

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

На правах рукописи

Кубанов Рустам Татарханович

Фурье-оптика фрактальных структур

Специальность:

1.3.6. Оптика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Работа выполнена на кафедре оптики, спектроскопии и физики наносистем физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный
руководитель:

Короленко Павел Васильевич,
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные
оппоненты:

Боголюбов Александр Николаевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математики физического факультета
Московского государственного университета имени
М.В. Ломоносова

Глова Александр Федорович,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник лаборатории перспективных лазеров
Государственного научного центра Российской Федерации
Троицкого института инновационных и термоядерных исследований
(ТРИНИТИ)

Марголин Владимир Игоревич,
доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры микрорадиоэлектроники и технологии
радиоаппаратуры факультета радиотехники и телекоммуникаций
Санкт-Петербургского государственного электротехнического
университета «ЛЭТИ» имени В.И. Ульянова (Ленина)

Защита диссертации состоится «25» февраля 2025 года в 15:00 на заседании диссертационного совета МГУ.013.6 на физическом факультете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, аудитория 4-28.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (119192, г. Москва, Ломоносовский проспект, д. 27) и в сети Интернет: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3277>

Автореферат разослан «___» января 2025 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета МГУ.013.6,
доктор физико-математических наук, доцент
kosareva@physics.msu.ru



О.Г. Косарева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена изучению дифракционного преобразования скейлинговых и статистических характеристик фрактальных световых полей и развитию междисциплинарности в рамках фрактальных представлений. При выполнении работы регулярные и стохастические фракталы изучались с использованием аппарата Фурье-оптики, был изготовлен макет оригинального пространственного модулятора света для формирования фрактальных лазерных пучков с заданными характеристиками, на основании представлений о пространственно частотных каналах зрительной системы дана интерпретация эффективности фрактальной арт-терапии и механизма действия светостимуляционной терапии в медицине.

Актуальность темы исследования

Современная фрактальная оптика приобрела важное значение в общей системе физического знания. Ее развитие расширило представления о многих явлениях и процессах в живой и неживой природе. Одновременно ее результаты нашли применение в социальной, экономической сфере, в организации производства, а также в других областях человеческой деятельности. Есть основания говорить о том, что развитие междисциплинарности в рамках фрактальных представлений составляет весьма актуальное научное направление. Однако его развитие во многом зависит от правильной оценки и проработки его потенциала. Этот потенциал должен обеспечить решение как междисциплинарных, так и трансдисциплинарных задач, которые возникают не только в смежных областях науки, но и в тех ее разделах науки, которые значительно удалены друг от друга по своей направленности и понятийному аппарату. Проблема трансдисциплинарности, связанная, в частности, с вопросами нейроэстетики, требует многостороннего анализа свойств используемых фрактальных структур и процессов, а также возможностей их практической реализации. В диссертационной работе такой анализ выполнен с использованием аппарата Фурье-оптики применительно к регулярным и стохастическим фракталам.

Цели диссертационной работы

Цель диссертационной работы состоит в выявлении основных физических свойств и характеристик фрактальных образований, обеспечивающих решение как общефизических так трансдисциплинарных проблем, возникающих в медицине и нейроэстетике.

Задачи диссертационной работы

1. Разработать способы моделирования и практической реализации световых фрактальных структур, в том числе спеклоподобного вида, с различными скейлинговыми и статистическими параметрами.
2. Найти подходы к оценке оптимальных с точки зрения эффективного решения практических вопросов фрактальных и скейлинговых характеристик используемых фракталов.

3. Определить особенности пространственных спектров фрактальных структур в присутствии и отсутствии мнимых компонент в распределении амплитуды поля.
4. Объяснить на основе представлений о пространственно-частотных каналах зрительной системы особого когнитивного воздействия фрактальных изображений и эффективности светостимуляционной терапии в медицине.
5. Расширить типоряд применяемых в офтальмологии и арт-терапии спеклоподобных световых структур путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Объект и предмет исследования

Объектами исследования являются свойства регулярных и стохастических фракталов. Предметом исследования являются процессы преобразования световых пучков фрактальными структурами разной геометрии.

Методология исследования

Дифракционное преобразование скейлинговых и статистических характеристик фрактальных световых полей рассматривалось на основе численного моделирования. Для их модельного представления использованы свойства двумерной функции Вейерштрасса с детерминированным и случайным заданием фаз гармоник в случае регулярного и спеклового поля соответственно, геометрические фракталы и полиномиальные аттракторы. Исследование проводилось с использованием аппарата Фурье-оптики. Численное моделирование оптических спектров осуществлялось для широкого набора параметров фрактальных образований. Особое внимание уделялось оценке скейлинговых характеристик обеспечивающих эффективную обработку оптической информации зрительным аппаратом человека.

Научная новизна работы

1. Создана усовершенствованная модель двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса и полиномиальных аттракторов, позволяющая в широком диапазоне менять статистические и скейлинговые параметры излучения.
2. Создан макет оригинального пространственного модулятора света на основе дисплея ноутбука, для формирования фрактальных лазерных пучков с заданными характеристиками.
3. Разработаны методы формирования фрактальных спекловых структур обеспечивающие вариацию скейлинговых и статистических параметров, а также размеров спеклов.
4. Разработаны алгоритмы расчета пространственных спектров различных типов фрактальных световых распределений. и вскрыта роль присутствующего в них скейлинга в когнитивной обработке оптических изображений с фрактальными

признаками.

5. Установлена возможность использования представлений о мультифракталах и динамическом хаосе для создания световых структур с оптимальными для использования в медицине характеристиками.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая и практическая значимость состоит в том, что ее результаты расширяют возможности фрактальной Фурье-оптики для получения сведений фундаментального характера о сходстве пространственных спектров регулярных и стохастических самоподобных образований и их роли в реализации медицинских технологий, базирующихся на светостимуляции зрительных функций.

Положения, выносимые на защиту

1. Существует возможность усовершенствовать модель двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса путем изменения фазовых соотношения между ее гармониками и задания временных изменений изначальных параметров по фрактальному закону.
2. Созданный в лабораторных условиях макет оригинального пространственного модулятора света позволяет путем непосредственного использования разработанных алгоритмов построения самоподобных структур формировать световые пучки с заданным фрактальным распределением.
3. Пространственные спектры фрактальных распределений в действительном и комплексном представлении существенно отличаются друг от друга. Последние могут иметь несимметричный характер.
4. Особое когнитивное воздействие изображений фрактальных структур и эффективность светостимуляционной терапии в медицине можно объяснить присутствием в зрительном аппарате человека частотно селективных каналах передачи информации.
5. Расширение типоряда применяемых в психотерапии спеклоподобных световых структур возможно путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Степень достоверности результатов

Представленные в работе результаты достоверны, что подтверждается обоснованностью применяемых теоретических моделей, методов и методик решения задач. Степень достоверности результатов обусловлена отсутствием противоречий с основными положениями современной фрактальной оптики, а также их согласованностью с результатами, полученными по близкой тематике другими авторами и опубликованными в ведущих научных журналах.

Апробация работы

Результаты работы были представлены на международных и всероссийских научных конференциях:

1. XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова («Волны-2024»), Москва, 26-31 мая 2024 года.

2. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2024», Москва, 12-26 апреля 2024 года.

3. XIII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, НИЯУ МИФИ, 24-26 января 2024 года.

4. 14th International Conference on Acousto-Optic and Radar Methods of Measurement and Information Processing (ARMIMP-2021), Астрахань, 4-7 октября 2021 года.

5. XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова («Волны-2020»), Москва, 23-28 августа 2020 года.

6. 11-я Международная конференция "Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации" (ARMIMP-2018), Владимирская обл., г. Суздаль, 7-10 октября 2018 года.

