{\max} , M	E_{ss} , M	D_{\max} , M	<i>E</i> _{ss} , м	
g1	0,0031	0,0013	0,0071	0,0001	
g2	0,0034	0,0019	0,0045	0	
g3	0,005	0,0006	—	_	
g4	0,0027	0,0018	0,002	0	
g5	0,007	0,0006	0,002	0	
g6	0,0025	0,0025	0,0016	0,0011	

Таблица 4. Ошибки слежения за зазорами.

Таблица 5. Запасы устойчивости для двух типов систем.

Метод Тип системы	SVD анализ	µ-анализ
(1) H_{∞} loop shaping регулятор	8,91×10 ⁻⁶	1,17
(2) RGA - H_{∞} регулятор с развязкой	3,98×10 ⁻⁶	1,34
Отношение запасов робастной устойчивости систем (1) и (2)	2,23	0,87

4.4. Выводы

В современной теории автоматического управления имеются различные методы синтеза систем управления, в основе которых лежит сложный математический аппарат. Так, например, синтез регуляторов методами H_{∞} , основанными на взаимно-простой факторизации передаточной функции модели объекта, эффективно применяются при синтезе систем управления положением, током и формой плазмы в токамаке. Однако, при имплементации таких регуляторов в систему управления реального токамака могут возникать трудности. С инженерной точки зрения применение ПИД-регуляторов в системах управления токамаков более оправдано. В данной главе показано, что предварительный анализ структуры системы И обоснованный выбор 127

конфигурации системы, позволяет применять для управления током плазмы простые ПИД-регуляторы в обратной связи. Сравнительный анализ двух систем: с H_{∞} регулятором в обратной связи и автоматически настроенной системы с развязкой каналов ПИД регуляторов и матрицей в обратной связи, показал, что ошибка слежения за зазорами во второй системе меньше, чем в первой.

Заключение

1. Разработаны и исследованы системы стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке T-15MД на линейной модели плазмы, полученной ранее идентификацией кода DINA, с использованием двух типов исполнительных устройств: многофазного тиристорного выпрямителя напряжения и инвертора напряжения релейного действия. Синтезирована трехконтурная система управления по состоянию без наблюдателя в обратной связи с выпрямителем и размещением полюсов замкнутой системы в одной точке комплексной плоскости для удобства настройки системы в эксперименте, а для системы с инвертором напряжения разработана система со скользящим режимом. Система с выпрямителем показала высокий уровень живучести при насыщении входного и выходных сигналов, что объясняется высокими запасами устойчивости по фазе и амплитуде трех контуров системы. Требуемая мощность управления составляет ~ 5-6 МВт при ступенчатом входном воздействии с амплитудой 5 см.

2. Для линейной модели вертикальной неустойчивости плазмы токамака Т-15МД разработана робастная цифровая система управления с использованием метода линейных матричных неравенств и размещением полюсов в области, лежащей в единичном круге, которая соответствует области $D_{\alpha,r,\theta}$, оптимальная по двум критериям: 1,15 МВт – пиковая мощность при наличии внешнего возмущения и 0,7234 – радиус робастной устойчивости, тем самым позволяющая подавлять аддитивные возмущения типа «малый срыв» ~ 1,5 кА на входе модели плазмы на квазистационарной фазе разряда, а также обеспечивающая робастную устойчивость вертикального положения плазмы при возможном отклонении параметров модели плазмы от номинальных значений на 20%. Данная система была апробирована в дискретном времени на стенде реального времени Speedgoat Performance.

3. Разработана двухконтурная система стабилизации положения плазмы по вертикальной и горизонтальной координатам для действующего сферического

токамака Глобус-М/М2. Разработка системы управления осуществлялась на основе линейной модели плазмы, построенной по экспериментальным данным относительно восстановленного равновесия плазмы по измерениям вне плазмы. H_{∞} -регуляторы, синтезированные для полученных линейных моделей и обеспечивающие работоспособность замкнутой системы, были протестированы на коде DINA в структурной схеме замкнутой системы управления. При этом регуляторы применялись в дискретном времени с периодом 10 мкс. Тем самым с помощью численного моделирования показана практическая возможность применения синтезированных на линейных моделях систем магнитного управления положением плазмы в реальном физическом эксперименте.

4. Разработана управления И промоделирована каскадная система положением, И формой плазмы токамака Глобус-М/М2, током для синтезированная методом взаимно-простой факторизации/loop shaping. Отработан подход идентификации каскадов управления положением, током плазмы и зазорами с дальнейшим синтезом регуляторов и применением их на исходной модели. Предлагаемый метод позволяет в значительной степени упростить и ускорить процедуру синтеза регуляторов за счет использования при синтезе систем управления моделей низкого порядка, полученных путем идентификации моделей высокого порядка.

5. Разработана каскадная система управления с двойной развязкой каналов для управления формой плазмы в токамаке Глобус-М/М2. При синтезе учитывались структурные особенности системы, которые влияют на качество управления (быстродействие, точность) и на робастные свойства системы. Обоснованный выбор структуры (применение RGA- и SVD-анализа), позволяет при синтезе системы управления использовать простые регуляторы, которые легко перенастраивать в ходе экспериментальной работы. В настоящий момент управление формой в токамаке Глобус-М/М2 осуществляется с помощью программных токов, без обратной связи по форме плазмы. В результате исследования была предложена система управления формой плазмы,

130

построенная с учетом структурных особенностей системы, с двойной развязкой каналов: простейшими ПИ-регуляторами и матрицей развязки каналов в обратной связи, а также RGA-соединением входов и выходов, обеспечивающим минимизацию влияния каналов управления друга на друга.

