

ОТЗЫВ официального оппонента
о диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Бакая Гавриила Андреевича на тему
«Большие отклонения для регенерирующих последовательностей»
по специальности 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика»

Диссертация посвящена получению новых результатов о регенерирующих последовательностях и о случайных блужданиях в случайной среде. Эти направления исследований в настоящее время интенсивно развиваются и результаты таких исследований представляют интерес как для теории вероятностей, так и для практических применений.

Основные усилия автора были направлены на доказательство теоремы об асимптотике вероятностей больших отклонений первого момента достижения высокого уровня случайным блужданием в случайной среде, разработку оригинального подхода к проверке условия Крамера и представлению параметров асимптотики вероятностей больших отклонений регенерирующих последовательностей и применению этих результатов к анализу моделей случайного блуждания в случайной среде.

Диссертация Г. А. Бакая состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 37 источников. Во введении дается обзор предшествующих диссертации работ, начиная с основополагающих трудов Б. В. Гнеденко и А. Н. Колмогорова, в которых доказываются локальные предельные теоремы для сумм случайных величин в различных условиях. Для случая независимых одинаково распределенных слагаемых отмечается вклад Г. Крамера, позволяющий рассматривать и зону больших отклонений. Приводится обзор работ о случайных блужданиях в случайной среде, связанных с задачами достижения блужданием заданного уровня и получения предельных теорем, в том числе учитывающих большие отклонения.

Последовательность первых моментов достижения случайным блужданием в случайной среде высокого уровня обладает свойством регенерации, поэтому результаты о процессах восстановления можно использовать при изучении свойств таких случайных блужданий. Во введении приводится достаточно подробный обзор публикаций об исследованиях этого направления и, таким образом, обосновывается актуальность темы диссертации.

Глава 1 начинается с двух параграфов, содержащих основы теории больших уклонений, описание свойств и примеров регенерирующих последовательностей и обзор известных результатов о больших уклонениях для регенерирующих последовательностей. В частности, в этот обзор включена теорема 3, опубликованная Г. А. Бакаем совместно со своим научным руководителем. В этой теореме найдена асимптотика вероятностей больших уклонений для последовательностей, обладающих собственной регенерационной структурой. Обращает на себя внимание, что теорема 3 не включена в список выносимых на защиту положений, а содержащая ее статья не входит в список публикаций, в которых отражены основные результаты диссертации. Этот и другие подобные факты, о которых упоминается ниже, говорят, что автором получено больше результатов по обсуждаемой теме, чем входит в саму диссертацию. Знакомство с материалом, изложенным в первых двух параграфах первой главы, существенно облегчает читателю понимание основного содержания диссертации. Центральным из полученных соискателем результатов является теорема 4 об асимптотике больших уклонений для обрывающегося процесса восстановления в нерегулярной зоне уклонений в случае несобственной регенерации. При этом диссертант имеет публикации, в которых аналогичные результаты получены для нерешетчатого случая в интегро-локальной форме, но в диссертацию включен только случай решетчатого носителя.

В главе 2 разрабатывается оригинальный подход для проверки условий Крамера и представления параметров асимптотики больших уклонений для регенерирующих последовательностей. Это связано с тем, что известные

ранее результаты не удавалось применить для достижения указанных выше целей. Для решения поставленной задачи доказаны теоремы 5 и 6, предназначенные для проверки условий теорем об асимптотике вероятностей больших уклонений, включая случай обрывающихся обобщенных процессов восстановления. Далее доказывается теорема 7, в которой найдены достаточные условия выполнения условий теорем 5 и 6. В последнем параграфе главы 2 полученные результаты применены для решения задачи о больших уклонениях максимума случайного блуждания. Для этого были доказаны теоремы 8 и 9. Эти теоремы были известны и ранее, в диссертации предложены новые доказательства.

В главе 3 приведены теоремы об асимптотиках больших уклонений для первого момента достижения высокого уровня случайным блужданием в случайной среде. Для этого использовались результаты второй главы и методы спектральной теории. Глава начинается с описания модели случайного блуждания в случайной среде и постановки задачи, что очень удобно для читателя. Основным результатом главы является теорема 10, объединяющая случаи собственной и несобственной регенерации.