7. VII Международная конференция по фотонике и информационной оптике, Москва, НИЯУ МИФИ, 24-26 января 2018 года.

Публикации

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 5 печатных работах, в том числе в 5 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова. Полный список работ автора приведён в конце автореферата.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертации результаты получены лично автором или при его определяющем участии.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка цитируемой литературы. Общий объём работы составляет 102 страницы, включающих 53 рисунка и 102 библиографические ссылки.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационного исследования, сформулированы задачи исследования, отмечена научная новизна и практическая значимость полученных результатов, перечислены положения, выносимые на защиту.

Первая глава носит обзорный характер. В главе рассмотрены разделы фрактальной оптики, заложившие основы развития технологических направлений. Глава начинается с перечисления основных типов фрактальных структур.

Далее, для того, чтобы подчеркнуть актуальность и междисциплинарность фрактальной оптики, приводится рассмотрение вопросов, относящихся к использованию фрактальных полей на практике.

Вторая глава посвящена анализу спектральных характеристик регулярных и стохастических распределений. Рассмотрение начинается с описания особенностей пространственных спектров структур, задаваемых числовыми последовательностями и действительными функциями. Приводится ряд примеров, характеризующих связь геометрии фрактальных объектов и их Фурье-спектров. В качестве одного из примеров рассмотрим структуру, построенную на основе канторовского множества (рисунок 1).

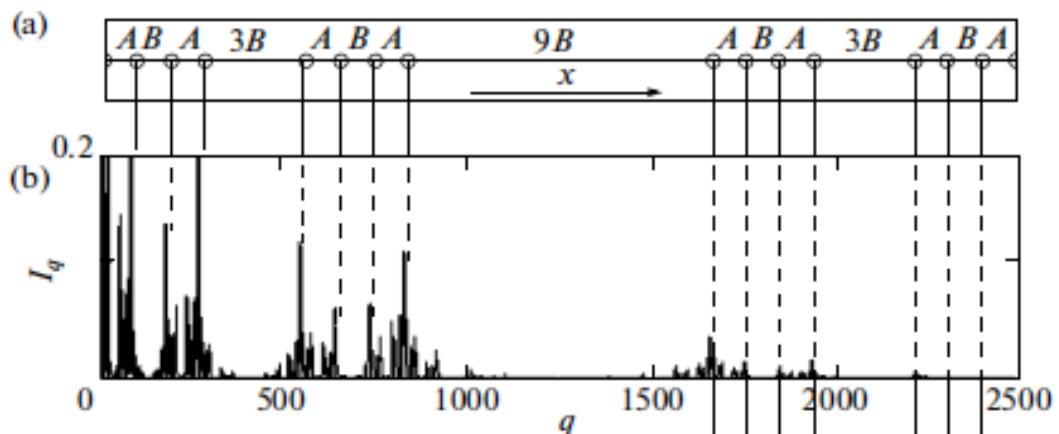


Рисунок 1 – Оптические свойства канторовских систем: (а) - фрагмент структуры сформированного квазикристалла, (б) - картина дифракции для структуры 5-го уровня.

Почти полное совпадение наиболее значимых спектральных пиков с положением элементов рассматриваемой системы указывает на определенное структурное соответствие фрактального объекта и его Фурье-спектра, связанное с одинаковым скейлингом их характеристик. Наличие структурного соответствия подтверждается ходом приведенных на рисунке пунктирных линий.

Далее рассматривается совокупность вопросов, относящихся к связи фрактальных объектов с их Фурье-спектрами при описании структуры объекта с помощью комплексной функции. Свойства фрактальных световых полей, задаваемых множеством комплексных чисел, заметным образом углубляют и расширяют представления о взаимной связи

амплитудно-фазовых характеристик и пространственных спектров излучения. За основу была взята комплексная функция Мандельброта-Вейерштрасса имеющая вид:

$$w_{k,m} = \sigma \sum_{v=0}^V \sum_{n=-N}^N \frac{1 - e^{ib^n s(k \cos(\alpha v) + m \sin(\alpha v))}}{b^{(2-D)n}} e^{i\psi(n)}, \quad (1)$$

где k, m – номера значащих точек по поперечным координатам, D характеризует фрактальную размерность, V – полное число азимутальных поворотов системы координат, v – номер отдельного поворота, α – его величина, b, s – масштабирующие параметры; σ – нормировочный множитель; $\psi(n)$ – фазы (в общем случае случайные), входящих в выражение (1) гармоник;

На рисунке 2(а,б) показаны амплитуда $W_{k,m} = |w_{k,m}|$ и фаза $\Phi_{k,m} = \text{arg}(w_{k,m})$ распределения (1). Расчет проводился для следующих значений параметров: $N = 5$; $s = 3$; $v = 8$; $K = 127$; $b = 2$; $n = -N, -N + 1 \dots N$; $\alpha = \pi/8$; $k = -K \dots K$; $D = 1.65$; $m = -K \dots K$. Из рисунка видно, что наиболее значительные максимумы представленных распределений располагаются по окружностям. Отношение радиусов этих окружностей, определяющее величину коэффициента скейлинга, равно коэффициенту $b = 2$. Пространственные спектры функции $W_{k,m}$ характеризующие распределение поля в дальней зоне, графически представлены на рисунке 2(в,г). Для их расчета использовалась процедура БПФ. На рисунке 2(в) показана амплитуда коэффициентов Фурье ($W_{k,m}$), а на рисунке 2(г) – их фаза ($\Phi_{k,m}$). Видно, что спектры в отличие от изображений не обладают центральной симметрией. Амплитудным спектрам присуща асимметрия с точки зрения расположения спектральных максимумов. В той части спектра, где максимумы проявляются наиболее четко, они располагаются по окружностям, размеры которых соотносятся как радиусы расположения максимумов на изначальном распределении амплитуды и фазы (рисунок 2(а,б)). Структура спектра по фазе не характеризуется дискретными максимумами. Она включает систему фрагментов прямоугольной формы, на границах которых фаза испытывает резкие изменения на величину π .

Как показало проведенное рассмотрение, отличительная черта спектрального анализа таких волновых структур состоит в возможности увеличить диапазон получаемой информации за счет параллельной обработки данных о распределении амплитуды и фазы. При получении и обработке этой информации следует считаться с тем, что в отдельных случаях будет нарушаться прямая связь между пространственными и спектральными характеристиками излучения. К важным особенностям структуры Фурье-спектров следует отнести обнаруженный факт совпадения амплитудных максимумов с точками фазовых сингулярностей. Примечательно, что пространственные частоты, определяющие положение амплитудных максимумов, соответствуют положению углов прямоугольных сегментов. Это означает, что амплитудные максимумы располагаются в точках винтовых фазовых дислокаций, где фаза в двух взаимно перпендикулярных направлениях меняется на π . Для иллюстрации указанного факта на рисунок 2(г) осуществлено наложение амплитудной и фазовой частей Фурье-образа.