6. Сравнение синтезированной системы, методом взаимно-простой факторизации/loop shaping, с системой, полученной путем двойной развязки каналов управления и H_{∞} автоматической настройки регуляторов, показало, что позволяет более высоких запасов робастной первый метод достичь устойчивости, а второй дает возможность улучшить качество управления. При этом развязка каналов позволяет последовательно настраивать регуляторы в обратной связи по каждому из зазоров между сепаратрисой и первой стенкой токамака при управлении формой плазмы.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю, д.т.н., профессору Митришкину Юрию Владимировичу за постановку задач, поддержку и помощь, оказанную при работе над диссертацией.

Исследования для токамака Глобус-М/М2 проводились на линейных моделях, полученных относительно восстановленных равновесий плазмы (распределения полоидального потока) тороидального тока И ПО экспериментальным данным полученным от н.с. лаборатории «Идентификация систем управления» ИПУ РАН П.С. Коренева [128]. Экспериментальные данные были предоставлены к.ф.-м.н. М.И. Патровым (ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт Петербург) с разрешения начальника токамака Глобус-М/М2 д.ф.-м.н. В.К. Гусева. Для исследования скользящих режимов системы управления вертикальным положением плазмы применялась модель инвертора напряжения, разработанная и созданная к.т.н. Е.А. Кузнецовым (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) [123]. Модель вертикального движения плазмы получена на коде DINA H.M. Карцевым (ИПУ PAH) методом идентификации [112]. К.Т.Н. Применявшаяся модель исполнительного устройства в виде динамического для многофазного тиристорного звена первого порядка управляемого выпрямителя была обоснована инженером К.И. Гайдамакой (ИПУ РАН) методом идентификации разработанной полной модели выпрямителя [40]. Плазмофизический код DINA, на котором применялись H_{∞} системы управления положением плазмы в токамаке Глобус-М/М2, разработан и предоставлен д.ф.м.н. Р.Р. Хайрутдиновым и к.ф.-м.н. В.Н. Докукой (АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», г. Троицк) [110]. Автор выражает своим коллегам благодарность за предоставленные исходные данные, которые создали благоприятную возможность для получения новых результатов.

Автор выражает признательность всему коллективу кафедры физикоматематических методов управления физического факультета МГУ им. М.В.

132

Ломоносова за поддержку и ценные замечания при подготовке диссертации и в период обучения в аспирантуре.

Список литературы

- ITER the way to new energy [Электронный ресурс] / The ITER Organization.
 Режим доступа: https://www.iter.org/. Загл. с экрана.
- 2. European research roadmap to the realization of fusion energy [Электронный pecypc] / The EUROfusion consortium research institutions. Режим доступа: https://www.euro-fusion.org/eurofusion/roadmap/. Загл. с экрана.
- 3. *Lawson J. D.* Some criteria for power thermonuclear reactor // Proceedings of the Physical Society. Section B. 1957. V. 70. N. 1. P. 6–10. https://doi.org/10.1088/0370-1301/70/1/303
- 4. *Арсенин В.В., Чуянов В.А.* Подавление неустойчивостей плазмы методом обратной связи (обзор) // Успехи физических наук. 1977. Т. 123. Вып. 1. С. 83–129.
- 5. Уникальная научная установка сферический токамак Глобус-М [Электронный ресурс] / ФТИ им. А.Ф. Иоффе. Режим доступа: http://globus.rinno.ru. Загл. с экрана.
- Minaev V.B., Gusev V.K., Sakharov N.V., et al. Spherical tokamak Globus-M2: design, integration, construction // Nuclear Fusion. 2017. V. 57. N. 6. 066047. DOI: https://doi.org/10.1088/1741-4326/aa69e0
- Khvostenko P. P., Anashkin I. O., Bondarchuk E. N., Chudnovsky A. N., et al. Current status of tokamak T-15MD // Fusion Engineering and Design. 2021. V. 164. 112211. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2020.112211
- Kuznetsov E.A., Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M. Current inverter as autooscillation actuator in applications for plasma position control systems in the Globus-M/M2 and T-11M tokamaks // Fusion Engineering and Design. 2019. V. 143. P. 247–258. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2019.02.105.
- 9. *Young P.M., Doyle J.C.* Computation of mu with real and complex uncertainties // Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, HI, USA, 1990. P. 1230–1235. https://doi.org/10.1109/CDC.1990.203804
- Young P.M., Newlin M.P., Doyle J.C. Computing bounds for the mixed mu problem // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 1995. V. 5. P. 573–590. https://doi.org/10.1002/rnc.4590050604
- 11. Zhou K. and Doyle J.C. Essentials of robust control. NY: Prentice-Hall, 1998.
- 12. *Doyle J., Francis B., Tannenbaum A.* Feedback control theory. Macmillan Publishing Co., 1990.
- Safonov M.G. Stability margins of diagonally perturbed multivariable feedback systems // IEE Proceedings D –Control Theory and Applications. 1982. V. 129. I. 6. P. 251–256. https://doi.org/10.1049/ip-d.1982.0054
- 14. *Bristol E.H.* On a new measure of interaction for multivariable process control // *IEEE Transactions on Automatic Control.* 1966. V. 11. P. 133–134. https://doi.org/10.1109/TAC.1966.1098266
- 15. *Bristol E.H.* Recent results on interactions in multivariable process control // Proceedings of the 71st Annual AIChE meeting, Houston, TX, USA, 1979.