Заключение состоит из перечня основных результатов работы.

Таким образом, диссертация Г. А. Бакая относится к интенсивно развивающемуся сегодня направлению современной теории вероятностей. Она написана на высоком научном уровне с использованием современных методов доказательства результатов в теории вероятностей, в частности, в теории случайных процессов. Автор продемонстрировал виртуозное владение соответствующей абстрактной техникой преобразований в многомерных пространствах. Объем диссертации невелик – 78 страниц и он вполне мог быть больше, поскольку ряд теорем, о которых сказано выше, в текст не вошли, а вошли только результаты, без которых основные выносимые на защиту положения не доказать. Поэтому работа производит впечатление целостного и законченного исследования, имеющего важное значение для развития теории регенерирующих последовательностей.

Основные результаты диссертации изложены в шести публикациях, из которых четыре – в виде статей в ведущих центральных журналах, входящих в список ВАК. Они докладывались также на шести семинарах и конференциях. Автореферат в достаточной степени отражает содержание диссертации.

По мере чтения текста диссертации возникли следующие замечания.

1. Важнейшим понятием диссертации является большие уклонения. Упоминаются также умеренные, нормальные, нижние уклонения. Встречаются регулярные и нерегулярные зоны уклонений. К сожалению, в диссертации отсутствуют определения этих понятий и не указаны границы между ними. В то же время очень хорошо описаны другие важные и известные понятия, такие, как решетчатые распределения, регенерационная структура, случайное блуждание в случайной среде.
2. Результаты формулируются и доказываются на высоком уровне абстракции в многомерных пространствах. С этим связано и то, что нередко формулировки теорем и лемм довольно громоздки и содержат немало необходимых обозначений. Представляется, что воспринимать такой сложный текст было бы легче, если бы изложение сопровождалось демонстрацией результатов, включая промежуточные, в простейшем одномерном случае $d = 1$, как это сделано в замечании 6 после теоремы 4.
3. В формулировке теоремы 1 не сказано, что такое $C(\theta)$.
4. Замечание 1 было бы лучше назвать утверждением, поскольку после него идет доказательство, что непривычно.
5. Последовательность изложения материала, кажется, не очень удачна. Так, в доказательстве теоремы 4 используется лемма 1, которая формулируется внутри тела доказательства теоремы, что также не очень привычно, но главное состоит в том, что эта лемма приведена без доказательства, которое находится гораздо дальше, причем читателю об

этом не сообщается. Это же относится и к лемме 2. После доказательства теоремы 4 расположен подраздел 1.3.1, содержащий формулировки лемм 3 – 7, но читателю не сообщается, зачем они нужны и где доказательства. И только ознакомившись с доказательствами в следующем подразделе 1.3.2, можно понять, что эти леммы также нужны для доказательства теоремы 4. И после формулировки теоремы 7 читателю не сообщается, где доказательство.

Перечисленные замечания не влияют на хорошее впечатление от работы. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика» (по физико-математическим наукам), направления исследований: «теория восстановления и теория массового обслуживания» и «стохастические процессы». Диссертация удовлетворяет критериям, определяемым пп. 2.1 – 2.5 Положения о присуждения ученых степеней в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Таким образом, соискатель Гавриил Андреевич Бакай заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.4. «Теория вероятностей и математическая статистика».



Ю. Л. Павлов

8 мая

2024 года

Официальный оппонент: Павлов Юрий Леонидович, доктор физико-математических наук по специальности 01.01.05 – «Теория вероятностей и математическая статистика», профессор, главный научный сотрудник лаборатории теории вероятностей и компьютерной статистики Института

прикладных математических исследований Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр Российской академии наук».

Тел.: +79217273733

E-mail: pavlov@krc.karelia.ru

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр «Карельский научный центр Российской академии наук» (КарНЦ РАН). Адрес: 185910, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, д. 11

<http://www.krc.karelia.ru>

Тел.: +7(8142)76-60-40

E-mail: krcras@krc.karelia.ru