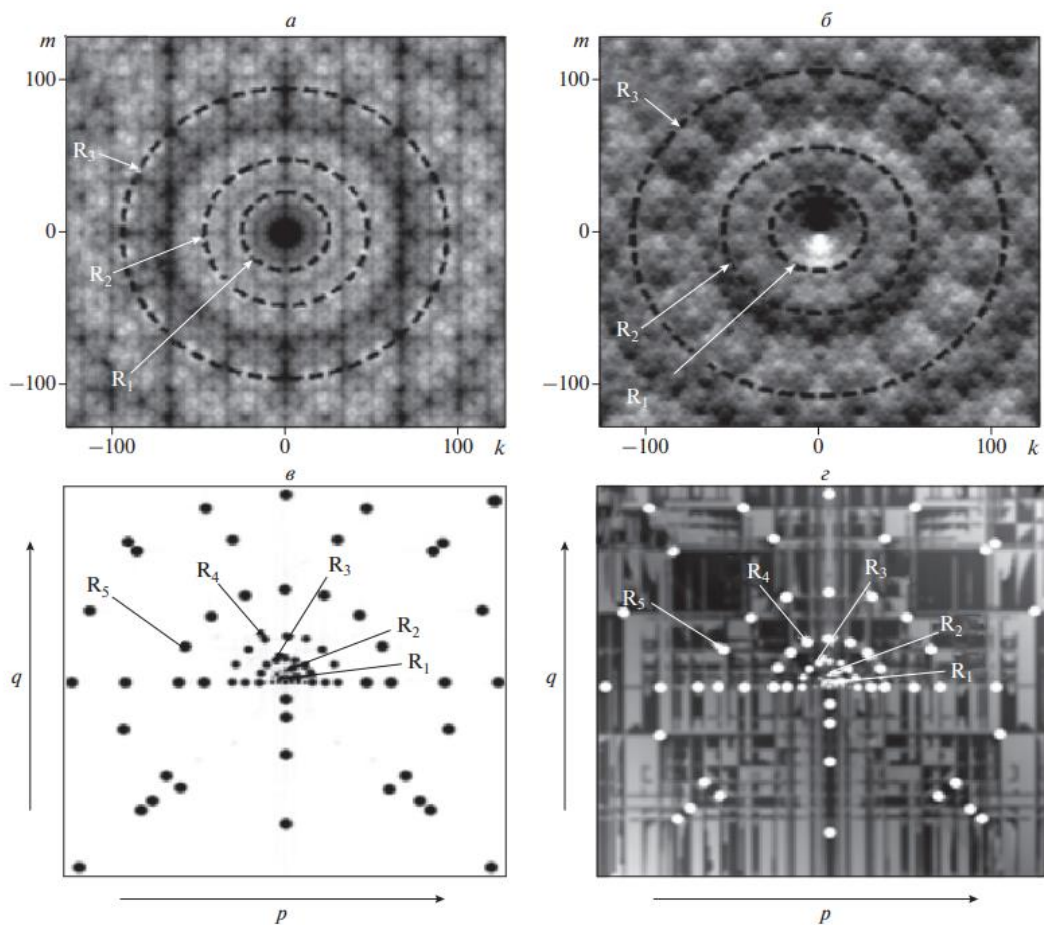


Рисунок 2 – Распределение амплитуды $W_{k,m}$ (а) и фазы $\Phi_{k,m}$ (б) световых колебаний в изначальной структуре и ее коэффициенты Фурье, представленные по амплитуде $|F_{p,q}|$ (в) и фазе $P_{p,q}$ (г).

Как было отмечено комплексные фрактальные структуры не всегда обладают симметричным спектром. Отметим, что действительные функции таким свойством не обладают – их спектры симметричны относительно нуля.

Была исследована устойчивость пространственных спектров к влиянию оптических шумов, возникающих в процессе Фурье-преобразования изначальной структуры. Продемонстрирована высокая степень стабильности спектральных характеристик рассматриваемых фрактальных объектов, что несомненно является положительный моментом с точки зрения практических приложений.

Третья глава посвящена исследованию особенностей распространения фрактальных световых структур в свободном пространстве и в оптических системах. Фрактальные световые структуры (диффракталы) нашли использование в оптической диагностике и при проведении медикобиологических исследований. Однако, несмотря на достаточно подробную проработку приложений прикладной направленности, некоторые вопросы фундаментального характера нуждаются в более подробном изучении. Ряд из них связан с изучением особенностей дифракционного распространения волн со спекловой структурой.

Работы, посвященные этой проблеме, обходят, как правило, вопрос о влиянии дифракционного перераспределения интенсивности светового пучка на его фрактальные свойства. Однако этот вопрос имеет важное значение, поскольку обычно световой пучок проходит от объекта, формирующего спекловое поле, до анализатора его структуры, определенное расстояние в силу чего дифракция может его заметно исказить. В данной главе структурные изменения фрактального характера в процессе распространения излучения рассматриваются совместно с трансформацией их статистических характеристик.

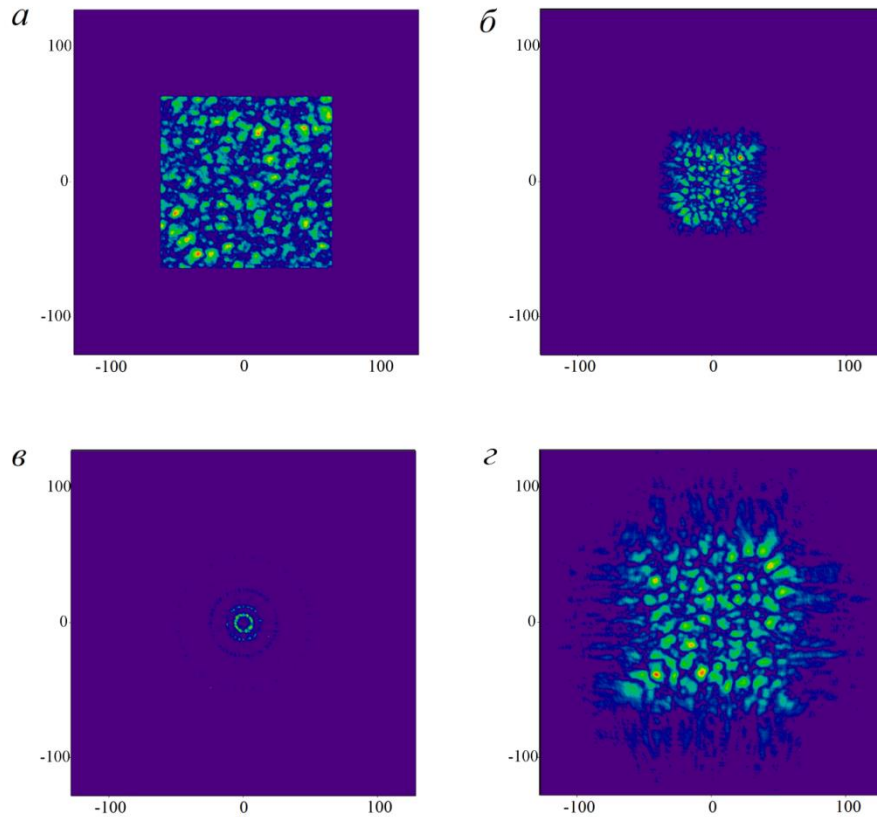


Рисунок 3 – Распределение интенсивности $|B|$ в начальной плоскости (*a*) и на расстояниях $R/2$ (*б*), R (*в*), $2R$ (*г*).

На первом этапе исследований рассматривалась задача о распространении спеклового пучка, имеющего в начальной плоскости вогнутый волновой фронт. На рисунке 3(*a*) показано распределение интенсивности $A_{x,y}$ сразу за фазовым экраном в предположении, что световой пучок ограничивает квадратная диафрагма, размер которой в 3.2 раза меньше размера рабочего поля.

Обращает на себя внимание то, что в фокальной плоскости, когда $z = R$, вид поля кардинальным образом меняется и полностью соответствует структуре пространственного спектра изначального пучка. Изображение пучка при $z = 2R$ имеет заметные отличия от начального распределения интенсивности, размеры и положение спеклов в нем отличаются от первоначальных. В тех случаях, когда значения интенсивности на периферии пучка уменьшались посредством использования супергауссовой диафрагмы кардинальные структурные изменения (в том числе и в фокальной плоскости) в поведении пучка не

наблюдались.

В процессе распространения пучка плотность вероятности интенсивности практически не меняет свою форму. Из рисунка 4, где представлены ее графики, нормированные на единицу и усредненные по трем реализациям видно, что распределение вероятностей практически не изменяется при смещении к плоскости изображения.