- 16. *Skogestad S., Postlethwaite I.* Multivariable feedback control (2nd ed.). Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- 17. *McFarlane D., Glover K.* Robust controller design using normalized coprime factor plant description. Lecture notes in control and information scineces. Springer-Verlag, 1989.
- 18. *McFarlane D., Glover K.* A Loop shaping design procedure using H_{∞} synthesis // *IEEE Transactions on automatic control.* 1992. V. 37. N. 6. P. 759–769. https://doi.org/10.1109/9.256330
- 19. *Gahinet P., Apkarian P.* Decentralized and fixed-structure H_{∞} control in MATLAB // Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, FL, USA, 2011. P. 8205–8210. https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6160298
- 20. *Boyd S., Barratt C.* Linear controller design: limits of performance. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- 21. *Boyd, S., Ghaoui, L. E., Feron, E., Balakrishnan, V.* Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.
- 22. *Duan G., Yu H.* LMIs in control systems: analysis, design and applications, Taylor & Francis Group, LLC, 2013.
- 23. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Рапопорт Л.Б. Математическая теория автоматического управления. Учебное пособие. М.: Ленанд, 2019.
- 24. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях. Техника линейных матричных неравенств. М.: Ленанд, 2014.
- 25. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. Физматлит, 2007.
- 26. Rosenbrock H.H. Distinctive problems of process control // Chemical Engineering Progress. 1962. V. 58 N. 9 P. 43–45.
- 27. *Simon J.D., Mitter S.K.* A theory of modal control // *Information and Control.* 1968. V. 13. P. 316–353. https://doi.org/10.1016/S0019-9958(68)90834-6
- 28. У*ткин В.И*. Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981.
- Utkin V.I., Poznyak A.S. Adaptive sliding mode control with application to super-twisting algorithm: Equivalent control method // Automatica. 2013. V. 49. P. 39–47. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.09.008
- 30. *Орлов Ю. В., Уткин В. И.* Применение скользящих режимов в задачах управления распределенными системами // Автоматика и телемеханика. 1982. Вып. 9. С. 36–46.
- 31. Павлова Е. А., Митришкин Ю. В. Системы обмоток полоидального магнитного поля в вытянутых по вертикали токамаках // Сборник тезисов докладов научной конференции ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2023. Секция физики. — М: Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, 2023. С. 131–134.

- Y. V. Mitrishkin, N. M. Kartsev, A. A. Prokhorov, E. A. Pavlova, P. S. Korenev, A. E. Konkov, V. I. Kruzhkov, and S. L. Ivanova. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach // Procedia computer science. 2021. V. 186. P. 466–474. https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.167 [IF: WoS – 0,883]
- 33. Pavlova E.A., Mitrishkin Y.V., Khlebnikov M.V. Control system design for plasma unstable vertical position in a tokamak by linear matrix inequalities // Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT), Moscow, Russia, 2017. P. 458–462. https://doi.org/10.1109/icaict.2017.8687042
- 34. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Робастный анализ и синтез многосвязных многоконтурных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления. Матер. XIII Межд. конф. г. Москва, М.: Изд-во ИПУ РАН, 2016. С. 272–274.
- 35. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Идентификация и многоконтурное управление положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М // Седьмая всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» ИММОД-2015: Труды конф., г., Москва: в 2 т. М.: ИПУ РАН, 2015. Т. 2. С. 270–274.
- 36. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Гайдамака К.И. Сравнение систем управления неустойчивым объектом с линейным и релейным исполнительными устройствами // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014, М.: ИПУ РАН, 2014. С. 2438–2449.
- 37. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Хлебников М.В. Синтез и моделирование робастных систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в токамаке // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ- 2019. М.: ИПУ РАН, 2019. С. 2485–2490.
- 38. Павлова Е.А. Разработка и моделирование робастной H_∞ системы управления положением плазмы в токамаке Глобус-М // Материалы 11-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых УБС-2014. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 1122–1131.
- 39. Павлова Е.А. Линейная система управления по состоянию вертикальным положением плазмы в токамаке // Сборник тезисов докладов Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2013». М.: МАКС Пресс, 2013. С. 151–152.
- Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Kuznetsov E.A., Gaydamaka K.I. Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // Fusion Engineering and Design. 2016. V. 108. P. 35–47. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.04.026 [IF: WoS – 1,905]
- 41. *Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., and Khlebnikov, M.V.* Optimization of robust LMI-control systems for unstable vertical plasma position in D-shaped tokamak

// Mathematics. 2022. V. 10. N. 23. https://doi.org/4531. 10.3390/math10234531 [IF: WoS – 2,592]

[Митришкин Ю. В., Павлова Е. А., Хлебников М.В. Оптимизация робастных систем управления для неустойчивого вертикального положения плазмы в D-образном токамаке, полученных посредством неравенств // Новости науки. линейных матричных Бюллетень физического факультета МГУ. 2023. № 1. С. 14–15. [IF: Scopus – 0,16]]

