

**ОТЗЫВ официального оппонента  
на диссертацию на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
Орловой Анастасии Сергеевны  
«О сходимости и скорости сходимости жадных приближений  
в специальных случаях»  
по специальности 1.1.1 - вещественный, комплексный  
и функциональный анализ**

В диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Орловой Анастасии Сергеевны рассматриваются вопросы сходимости и скорости сходимости жадных приближений. Нахождение приближающего элемента за возможно меньшее количество шагов является важнейшей задачей как к теоретическим исследованиям, так и в прикладных задачах, в частности в задачах хранения и обработки данных. Это говорит об актуальности тематики исследования.

Отметим, что применение к ортогональной системе и приближающему элементу чисто жадного алгоритма, эквивалентно изменению порядка ряда Фурье по убыванию норм, что было отмечено еще Темляковым В.Н. в 1996 году.

Объем диссертации составляет 80 страниц. Работа состоит из введения, основной части в виде четырех глав, заключения, перечня литературных ссылок, состоящего из 41 наименования.

**Во введении** дана подробная история исследований по теме диссертации, приведена постановка задачи. Указаны конкретные проблемы, решению которых посвящена диссертация.

**В первой главе** собраны необходимые определения, в том числе понятия слабого жадного алгоритма, слабого ортогонального жадного алгоритма, жадного разложения по паре словарей. Определено множество  $\mathcal{A}_1(D)$  векторов, приближаемых нормированным словарем  $D$ . В работе рассматриваются бесконечномерные сепарабельные пространства  $H$ . В качестве модельного случая выбрано  $\ell_2$ . В этом случае  $\mathcal{A}_1(D) = \ell_1$ .

**Во второй главе** получены уточнения результатов В.Н. Темлякова 2000 года о скорости сходимости слабых ортогональных жадных приближений в случае ортогонального словаря. Показано, что это уточнение является существенным для ослабляющей последовательности, стремящейся к нулю. Полученная для ортогональных систем оценка асимптотически неулучша-

ема, когда ослабляющая последовательность не принадлежит  $\ell_1$ .

**В третьей главе** обсуждается влияние расширения словаря на реализацию жадных алгоритмов. Приведено несколько утверждений, из которых отметим следующий. Если в случае слабого жадного алгоритма словарь получен из ортогонального добавлением произвольного вектора, то ослабить достаточное условие сходимости нельзя.

**Четвертая глава** представляется наиболее интересной. В ней проведено сравнение стандартного жадного алгоритма и соответствующего жадного алгоритма по паре словарей. В частности рассматривается задача сравнения сходимости алгоритма по паре словарей и по их объединению. Доказывается, что ортогональные словари можно выбрать так, что чисто жадный алгоритм по объединению словарей сходится за конечное число шагов, а по паре словарей не сходится за конечное число шагов. Возможно и обратное. Ортогональные словари можно выбрать так, что чисто жадный алгоритм по объединению словарей не сходится за конечное число шагов, а по паре словарей – сходится за конечное число шагов. Для доказательства этих утверждений строятся соответствующие примеры. При этом конкретно указываются очередные приближающие элементы. Аналогичные результаты получены и для скорости сходимости. Особняком в этой главе стоит теорема о сходимости ортогонального жадного алгоритма по системе из конечного числа возможно неполных словарей.

Результаты диссертации опубликованы в 8 работах, три из которых входят в список, рекомендованных для защиты по специальности 1.1.1 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» и входящих в базы цитирования Scopus, Web of Science. Результаты работы докладывались: на Воронежских зимних математических школах в 2017, 2019 и 2023 годах, на Саратовской зимней школе в 2022 году, на XXVIII конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» в 2021 году.

Работа написана грамотным математическим языком, содержит минимум неточностей и опечаток.

1. На стр. 21 в строке 5 снизу опечатка в термине "не являющемся".
2. Не указано, что обозначено через  $S$ .
3. В доказательстве теоремы 2.1 наверное имело смысл выписать  $e_{n+1}$ .
4. Теорема 2.2 во введении и во второй главе имеют различные формулировки.

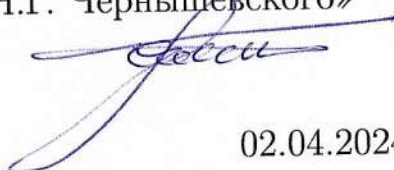
Указанные замечания не уменьшают значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам

подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.1 - *вещественный, комплексный и функциональный анализ* (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель, Орлова А.С. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1 - *вещественный, комплексный и функциональный анализ*.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
ПРОФЕССОР кафедры математического анализа  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»  
ЛУКОМСКИЙ Сергей Федорович



02.04.2024

Контактные данные:

тел.: 8-905 388 13 98, e-mail: LukomskiiSF@info.sgu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом  
защищена диссертация:

01.01.01 - математический анализ

Адрес места работы:

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»,

кафедра математического анализа

Телефон: +7 (8452) 26 - 15 - 54, Факс: +7 (8452) 26 - 15 - 54

Email: mexmat@sgu.ru

*Подпись Лукомского С.Ф. удостоверяется*  
*Ученой секретарь Ученого совета*  
*канд. полит. наук*



*Резолюция*  
*Орлова*