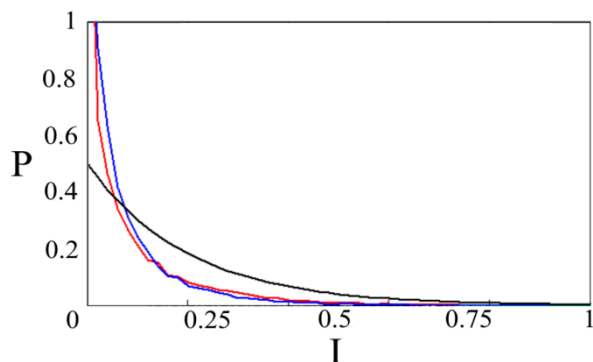


Рисунок 4 – Графики плотности вероятности. Красная линия – $z = 0$; синяя линия - $z = 2 R$; черная линия -распределение Рэлея (для сравнения). I – интенсивность, нормированная на максимальное значение.

На рисунке 5 приведены усредненные данные об изменении фрактальной размерности поперечного распределения интенсивности и среднего размера спеклов, происходящих с увеличением расстояния от начальной плоскости. Как видно из рисунка, фрактальная размерность не претерпевает значительных изменений за исключением фокальной области, где структура излучения существенным образом трансформируется. Выполненные при разных реализациях оценки показывают, что фрактальные размерности изначального пучка и его изображения совпадают с точностью 5%, включая случай супергауссовой диафрагмы. Их значения в начальной плоскости и в плоскости изображения оказываются близкими, но с некоторым увеличением у изображения. Значительное снижение размеров спеклов наблюдается лишь вблизи фокальной плоскости.

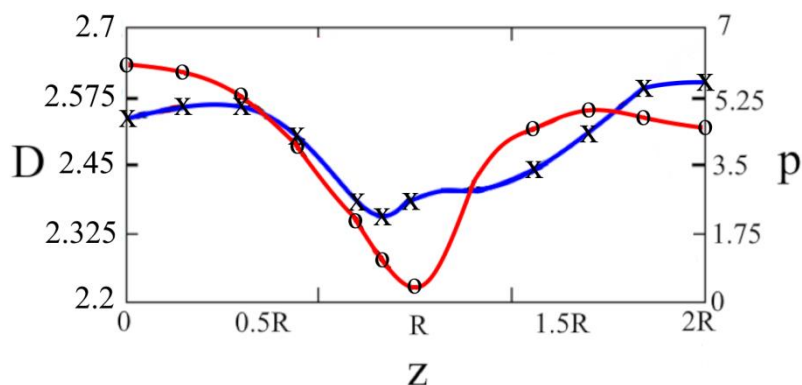


Рисунок 5 – Изменение вдоль оси оптической системы фрактальной размерности D (красная линия, круглые значки) и среднего размера спеклов p (синяя линия, значки в виде крестиков).

С целью количественной оценки степени адекватности изображения по отношению к начальному полю была рассчитана зависимость коэффициента корреляции от фрактальной размерности начального распределения (рисунок 6), и от доли присутствующей в излучении абберации третьего порядка (рисунок 7).

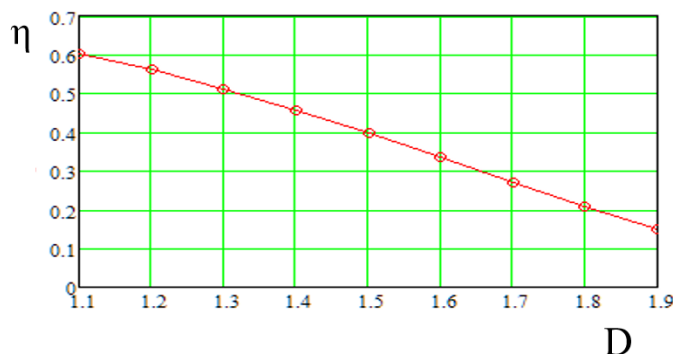


Рисунок 6 – Зависимость коэффициента корреляции η от фрактальной размерности начального распределения D .

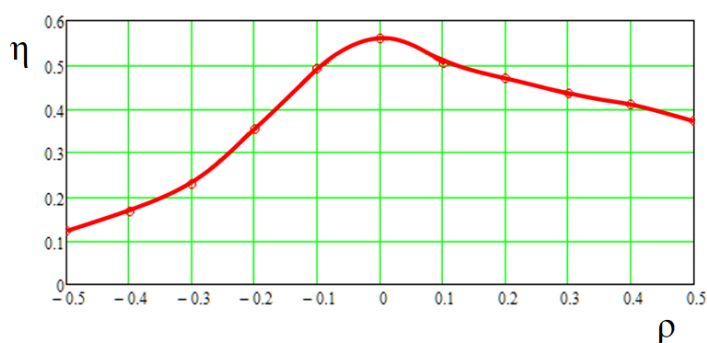


Рисунок 7 – Зависимость коэффициента корреляции η от доли присутствующей в излучении абберации третьего порядка ρ .

Были изучены также происходящие изменения в структуре спекловых волн при их распространении, когда изначальная волна имела плоский волновой фронт. Качественно дифракцию спеклового пучка иллюстрирует рисунок 8, на котором приведена структура поля в начальной плоскости (рисунок 8(а)) и на расстоянии от нее $z_1 = 0.0001d^2/\lambda$ (рисунок 8(б)), где d – размер рабочего поля, λ – длина волны.

Количественный анализ трансформации структуры спекловой волны показал, что такие характеристики поля как плотность вероятности и радиус корреляции значений интенсивности, их стандартное отклонение в области $0 < z < z_1$ в зависимости от реализации могут претерпевать заметные, а иногда значительные изменения. В то же время, фрактальная размерность, рассчитанная методом покрытий, испытывала отклонения от среднего значения, равного 2.45, не превышающие 2%. Это говорит об устойчивости такой важной характеристики спеклового поля, как его фрактальная размерность.

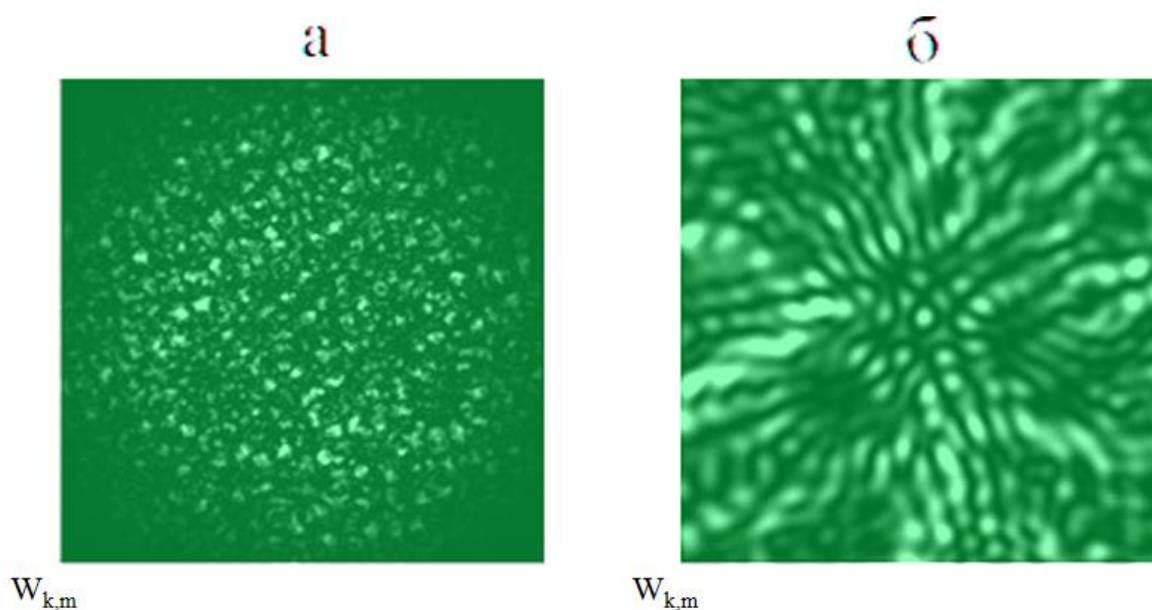


Рисунок 8 – Трансформация структуры поля плоской волны с начальным распределением – а и распределением на расстоянии z_l – б.