- 42. V.N., Korenev P.S., Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov Dokuka M.I., Khayrutdinov R.R. Study of Globus-M tokamak poloidal system and plasma position control // Physics of Atomic Nuclei. 2017. V. 80. № 7. P. 1298-1306. https://doi.org/10.1134/S1063778817070055 [IF: WoS - 0,42] [Докука В.Н., Коренев П.С., Митришкин Ю.В., Павлова Е.А., Патров М.И., Хайрутдинов Р.Р. Исследование полоидальной системы токамака Глобус-М и управление положением плазмы // Вопросы атомной науки и техники. Термоядерный синтез. 2016. T. 39. № 3. C. 80-90. Серия: https://doi.org/10.21517/0202-3822-2016-39-3-80-90 [IF: RSCI - 0,62]]
- 43. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Pavlova E.A., Prohorov A.A., Korenev P.S., Patrov M.I. Plasma control in tokamaks. Part. 2. Magnetic plasma control systems // Advances in Systems Science and Applications. 2018. V. 18. N. 3. P. 39–78. https://doi.org/10.25728/assa.2018.18.3.645 [IF: Scopus 0,863] [Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Павлова Е.А., Прохоров А.А., Коренев П.С., Патров М.И. Управление плазмой в токамаках. Системы магнитного управления плазмой // Проблемы управления. 2018. Ч. 2, № 2. С. 2- 30. [IF: RSCI 0,836]]
- 44. *Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov M.I.* Design and comparison of plasma H_{∞} loop shaping and RGA- H_{∞} double decoupling multivariable cascade magnetic control systems for a spherical tokamak // *Advances in Systems Science and Applications*. 2021. V. 21 N. 1. P. 22–45. https://doi.org/10.25728/assa.2021.21.1.942 [IF: Scopus 0,863]
- 45. World population prospect: the 2010 revision. Volume I: comprehensive tables [Электронный pecypc] / United Nations. Режим доступа: https://www.un.org/en/development/desa/population/publications/pdf/trends/W PP2010/WPP2010_Volume-I_Comprehensive-Tables.pdf. Загл. с экрана.
- 46. Tokimatsu K., Fujin J., Asaoka Y., Ogawa Y., et al. Studies on Nuclear Fusion Energy Potential Based on a Long-term World Energy and Environment Model [Электронный ресурс] / International Atomic Energy Agency. – Режим доступа: https://www-pub.iaea.org/mtcd/publications/pdf/csp_008c /pdf/sep_03.pdf. – Загл. с экрана.
- Walker M.L., Humphreys D.A., Ferron J.R. Control of plasma poloidal shape and position in the DIII-D tokamak // Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, Invited Session. IEEE CSS, San Diego, California USA, 1997. P. 3703–3708. https://doi.org/10.1109/CDC.1997.652432

- Humphreys D.A., Walker M.L., Leuer J.A., Ferron J.R. Initial implementation of a multivariable plasma shape and position controller on the DIII-D tokamak // Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications (CCA), Anchorage, Alaska, 2000. P. 412–418. https://doi.org/10.1109/CCA.2000.897459
- Walker M.L., Humphreys D.A., Leuer J.A., Ferron J.R., Penaflor B.G. Implementation of model-based multivariable control on DIII–D // Fusion Engineering and Design. 2001. V. 56–57. P. 727–731. https://doi.org/10.1016/S0920-3796(01)00393-3.
- 50. Shi W., Wehner W., Barton J., et al. A two-time-scale model-based combined magnetic and kinetic control system for advanced tokamak scenarios on DIII-D // Proceedings of 51st IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Maui, Hawaii, 2012. P. 4347–4352. https://doi.org/10.1109/CDC.2012.6426330
- Ariola M. and Pironti A. Plasma shape control for the JET tokamak: an optimal output regulation approach // IEEE Control Systems Magazine. 2005. V. 25, N. 5. P. 65–75. https://doi.org/10.1109/MCS.2005.1512796
- Neto A., Albanese R., Ambrosino G., et al. Exploitation of modularity in the JET tokamak vertical stabilization system // Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC) Orlando, FL, USA, 2011. P. 2644–2649. https://doi.org/10.1109/CDC.2011.6160510
- Bellizio T., Albanese R., Ambrosino G, et al. Control of elongated plasma in presence of ELMs in the JET tokamak // IEEE Transactions on Nuclear Science. 2011. V. 58. N. 4. P. 1497–1502. https://doi.org/10.1109/TNS.2011.2157524
- Tommasi G. De, Maviglia F., Neto A.C., et al. Plasma position and current control system enhancements for the JET ITER-like wall // Fusion Engineering and Design. 2014. V. 89. I. 3, P. 233–242. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2013.06.010
- 55. *Yoshino R*. Plasma control experiments in JT-60U // Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, Invited Session. IEEE CSS, San Diego, California USA, 1997. P. 3709–3714.
- Lister J.B., Hofmann F., Moret J.M., et al. The control of tokamak configuration variable plasmas // Fusion Technology. 1997. V. 32. N. 3. P. 321–373. https://doi.org/10.13182/FST97-A1
- Ambrosino G., Albanese R. Magnetic control of plasma current position and shape in tokamaks // IEEE Control Systems Magazine. 2005. V. 25 N. 5. P. 76– 92. https://doi.org/10.1109/MCS.2005.1512797
- Moret J. M., Franke S., Weisen H. et al. Influence of plasma shape on transport in the TCV tokamak // Physical Review Letters. 1997. V. 79. N.11. P. 2057– 2060. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.2057

