

*Отзыв официального оппонента*  
на диссертацию Емельянова Дмитрия Павловича  
*Построение решений краевых задач для нерегулярно*  
*вырождающихся эллиптических дифференциальных уравнений с*  
*аналитическими коэффициентами*, представленную на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 1.1.2 - "Дифференциальные уравнения и  
математическая физика"

*Актуальность темы диссертации*

Диссертационная работа Д.П. Емельянова посвящена исследованию аналитичности решений краевых задач Дирихле и  $E$  (по терминологии М.В. Келдыша) для эллиптического уравнения с параболическим вырождением на границе области. Ранее подобные задачи рассматривались в работах А.И. Янушаускаса, В.Н. Врагова, С.В. Руткаускаса, И.С. Ломова и др. Результаты подобных исследований позволяют получать тонкие качественные свойства решений подобных задач вблизи кривой вырождения. Поэтому актуальность тематики диссертационной работы не вызывает сомнений

*Научная новизна диссертационного исследования*

В диссертации для уравнения

$$u_{xx} + y^m u_{yy} + c(y)u_y - a(y)u = f, \quad 1 \leq m \leq 2,$$

в прямоугольнике  $D = (0, 1) \times (0, b)$  исследуются краевые задачи Дирихле и  $E$  (в зависимости от значений  $m$  и  $c(0)$ ).

Помимо введения, работа включает в себя три главы, в которых последовательно рассматриваются случаи квадратичного ( $m = 2$ ), линейного ( $m = 1$ ) и нецелого ( $1 < m < 2$ ) вырождения. При этом в первых двух главах изучается задача  $E$ , а в третьей главе – задача Дирихле. Решения поставленных задач строятся явно в виде ряда

$$u(x, y) = \sum_{k \geq 1} Y_k(y) \sin \pi kx,$$

где множитель  $Y_k(y)$  представляет собой конечную или бесконечную сумму функций с алгебраическими или логарифмическими особенностями вблизи  $y = 0$ . Подобное представление получено на основе дальнейшего развития метода спектрального выделения особенностей И.С. Ломова.

Все результаты диссертационной работы являются новыми и наиболее значимыми из них являются следующие.

*Доказаны теоремы существования решения рассматриваемых задач с явным указанием характера неаналитической зависимости этого решения от переменной  $y$ .*

*В случае  $m = 2$  решена проблема малых знаменателей и логарифмических особенностей. Кроме того, для иррациональных значений  $m$  в интервале  $(1, 2)$  установлено разложение решения по целым степеням переменной  $\tau = y^{2-m}$  с аналитическими коэффициентами.*

*Исследованы асимптотические свойства решений соответствующих линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с вырождением.*

Что касается замечаний к работе, то следовало бы, на наш взгляд, более подробно изложить некоторые разделы диссертации, особенно третьей главы. Указанное замечание не умаляет значимости диссертационного исследования.

#### *Общая оценка диссертационной работы*

Диссертационная работа выполнена на актуальную тему на высоком научном уровне. Ее результаты представляют собой определенное достижение в теории краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений и создают очевидные перспективы дальнейшего развития этой теории.

Считаю, что диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Ее содержание соответствует специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая

физика (по физико-математическим наукам), а именно следующим её направлениям:

начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений,

качественная теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, аналитическая теория дифференциальных уравнений,

асимптотическая теория дифференциальных уравнений и систем, а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова,

и оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Емельянов Дмитрий Павлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:  
д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник  
отдела вычислительных методов  
и математической физики  
ФИЦ "Информатика и управление" РАН  
Солдатов Александр Павлович

Подпись ведущего научного сотрудника  
А.П. Солдатов удостоверяю:  
Ученый секретарь ФИЦ ИУ РАН  
д.т.н. В.Н. Захаров



Контактные данные: тел.: +7 (910) 223-86-54,  
e-mail: soldatov48@gmail.com

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.01.02 - Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление.

Адрес места работы:

119333, Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 40,

ФИЦ "Информатика и управление" РАН.

Тел.: +7 (910) 223-86-54, e-mail: soldatov48@gmail.com