В рамках исследований по распространению в пространстве когерентных световых пучков определенное место занимает изучение процессов распространения пучков с изначально сложным амплитудно-фазовым профилем. Результаты, полученные в этом направлении, позволили существенно улучшить характеристики лазерных информационных систем. Так, пучки с вихревой структурой волнового фронта обладают рядом уникальных свойств, обеспечивающих повышенную степень стабильности характеристик при распространении в турбулентной атмосфере. Привлекли внимание исследователей также волны с фрактальной структурой волнового фронта (диффракталы). Их ценным качеством является проявление структурного самоподобия в процессе распространения. Однако в литературе явно недостаточно рассмотрен случай, когда рассматриваемые пучки обладают одновременно вихревыми и фрактальными свойствами. В данном разделе описывается разработка и использование специально разработанных алгоритмов и расчетной программы для определения устойчивости характеристик фрактальных вихревых пучков к влиянию турбулентных образований в среде распространения. Расчеты проводились, опираясь на подход, основанный на сложении световых полей системы гауссовых пучков с поэтапно изменяющейся конфигурацией. Особенности расчетной схемы можно продемонстрировать для случая, когда начальная конфигурация пучков соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского (рисунок 9).

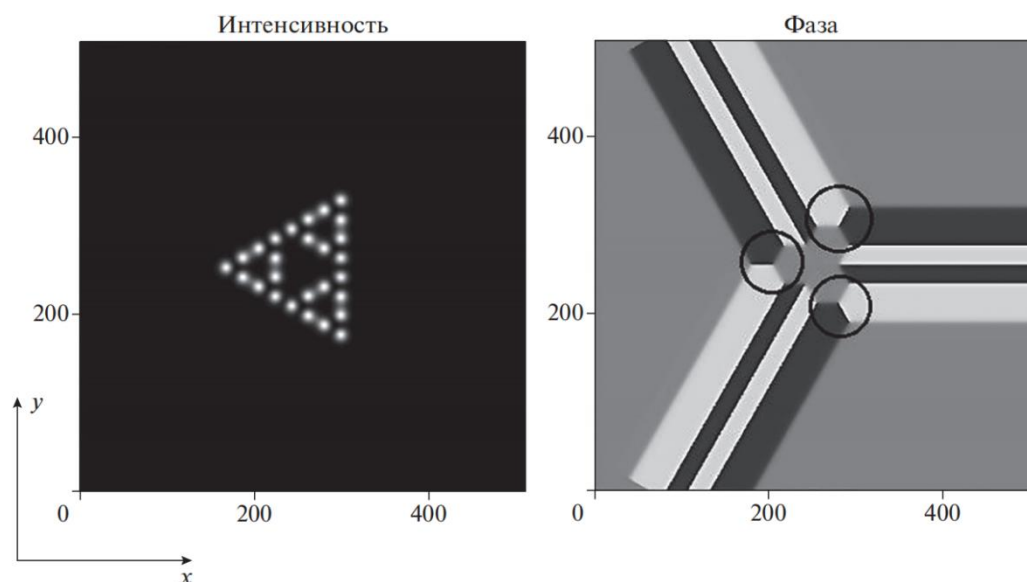


Рисунок 9 – Распределение интенсивности и фазы конфигурации гауссовых пучков в начальной плоскости. Фаза представлена в градациях серого. x , y – значения поперечных координат в относительных единицах. Окружностями помечены дислокации волнового фронта.

В процессе распространения фрактальные вихревые пучки трансформируются в результате дифракции и под влиянием неоднородностей среды. Возможности расчетной схемы для описания дифракционного преобразования фрактальной структуры излучения можно продемонстрировать на примере пучков, изначальная конфигурация которых соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского. Эта конфигурация показана на рисунке 10(а). На нем хорошо видны сечения образующих гауссовых пучков, формирующих самоподобные элементы с коэффициентом скейлинга, равным двум. Распространяясь в свободном пространстве, из-за дифракционного перераспределения амплитуды в поперечном сечении изображение пучка трансформируется (рисунок 10(б)), но при этом сохраняется его общая треугольная морфология. Сохраняется также величина скейлинга между подобными треугольными распределениями максимумов амплитуды. Красные и зеленые точки на рисунке 10(а,б) определяют положения винтовых дислокаций волнового фронта с топологическим зарядом соответственно $+1$ и -1 . Их расположение также соответствует треугольной геометрии.

Влияние турбулентности передающей среды на характеристики фрактальных пучков проводилось с помощью фазового экрана, моделирующего атмосферные неоднородности. Моделирование показало, что для небольших значений N , характеризующих азимутальный набег фазы, среднеквадратичные флуктуации “центра массы” сечения вихревого фрактального пучка примерно, такие же как и в случае изначально плоского волнового фронта, однако, при росте N вихревые фрактальные пучки оказываются менее устойчивыми. В то же время турбулентность слабо меняет структуру пучка. Так, коэффициент корреляция по распределению интенсивности возмущенного турбулентностью пучка с невозмущенным пучком составляет 0.93.

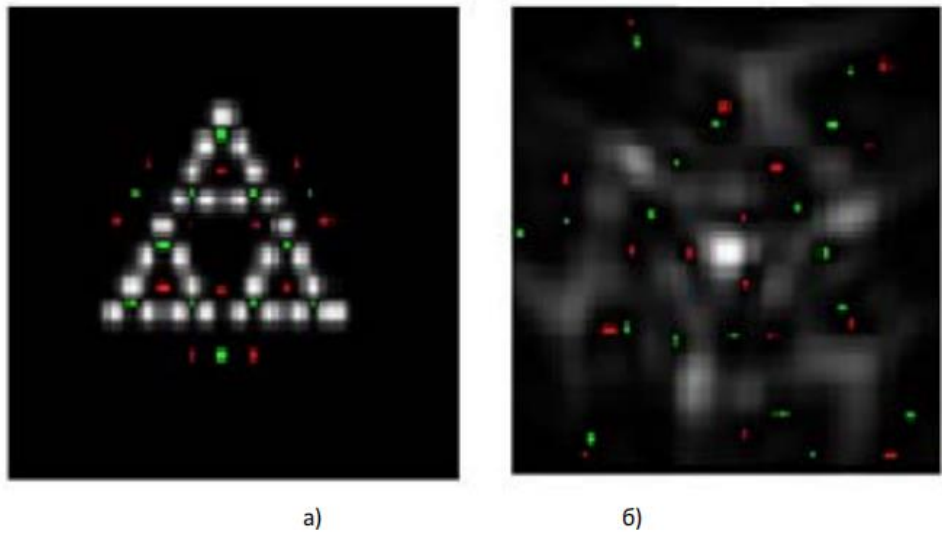


Рисунок 10 – Изменение структуры пучка при дифракционном распространении излучения: а) изначальная структура, б) структура в дальней зоне.

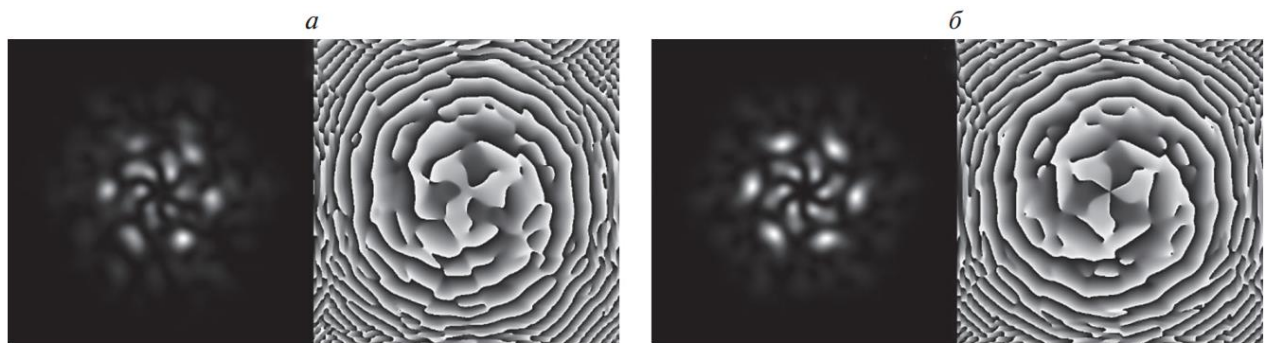


Рисунок 11 – Распределения амплитуды и фазы вихревых фрактальных пучков в среде распространения. Структура пучка с учетом турбулентности (*а*). Структура пучка без учета влияния турбулентных образований (*б*). Левые кадры – распределение интенсивности, правые – фазы.