- 59. *Herrmann A. and Gruber O.* Chapter 1: Asdex Upgrade Introduction and overview // *Fusion Science and Technology*. 2003. V. 44. P. 569–577. https://doi.org/10.13182/FST03-A399
- Streibl D., Lang P.T., Leuterer F., et al. Chapter 2: Machine design, fueling, and heating in Asdex Upgrade // Fusion Science and Technology. 2003. V. 44. P. 578–592. https://doi.org/10.13182/FST03-A400
- 61. V. Mertens, G. Raupp, and W. Treutterer. Chapter 3: Plasma Control in ASDEX Upgrade // Fusion Science and Technology. 2003. V. 44. P. 593–604. https://doi.org/10.13182/FST03-A401
- 62. *Qiu Q, Xiao B., Guo Y., Liu L., Xing Z, Humphreys D.A.* Simulation of EAST vertical displacement events by tokamak simulation code // *Nuclear Fusion*. 2016. V. 56. 106029. https://doi.org/10.1088/0029-5515/56/10/106029
- 63. Yuan Q.P., Xiao B.J., Luo Z.P., et al. Plasma current, position and shape feedback control on EAST // Nuclear Fusion. 2013. V. 53. 043009. https://doi.org/10.1088/0029-5515/53/4/043009
- 64. *Yuan Q.P., Xiao B.J., Luo Z.P., et al.* Plasma shape feedback control on EAST // Proceedings of 23rd IAEA Fusion Energy Conference, Daejeon, Republic of Korea, 2010. P. 66.
- Jhang H., Kessel C.E., Pomphrey N., Kim J.Y., Jardin S.C., Lee G.S. Simulation studies of plasma identification and control in Korea Superconducting Tokamak Advanced Research // Fusion Engeneering and Design. 2001. V. 54. N. 1. P. 117-134. https://doi.org/10.1016/S0920-3796(00)00431-2
- 66. *Cunningham G.* High performance plasma vertical position control system for upgraded MAST // *Fusion Engineering and Design.* 2013. V. 88. N. 12. P. 3238–3247. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2013.10.001
- 67. *Pangione L., McArdle G., Storrs J.* New magnetic real time shape control for MAST // *Fusion Engineering and Design.* 2013. V. 88. P. 1087–1090. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2013.01.048
- Boyer M.D., Battaglia D.J., Eidietis N., et al. Plasma boundary shape control and real-time equilibrium reconstruction on NSTX-U // Nuclear Fusion. 2018. V. 58. N. 3. 036016. https://doi.org/10.1088/1741-4326/aaa4d0
- 69. Pironti A. and Walker M. Control of tokamak plasmas, Part I // IEEE Control Systems Magazine. 2005. V. 25. N. 5. P. 24–29. https://doi.org/10.1109/MCS.2005.1512793
- 70. Pironti A. and Walker M. Control of tokamak plasmas, Part II // IEEE Control Systems Magazine. 2006. V. 26. N. 2. P. 30–31. https://doi.org/10.1109/MCS.2006.1615270
- 71. Pironti A. and Walker M. Fusion, tokamaks and plasma control // IEEE Control Systems Magazine. 2005. V. 25. N. 5. P. 30–43. https://doi.org/10.1109/MCS.2005.1512794
- 72. *Ambrosino G. and Albanese R.* Magnetic control of plasma current, position and shape in tokamaks: a survey or modeling and control approaches // IEEE Control

Systems Magazine. 2005. V. 25. N. 5. P. 76–92. https://doi.org/10.1109/MCS.2005.1512797

- Lister J., Vyas P., Ward D.J. et al. Can better modelling improve tokamak control? // Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, Invited Session. IEEE CSS, San Diego, California USA, 1997. P. 3679–3684. https://doi.org/10.1109/CDC.1997.652428
- 74. *Coutlis A., Limebeer D.J.N., Wainwright J. et al.* An H_{∞} system identification algorithm applied to tokamak modeling // Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, Invited Session. IEEE CSS, San Diego, California USA, 1997. P. 3685–3690. https://doi.org/10.1109/CDC.1997.652429
- Beghi A., Ciscato D., and Portone A. Model reduction techniques in tokamak modelling // Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, Invited Session. IEEE CSS, San Diego, California USA, 1997. P. 3691–3696. https://doi.org/10.1109/CDC.1997.652430
- Mukhovatov V.S., Shafranov V.D. Plasma equilibrium in tokamak // Nuclear Fusion. 1971. V. 11. N. 6. P. 605–633. https://doi.org/10.1088/0029-5515/11/6/005
- 77. Wesson. J. Tokamaks. Clarendon Press, Oxford, 1997.
- 78. *Pereverzev G. V. and Yushmanov P.N.* ASTRA Automated system for transport analysis in a tokamak. Tech. rep. 5/98. IPP Report. 2002.
- 79. Artaud J.F., Basiuk V., Imbeaux F. et al. The CRONOS suite of codes for integrated tokamak modelling // Nuclear Fusion. 2010. V. 50. N. 4. 043001. https://doi.org/10.1088/0029-5515/50/4/043001
- 80. *Genacchi G. and Taroni A.* JETTO: a free boundary plasma transport code. 1988. V. 19. I. 23. Report: ENEA-RT-TIB--88-5.
- 81. Hawryluk R.J. An empirical approach to tokamak transport // Physics of Plasmas Close to Thermonuclear Conditions. 1981. V. 1. P. 19–46. https://doi.org/10.1016/B978-1-4832-8385-2.50009-1
- Budny R.V., Andre R., Bateman G. et al. Predictions of H-mode performance in ITER // Nuclear Fusion. 2008. V. 48. N. 7. 075005. https://doi.org/10.1088/0029-5515/48/7/075005
- 83. *Khayrutdinov R. R. and V. E. Lukash.* Studies of plasma equilibrium and transport in a tokamak fusion device with the inverse-variable technique // *Journal of Computational Physics.* 1993. V. 109. I. 2, P. 193–201. https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1211
- 84. Crotinger J.A., Destro L.Lo., Pearlstein L., et al. Technical report LLNL. UCRL-ID-126284. 1997.
- Jardin S.C., Pomphrey N., and Delucia J. Dynamic modeling of transport and positional control of tokamaks // Journal of Computational Physics. 1986. N. 66. P. 481–507. https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90077-X
- 86. *Kim S.H., Artaud, J-F., Basiuk, V. et al.* Full tokamak discharge simulation of ITER by combining DINA-CH and CRONOS // *Plasma Physics and Controlled*

