

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Петрова Сергея Владимировича
на тему: «Эффективные методы приближения
матриц и тензоров в условиях неполных и зашумленных данных»
по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»

Актуальность диссертационной работы. Исследование посвящено моделям малого ранга, являющимся типичными малопараметрическими представлениями данных, организованных в виде матриц или тензоров. Подобные малопараметрические представления является неотъемлемой частью современных численных методов линейной алгебры, так как позволяют снизить сложность вычислительных алгоритмов и объемы памяти, требуемые для их работы.

Задача приближения матрицы матрицей малого ранга хорошо изучена в общем виде, но сохраняет свою актуальность при дополнительных условиях. Так, для приложений из областях обработки сигналов, рекомендательных систем, фильтрации данных изображений интересна возможность построения малорангового приближения матрицы при условии, что известна лишь часть элементов матрицы, а также в случае, когда входные данные могут содержать малое количество ошибочных элементов.

В современных приложениях также часто возникают структуры малого ранга большей размерности, или тензоры малого ранга. Модель тензоров малого ранга имеет широкое применение в задачах, связанных с обработкой сигналов, где распространение сигнала по беспроводной сети описывается комплекснозначным тензором, размерности которого могут соответствовать частоте, времени, и индексам приемной и отправляющей антенн. Практически

значимыми при этом являются задачи оценки, сжатия и предсказания такого тензора, который, согласно физической модели распространения лучей, хорошо приближается тензором малого канонического ранга.

Таким образом, тема диссертации Петрова С.В. является актуальной.

Новизна результатов диссертационной работы определяется следующим набором результатов. Впервые предложена теория устойчивости тензорных приближений, доказанная при наборе предположений, выполняющихся для практически используемых алгоритмов. Получены асимптотические оценки близости малорангового приближения наперед заданного тензора, подверженного возмущению большой нормы, к исходному тензору. Эти оценки сходятся с уже существующими для матриц в случае размерности 2 и подтверждены численными экспериментами. Впервые предложен метод приближения тензоров в формате Таккера с малыми рангами, основанный на методах восполнения и быстром преобразовании Джонсона-Линденштраусса.

Кроме того, для задачи восполнения матриц предложена и теоретически обоснована возможность использования приближенного проектирования в методе проекции градиента. На основе методов восполнения матриц предложен метод аппроксимации матриц в виде суммы матрицы малого ранга и разреженной матрицы, имеющий меньшую сложность по сравнению с известными в литературе и сходящийся геометрически на искусственных данных.

Степень обоснованности и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций диссертационной работы. Достоверность результатов работы следует из строгости математических рассуждений и надёжности использованных численных методов. Численные и теоретические результаты находятся в полном соответствии и опубликованы в 3 публикациях, индексируемых WoS и RSCI, и доложены на российских и международных конференциях.

Краткое содержание диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав и заключения.

В первой главе исследуется модель матриц малого ранга в специальных условиях: рассматривается задача построения приближения малого ранга в условиях неполных данных, известная также как задача восполнения матрицы. В частности, рассматривается возможность понижения вычислительной сложности существующего глобально сходящегося метода восполнения матриц с помощью использования приближенного проектирования на множество матриц малого ранга. В качестве такого приближения можно использовать методы, основанные, например, на проектировании на случайные подпространства. Предлагается теорема о сходимости метода восполнения с таким приближенным проектированием.

Вторая глава посвящена возможности решения задачи восполнения матриц в случае входных данных с разреженной ошибкой; такая задача также может быть рассмотрена как задача приближения матрицы в формате суммы матрицы малого ранга и разреженной матрицы. Предлагается новый алгоритм, основанный на методах восполнения, и позволяющий эффективно решать задачу приближения матрицы в виде суммы матрицы малого ранга и разреженной матрицы, не обладая информацией о позициях элементов разреженной части.

В третьей главе рассматриваются многомерные модели тензоров малого ранга и вопросы устойчивости модельных приближений к большому белому шуму, который по норме может в несколько раз превышать норму самого приближения. В главе при наборе предположений получена теорема об асимптотических характеристиках устойчивости тензорных приближений к шуму, подтверждаемая численными экспериментами.

В четвертой главе рассмотрено обобщение алгоритмов восполнения на случай тензоров в формате Таккера, а также рассмотрена возможность построения алгоритмов аппроксимации по модели Таккера низкой сложности на основе алгоритмов восполнения общего вида.

В пятой главе рассмотрены практические приложения построенной в работе теории и алгоритмов. Представлены численные результаты решения задач из области автомобильных радаров и обработки сигналов беспроводной связи, а также сжатия матрицы дискретизации интегрального уравнения, описывающего электромагнитные процессы.

Автореферат в полной мере передает содержание диссертации.

Критические замечания по диссертационной работе.

Текст диссертации написан понятным языком и хорошо передает ход мыслей автора. Тем не менее, имеется ряд замечаний.

1. В разделе 5.1, посвященном применению разработанных методов для задачи нахождения физических параметров объектов по данным автомобильного радара, существенно используется предположение главы 3 о том, что шум является поэлементно-гауссовым. Было бы уместно провести оценку насколько это предположение соответствует действительности и насколько меняется численная погрешность определения физических параметров объектов при шуме более близком к реальному.
2. Во второй половине главы 2 автором предлагается к рассмотрению двухмасочный алгоритм, экспериментально превосходящий алгоритм, использующий лишь одну маску. Возможно ли использовать не две, а переменное число масок, и свести таким образом задачу восполнения матрицы к задаче восполнения трехмерного тензора? В соответствии с результатами главы 3 об устойчивости тензорных разложений к шуму такой подход потенциально мог бы эффективнее справляться с разреженными ошибками.
3. В работе присутствует небольшое количество опечаток (n вместо m на стр. 58 и в теореме 1.2.2, потеряна операция сопряжения на третьей строке выкладок в п. 3.2.2, R вместо g на стр. 80 и др.), в целом не влияющих на читаемость текста.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.6. «Вычислительная математика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Петров Сергей Владимирович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры математической физики

факультета вычислительной математики и кибернетики

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.

Ломоносова»

КРЫЛОВ Андрей Серджевич

08.11.2023

Контактные данные:

тел.: +7(495)939-11-29, e-mail: kryl@cs.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

Адрес места работы:

119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д.1

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова»

Кафедра математической физики

Тел.: +7(495)939-5336; e-mail: mf@cs.msu.ru

Подпись сотрудника Федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования «Московский
государственный университет имени М.В. Ломоносова» Крылова А.С.
удостоверяю:



Подпись удостоверяю
Ведущий специалист по кадрам

Т.Г. Коваленко