Качественно факт структурной устойчивости фрактальных вихревых пучков подтверждает рисунок 11. На нем приведено графическое сравнение распределений интенсивностей и фаз фрактальных пучков, рассчитанных для дальней зоны с учетом и без учета влияния турбулентности. Хорошо видно, что в обоих случаях распределения интенсивностей и фаз имеют схожий фрактальный характер. Это свойство фрактальных вихревых пучков делает их перспективными для использования в атмосферных линиях связи, поскольку даже при регистрации на приемной апертуре фрагмента поперечной структуры пучка можно в силу ее самоподобия судить об общих характеристиках распространяющегося излучения.

Очень часто при проведении оптической фрактальной диагностики возникает необходимость в передаче фрактальных световых структур от плоскости, в которой находится изначальное распределение поля, в плоскость, где фиксируется распределение интенсивности. Такая передача осуществляется либо непосредственно зрительным

аппаратом человека, либо с помощью специальной оптической системы. В любом случае в изображении световой структуры могут возникнуть те или иные искажения, с которыми придется считаться. Особенно нежелательными являются те искажения, которые приводят к трансформации пространственного спектра излучения, играющего ключевую роль в процессах восприятия и обработки оптической информации. Величина и вид возникающих в изображении пучка изменений в значительной степени зависят от характера его структурирования. В первую очередь исследовался скейлинг (масштабная инвариантность) пространственных спектров амплитудных и фазовых изображений фрактальных структур в оптической системе общего вида. В качестве примера можно привести анализ Фурье-спектров изображений регулярных и стохастических фрактальных полей, задаваемых функцией Вейерштрасса (рисунок 12). Доминирование в спектрах нулевой частоты обусловлено присутствием в анализируемых распределениях постоянной составляющей. Степень проявления в них фрактальных и скейлинговых признаков зависит от контрастности спектра, проявляющейся в сопоставимости величины спектральных пиков. Для характеристики контрастности использовался параметр r равный отношению величин двух пиков ближайших к центральной частоте. На рисунке 12(а,б) они помечены цифрами 1 и 2. Будем считать параметр r равным отношению величины пика 2 к величине пика 1. Для удобства сравнения распределений спектральных линий их высота пронормирована на высоту пика 1. Из рисунков видно, что имеет место значительное снижение величины r для спеклоподобной структуры и ее изображения, поскольку из-за более сложного распределения поля значительная часть мощности излучения уходит в высокочастотные составляющие поля

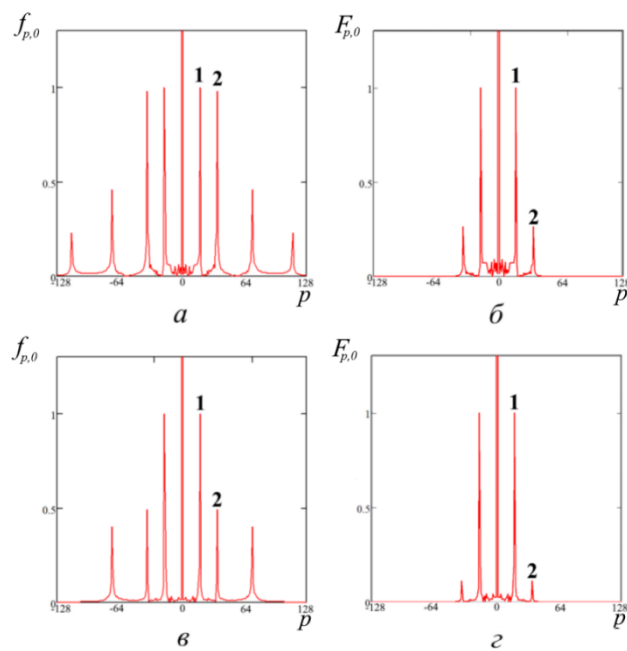
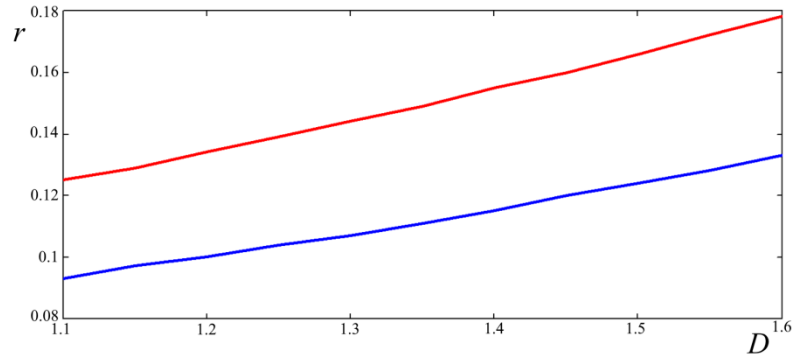


Рисунок 12 – Пространственные спектры. Спектры изначальной структуры а - регулярной, б - стохастической, в,г – соответствующие спектры изображений.

Проявление скейлинга в пространственных спектрах стохастических распределений зависит от фрактальной размерности световых пучков и ширины переходной функции оптической системы. Это иллюстрируют кривые на рисунке 13, которые построены путем усреднения по реализациям, зависящим от фазовых соотношений.



Рисунке 13– Влияние фрактальной размерности D и ширины переходной функции w на контрастность пространственного спектра. Красная линия – $w = 2.5$, синяя линия – $w = 3$.

Ход кривых показывает, что при некотором росте показателя контрастности r с увеличением D наблюдается его резкое снижение даже при небольшом увеличении w .

Данные, графически представленные на рисунках 12, 13 относятся к случаю использования когерентного излучения. Для того, чтобы сравнить эти данные со скейлинговыми характеристиками структур, сформированных в некогерентном свете, схема расчетов была изменена. Приведем результаты такого сравнения для указанных выше параметров светового поля и оптической системы. Регулярная когерентная структура, имея изначальное значение коэффициента $r = 0.98$, снижает его на выходе до уровня $r = 0.26$. В некогерентном же случае уменьшение r происходит от значения 0.98 до значения 0.27 . Что касается спеклового поля, в когерентном же случае снижение происходило от уровня 0.5 до уровня 0.2 , при переходе к характеристикам в некогерентном свете параметр r , оставаясь неизменным во входной плоскости, снижается до уровня 0.32 на выходе системы. При этом коэффициент корреляции структуры входного и выходного светового пучка в некогерентном случае был несколько выше (на 5%), чем в когерентном. Таким образом, передача информации о скейлинге в некогерентном свете происходит с большей степенью надежности. Это объясняется более широкой передаточной функцией, в результате которого усиливаются низкочастотные компоненты спектра.

Графическое представление функции плотности вероятности P значения интенсивности приведено на рисунке 14(а). Присутствие на графике локального максимума указывает на нерелеевский вид спеклового поля. Принципиально иной вид будет иметь график плотности вероятности значений фазы (рисунке 14(б)). Из него видно, что изменение значений фазы происходит в относительно узком диапазоне: от $\pi/4$ до π . Узкий выброс на графике в области $\Phi=0$ обусловлен сингулярным поведением амплитудно-фазового распределения в области $x=N/2, y=N/2$.