Fusion. 2009. V. 51. N. 10. 105007. https://doi.org/10.1088/0741-3335/51/10/105007

- 87. Artsimovich L.A. and Shafranov V.D. Tokamak with non-round section of the plasma loop // Soviet Phys. JETP Letters. 1972. V. 15. P. 72
- 88. *Hutchinson I.H.* Principles of plasma diagnostics. Cambridge University Press, 1987.
- 89. *Balshaw N*. All-the-World's Tokamaks [Электронный ресурс] / Режим доступа: https:// www.tokamak.info/. Загл. с экрана.
- 90. *Митришкин Ю.В.* Управление плазмой в экспериментальных термоядерных установках: Адаптивные автоколебательные и робастные системы управления. М.: URSS-КРАСАНД, 2016.
- 91. Walker M., Humphreys D.A., Mazon D. et al. Emerging applications in tokamak plasma control // IEEE Control Systems Magazine. 2006. V. 26. N. 2. P. 35–63. https://doi.org/10.1109/MCS.2006.1615272
- Tommasi G. De, Albanese R., Ambrosino G. et al. Current, position, and shape control in tokamaks // Fusion Science and Technology. 2011. V. 59. N. 3. P. 486–498. https://doi.org/10.13182/FST59-486.
- 93. Ariola M. and Pironti A. Magnetic control of tokamak plasmas (2nd ed.). Springer International Publishing, 2016. https://doi.org/10.1007/978-3-319-29890-0.
- 94. Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Кузнецов Е.А., Коростелев А.Я. Методы и системы магнитного управления плазмой в токамаках. М.: КРАСАНД, 2020.
- 95. Mitrishkin Y.V., Korenev P.S., Prohorov A.A., Kartsev N.M., Patrov M.I. Plasma control in tokamaks. Part 1. Controlled thermonuclear fusion problem. Tokamaks. Control systems components // Advances in Systems Science and Applications. 2018. V. 18. N. 2. P. 26–52. https://doi.org/ 10.25728/assa.2018.18.2.598

[Митришкин Ю. В., Коренев П. С., Прохоров А. А., Карцев Н. М., Патров М. И. Управление плазмой в токамаках. Ч.1. Проблема управляемого термоядерного синтеза. Токамаки. Компоненты систем управления // Проблемы управления. 2018. № 1. С. 2–20.]

96. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Konkov A.E., and Patrov M.I. Plasma control in tokamaks. Part 3.1. Plasma magnetic control systems in ITER // Advances in Systems Science and Applications. 2020. V. 20. N. 2. P. 82–97. https://doi.org/ 10.25728/assa.2020.20.2.892

[Митришкин Ю. В., Карцев Н. М., Коньков. А.Е., Патров М. И. Управление плазмой в токамаках. Ч. 3.1. Системы магнитного управления плазмой в ITER // Проблемы управления. 2019. № 3. С. 3–15.]

97. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Konkov A.E., and Patrov M.I. Plasma control in tokamaks. Part 3.2. simulation and realization of plasma control systems in ITER and constructions of DEMO // Advances in Systems Science and Applications, 2020. V. 20. N. 3. P. 136–152. https://doi.org/ 10.25728/assa.2020.20.3.939 [Митришкин Ю. В., Карцев Н. М., Коньков. А.Е., Патров М. И. Управление плазмой в токамаках. Ч. 3.2. Моделирование и реализация систем управления плазмой в ITER и конструкции DEMO. Проблемы управления. 2019. № 4. С. 15–26.]

- 98. Sartori F., Tomassi G. De, and Piccolo F. The Joint European Torus // IEEE Control Systems Magazine. 2006. V. 26. N. 2. P. 64–78. https://doi.org/10.1109/MCS.2006.1615273
- 99. Lister J., Portone A., and Gribov Y. Plasma control in ITER // IEEE Control Systems Magazine. 2006. V. 26. N. 2. P. 79–91. https://doi.org/10.1109/MCS.2006.1615274
- 100. Gerksic S. and Tommasi G. De. ITER plasma current and shape control using MPC // Proceedings of 2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA), Buenos Aires, Argentina, 2016. P. 599–604. https://doi.org/10.1109/CCA.2016.7587895
- 101. *Арцимович Л.А., Шафранов В.Д.* Токамак с некруглым сечением плазменного витка // *Письма в ЖЭТФ*. 1972. Т.15. №1. С. 72–76.
- 102. Хайрутдинов Э.Н., Хайрутдинов Р.Р., Докука В.Н., Соколов М.М., Игонькина Г.Б., Качкин А.Г. Разработка и стендовое моделирование системы управления вертикальным положением плазмы для установки Т-15МД // Сборник тезисов докладов L Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС, ICPAF-2023. М.: Издательство МБА, 2023. С.135
- 103. Abramov A.V., Bortnikov A.V., Mitrishkin Y.V., Brevnov N.N., Gasilov N.A., Gerasimov S.N., Polianchik K.D., Sychugov D.Y., Zotov I.V. Shaping, vertical stability and control elongated plasmas on the TVD // Preprint of Kurchatov Institute of Atomic Energy. 1991. IAE-5301/7. P. 1–41.
- 104. *Mitrishkin Y.V., Kimura H.* Plasma vertical speed robust control in fusion energy advanced tokamak // Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Florida, USA, 2001. P. 1292–1297.
- 105. Scibile L., Kouvaritakis B. A discrete adapting near-time optimum control for the plasma vertical position in a tokamak // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2001. V. 9. N. 1. P. 148–162. https://doi.org/10.1109/87.896756
- 106. Gossner J.R., Vyas P., Kouvaritakis B., Morris A.W. Application of cautious stable predictive control to vertical positioning in COMPASS-D tokamak // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 1999. V. 7. N. 5. P. 580– 587. https://doi.org/10.1109/87.784421
- 107. Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M. Hierarchical plasma shape, position, and current control system for ITER // Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, Orlando, FL, USA, 2011. P. 2620–2625, TuA13.2.
- 108. Belyakov V., Kavin A., Kharitonov V., Mitrishkin Y., Misenov B., Ovsyannikov A., Ovsyannikov D., Rumyantsev E., Veremei E., Zhabko A. Linear quadratic