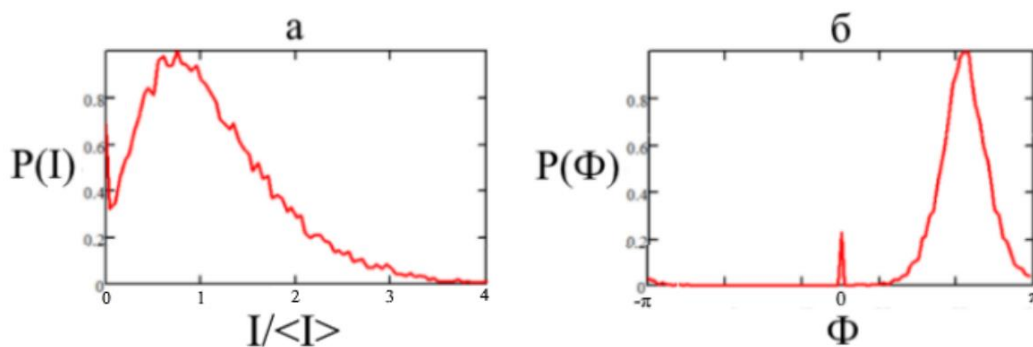


Рисунок 14 – Функция плотности вероятности P интенсивности (а) и фазы (б).

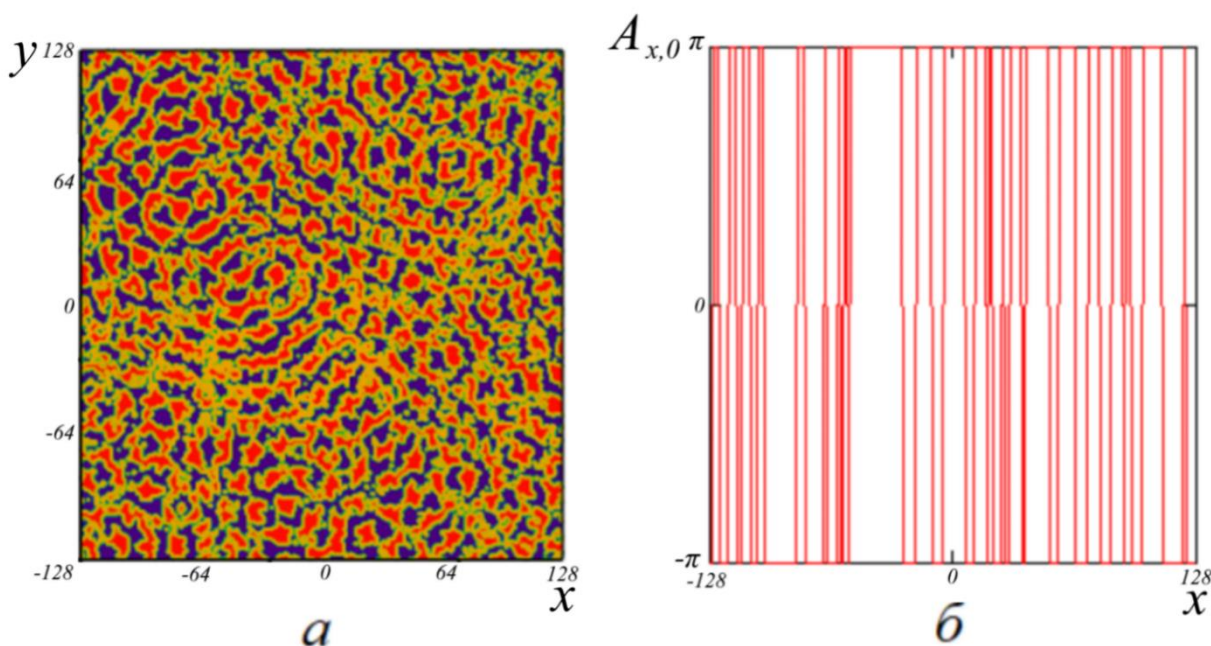


Рисунок 15 – Распределение фазы. а, б соответственно двумерное и одномерное представления.

Таким образом в процессе исследования спекловых фрактальных полей была разработана расчетная модель, позволяющая моделировать спекловые поля с различной статистикой распределений интенсивности и фазы. При этом обнаружены существенные различия в статистических характеристиках спеклов релеевского и нерелеевского типов. При этом установлена возможность управлением максимумом в распределении интенсивности спеклового поля, имеющая важное значение для ряда приложений, включая применение в офтальмологии.

Дополнительно было изучено проявление скейлинга при фазовом представлении когерентного спеклового поля. Распределение фазы $\Phi_{x,y}$ на входе в оптическую систему задавалось с помощью знакопеременной функции (1) посредством выражения $\Phi_{x,y} = \arg(E_{x,y})$ при неизменности задаваемых ранее параметров. Рассчитанное распределение фазы $\Phi_{x,y}$ показано на рисунке 15. Видно, что оно принципиально отличается от представленного на рисунке 3(а) распределения амплитуды $A_{x,y}$. Фаза, как видно из рисунка 15, структурирована

в виде сегментов, в области которых фаза принимает значения либо 0, либо π . Несмотря на это специфическое бинарное распределение, анализ его частотных характеристик и скейлинговых свойств показал, что они идентичны характеристикам световой структуры показанной на рисунке 3(а).

Для того, чтобы выяснить, насколько общий характер носят те результаты, которые были получены с использованием функций Вейерштрасса и Манделброта-Вейерштрасса был рассмотрен дополнительный тестовый пример с фрактальной структурой, построенной с помощью стохастической итерационной модели так называемой салфетки Серпинского. На рисунке 16(а) показана модификация салфетки Серпинского, в которой положение на рабочем поле 60% образующих значащих точек определяется случайным законом.

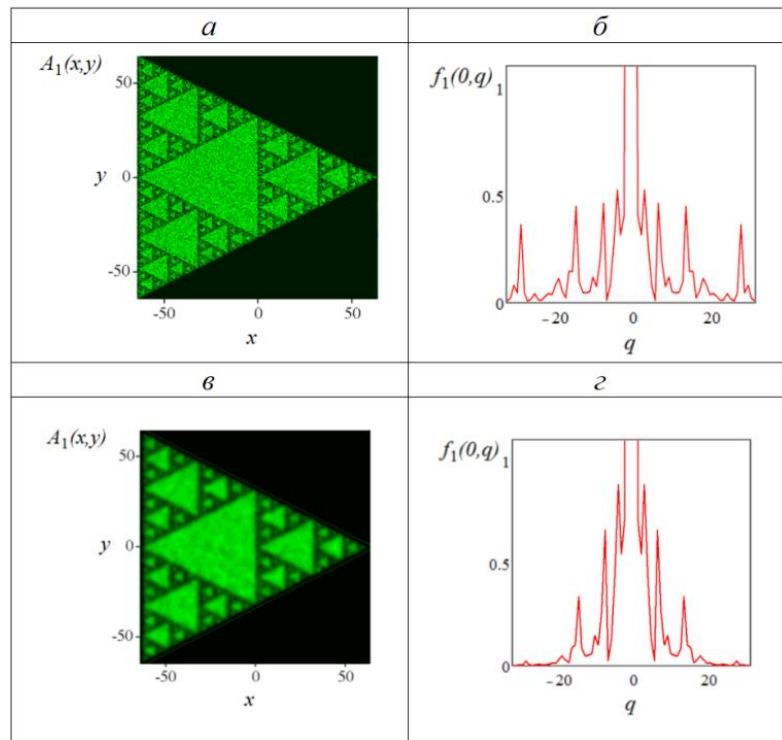


Рисунок 16 – Построение изображения модифицированной салфетки Серпинского. $a, б$ — соответственно начальная структура и её пространственный спектр; $в, з$ — изображение и его спектр.