Gaussian controller design for plasma current, position and shape control system in ITER // Fusion Engineering Design. 1990. V. 45. N. 10. P. 55–64. https://doi.org/10.1016/S0920-3796(98)00431-1

- 109. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1970.
- 110. Лукаш В.Э., Докука В.Н., Хайрутдинов Р.Р. Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2004. Вып. 1. С. 40–49.
- 111. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Высш. Школа, 1983.
- 112. *Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Zenkov S.M.* Plasma vertical position, shape, and current control in T-15 tokamak // Proc. of the IFAC Conference on Manufacturing Modeling, Management and Control, Saint Petersburg, Russia, June 19-21, 2013. P. 1820–1825.
- 113. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986.
- 114. Карцев Н.М. Идентификация модели вертикальной скорости плазмы в токамаке Т-15 // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2013». М.: МАКС Пресс, 2013. С. 137–139.
- 115. *Ким Д.П.* Теория автоматического управления, Т.1. Линейные системы. М.: Физматлит, 2004.
- 116. *Williams II R.L., Lawrance D.A.* Linear state-space control systems. John Willey & Sons, Inc. 2007.
- 117. *Митришкин Ю.В.* Синтез непрерывных систем управления. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2022.
- 118. *Филлипс Ч., Харбор Р.* Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
- 119. Справочник по преобразовательной технике. Под ред. И. М. Чиженко. К.: Техніка, 1978.
- 120. Singh M. D. Power electronics. Tata McGraw-Hill, 2007.
- 121. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. 4-е изд. М.: Наука, 1983.
- 122. Athans M.A., Falb P.L. Optimal Control. McGrawHill. 1966.
- 123. Kuznetsov E. A., Yagnov V. A., Mitrishkin Y. V., Shcherbitsky V. N. Current Inverter as actuator for plasma position control systems in tokamaks // The 11th IEEE International Conference AICT 2017, 20-22 Sep 2017, Moscow, Russia. P 485–489. https://doi.org/10.1109/ICAICT.2017.8686935
- 124. *Бутковский А.Г.* Фазовые портреты управляемых динамических систем. М.: Наука. 1985.
- 125. *Митришкин Ю.В.* Линейные математические модели динамических систем с управлением. Ленанд-URSS. 2019.

- 126. Mitrishkin Y. V. Plasma magnetic control systems in D-shaped tokamaks and imitation digital computer platform in real time for controlling plasma current and shape // Advances in Systems Science and Applications. 2022. V. 21. N. 4. P. 1–14. https://doi.org/10.25728/assa.2022.22.1.1049
- 127. Ljung, L. System identification: theory for the user. Prentice Hall, 1999.
- 128. Коренев П.С., Митришкин Ю.В., Патров М.И. Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей // Мехатроника, автоматизация и управление. 2016. Том 17. № 4. С. 254–265. https://doi.org/10.17587/mau.17.254-266
- 129. *Mitrishkin Y.V., Korenev P.S., Kartsev N.M., Patrov M.I.* Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak // Proceedings of 41st EPS Conference on Plasma Physics, Berlin, Germany. 2014. P4.054.
- 130. *Кузнецов Е.А., Митришкин Ю.В.* Автоколебательная система стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы сферического токамака ГЛОБУС-М. М.: ИПУ РАН, 2005.
- 131. *Datta B.N.* Numerical methods for linear control systems. Design and analysis. Elsevier Academic Press, 2004.
- 132. Dokuka V.N., Gusev V.K., Khayrutdinov R.R., Kuznetsov E.A., Levin R.G., Sakharov N.V. Simulation of vertical plasma position control system of GLOBUS-M tokamak in frame of simulink-DINA concept // Proceedings of 31th European Physical Society Conf. on Plasma Physics. London, 28 June - 2 July. 2004. P. 1–180.
- 133. Packard A., Doyle J. The complex structured singular value // Automatica. 1993.
 V. 29. 71100. https://doi.org/10.1016/0005-1098(93)90175-S
- 134. *Митришкин, Ю. В.* Робастное управление динамическими объектами. Отдел оперативной печати Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Москва, 2018.
Список публикаций автора по теме диссертации

Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science, RSCI:

1. Mitrishkin Y. V., Pavlova E. A., Kuznetsov E. A., Gaydamaka K. I. Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // Fusion Engineering and Design. 2016. V. 108. P. 35–47. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.04.026 (IF: WoS – 1,905; 1,8 п.л. / 75 %)

2. Докука В.Н., Коренев П.С., Митришкин Ю.В., Павлова Е.А., Патров М.И., Хайрутдинов Р.Р. Исследование полоидальной системы токамака Глобус-М и управление положением плазмы // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2016. Т. 39. № 3. С. 80–90. https://doi.org/10.21517/0202-3822-2016-39-3-80-90 (IF: RSCI – 0,62; 1,1 п.л. / 35 %)

[Dokuka V.N., Korenev P.S., Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov M.I., Khayrutdinov R.R. Study of Globus-M tokamak poloidal system and plasma position control // Physics of Atomic Nuclei. 2017. V. 80. \mathbb{N}_{2} 7. P. 1298–1306. https://doi.org/10.1134/S1063778817070055 (IF: WoS – 0,42)]

3. Митришкин Ю. В., Карцев Н. М., Павлова Е. А., Прохоров А. А., Коренев П. С., Патров М. И. Управление плазмой в токамаках. Системы магнитного управления плазмой // Проблемы управления. 2018. Ч. 2, № 2. С. 2–30. (IF: RSCI – 0,836; 2,7 п.л. / 10 %)

[Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Pavlova E.A., Prohorov A.A., Korenev P.S., Patrov M.I. Plasma Control in Tokamaks. Part. 2. Magnetic Plasma Control Systems // Advances in Systems Science and Applications. 2018. T. 18. № 3. C. 39–78. https://doi.org/10.25728/assa.2018.18.3.645 (IF: Scopus – 0,863)]

4. Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Patrov M.I. Design and comparison of plasma H_{∞} loop shaping and RGA- H_{∞} double decoupling multivariable cascade magnetic control systems for a spherical tokamak // Advances in Systems Science and Applications. 2021. V. 21 N. 1. P. 22–45. https://doi.org/10.25728/assa.2021.21.1.942 (IF: Scopus – 0,863; 2,4 п.л. / 90 %)

5. Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., and Khlebnikov, M.V. Optimization of robust LMI-control systems for unstable vertical plasma position in D-shaped tokamak // Mathematics. 2022. V. 10. N. 23. https://doi.org/10.3390/math10234531 (IF: WoS – 2,592; 3,5 п.л. / 75 %)

Другие публикации:

6. Павлова Е.А. Линейная система управления по состоянию вертикальным положением плазмы в токамаке // Сборник тезисов докладов Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2013». М.: МАКС Пресс, 2013. С. 151–152. (0,1 п.л. / 100 %)

7. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Гайдамака К.И. Сравнение систем управления неустойчивым объектом с линейным и релейным исполнительными устройствами // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 2438–2449. (1,1 п.л. / 90 %)

8. Павлова Е.А. Разработка и моделирование робастной *H*∞ системы управления положением плазмы в токамаке Глобус-М // Материалы 11-й Всероссийской школы-конференции молодых ученых УБС-2014, г. Арзамас. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 1122–1131. (0,7 п.л. / 100 %)

9. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Идентификация и многоконтурное управление положением, током и формой плазмы в токамаке Глобус-М // Седьмая всероссийская научно-практическая конференция «Имитационное моделирование. Теория и практика» ИММОД-2015: Труды конф., г. Москва: в 2 т. М.: ИПУ РАН, 2015. Т. 2. С. 270–274. (0,5 п.л. / 100 %)

10. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В. Робастный анализ и синтез многосвязных многоконтурных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления. Матер. XIII Межд. конф. г. Москва. М.: Изд-во ИПУ РАН, 2016. С. 272–274. (0,3 п.л. / 100 %)

11. Pavlova E.A., Mitrishkin Y.V., Khlebnikov M.V. Control system design for plasma unstable vertical position in a tokamak by linear matrix inequalities // Proceedings of the 11th IEEE International conference on application of Information and Communication Technologies (AICT), Moscow, Russia, 2017. P. 458–462. https://doi.org/10.1109/icaict.2017.8687042 (0,5 п.л. / 75 %)

12. Павлова Е.А., Митришкин Ю.В., Хлебников М.В. Синтез и моделирование робастных систем управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в токамаке // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019. М.: ИПУ РАН, 2019. С. 2485–2490. (0,4 п.л. / 80 %)

13. Y. V. Mitrishkin, N. M. Kartsev, A. A. Prokhorov, E. A. Pavlova, P. S. Korenev, A. E. Konkov, V. I. Kruzhkov, and S. L. Ivanova. Tokamak plasma models development for plasma magnetic control systems design by first principle equations and identification approach // Procedia computer science. 2021. V. 186. P. 466–474. https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.04.167 (IF: WoS – 0,883; 1,2 п.л. / 10 %)

14. Павлова Е. А., Митришкин Ю. В. Системы обмоток полоидального магнитного поля в вытянутых по вертикали токамаках // Сборник тезисов докладов научной конференции ЛОМОНОСОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2023. Секция физики. — М: Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, 2023. С. 131–134. (0,25 п.л. / 100 %)

15. Митришкин Ю. В., Павлова Е. А., Хлебников М.В. Оптимизация робастных систем управления для неустойчивого вертикального положения плазмы в D-образном токамаке, полученных посредством линейных матричных неравенств // Новости науки. Бюллетень физического факультета МГУ. 2023. № 1. С. 14–15. (IF: Scopus – 0,16)