Ее пространственный спектр (рисунок 16(б)), несмотря на высокий уровень стохастизации, обладает четко выраженным скейлингом с коэффициентом равным 2. Именно такой коэффициент скейлинга будет у салфетки Серпинского, не подвергнувшейся процедуре стохастизации. Таким образом, приведенный дополнительный пример указывает на то, что устойчивым скейлингом пространственного спектра могут обладать фрактальные структуры существенно различающиеся своей геометрией и принципом построения.

С целью экспериментального изучения особенностей распространения фрактальных полей для пространственной модуляции излучения была оригинальная схема SLM основе жидкокристаллической матрицы персонального компьютера.

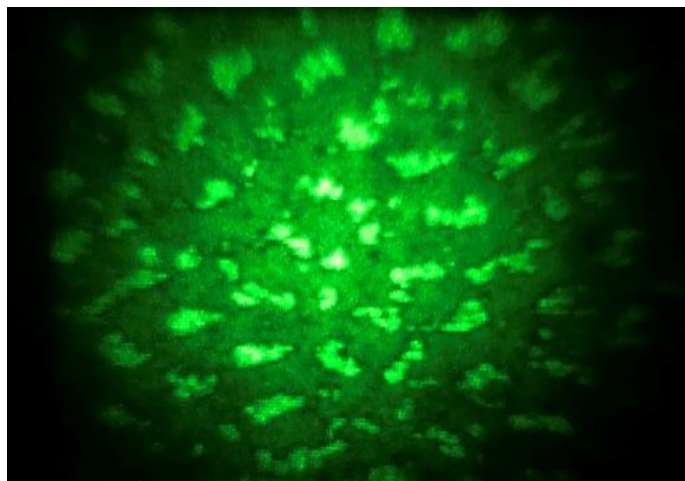


Рисунок 17 – Изображение спекловой структуры.

На рисунке 17 приведен пример фрактальных структур, которые образуются на выходе SLM, после падения на него одномодового лазерного пучка. Для получения этих структур применялось программное обеспечение, использующее свойства двумерной функции Вейерштрасса. Меняя параметры этой функции, можно было менять средний размер спеклов, форму плотности вероятности распределения интенсивности и его динамический диапазон. Анализ получаемых с помощью SLM спекловых изображений показал, что программным образом можно в широком диапазоне менять фрактальную размерность генерируемых световых структур. Эта возможность представляет интерес с точки зрения их практического использования, в частности, для применения в офтальмологии.

Четвертая глава посвящена анализу роли скейлинга пространственных спектров фрактальных структур в когнитивной обработке фрактальных изображений. Выполненный анализ показал, что представления о пространственно частотных каналах зрительной системы дают возможность объяснить особое когнитивное воздействие фракталов и эффективность светостимуляционной терапии в медицине. Поскольку зрительные сигналы поступают в кору головного мозга в виде их Фурье-образов, обладающих скейлингом, оптическая информация обрабатывается с высокой скоростью. Это вызывает особое когнитивное воздействие при просмотре фрактальных изображений. В качестве подтверждения предложенному объяснению механизма воздействия в главе 4 рассмотрены различные виды фрактальных и мультифрактальных структур (например, рисунок 18).

Несмотря на то, что отдельные фрагменты в картине аттрактора, характеризующиеся повышенной интенсивностью, по своей форме и положению значительно отличаются от классических спеклов, спектр полученной структуры имеет некоторые общие черты со спектром фрактального спеклового поля. Окружности с располагающимися на них спектральными максимумами имеют осесимметричный характер и обладают радиусами, отношение которых близко к постоянной величине равной 3.2 (параметр скейлинга). Это указывает на скейлинг пространственного спектра аттрактора, обеспечивающий проявление используемого в светотерапии когнитивного воздействия.

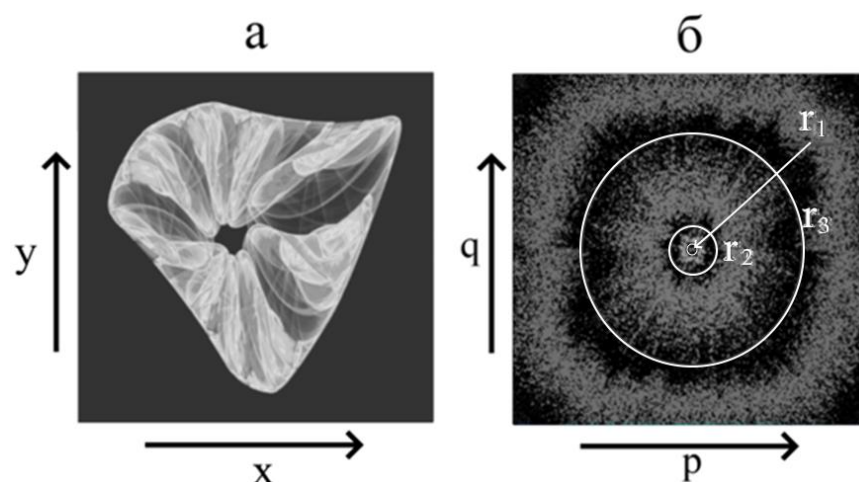


Рисунок 18 – Структура аттрактора (а) и его спектр (б). Можно вставить цветной.

Заключение

При выполнении диссертационной работы производился анализ общетеоретических и прикладных вопросов, связанных с Фурье-оптикой фрактальных структур и их междисциплинарных приложений и достигнуты следующие результаты:

1. Установлена возможность усовершенствования модели двумерного фрактального распределения светового поля с использованием свойств функции Вейерштрасса путем изменения фазовых соотношения между ее гармониками и задания временных изменений ее параметров по фрактальному закону.
2. Показано, что созданный в лабораторных условиях макет оригинального пространственного модулятора света на основе дисплея ноутбука позволяет путем непосредственного использования разработанных алгоритмов построения самоподобных структур формировать световые пучки с заданным фрактальным распределением.
3. Показано, что пространственные спектры фрактальных распределений в действительном и комплексном представлении существенно отличаются друг от друга. Последние имеют явно выраженный несимметричный характер.
4. Выполненный анализ показал, что представления о пространственно частотных каналах зрительной системы дают возможность объяснить эффективность светостимуляционной терапии в медицине. Поскольку зрительные сигналы поступают в кору головного мозга в виде их Фурье-образов, обладающих скейлингом, оптическая информация обрабатывается с высокой скоростью. Это вызывает особое когнитивное воздействие при просмотре фрактальных изображений.
5. Продемонстрирована возможность расширения типоряда применяемых в арт-терапии спеклоподобных световых структур путем использования скейлинга спектров мультифрактальных структур и хаотических аттракторов.

Список публикации автора по теме диссертации

*Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих
Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова:*

- A1. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.**, Мишин А.Ю. *Особенности комплексного представления диффрактовых волновых структур // Известия Российской академии наук. Серия физическая.* — 2021. — Т. 85, № 1. — С. 68-73. **IF = 0,749 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
Переводная версия статьи: Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Mishin A.Yu. *Features of the complex representation of diffractal wave structures // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* — 2021. — Vol. 85, No. 1. — P. 53-56. **SJR = 0,21 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A2. Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Pavlov N.N., Zotov A.M. *Diffraction propagation of vortex diffractals // Journal of Physics: Conference Series.* — 2021. — Vol. 2091. — P. 012072. **SJR = 0,18 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,7 п.л., личный вклад = 0,2 п.л.
- A3. Вохник О.М., Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.** *Фрактальные световые структуры для стимуляционной терапии в офтальмологии // Известия Российской академии наук. Серия физическая.* — 2022. — Т. 86, № 11. — С. 1602-1605. **IF = 0,749 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
Переводная версия статьи: Vokhnik O.M., Korolenko P.V., **Kubanov R.T.** *Fractal light structures for stimulation therapy in ophthalmology // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* — 2022. — Vol. 86, No. 11. — P. 1327-1330. **SJR = 0,21 (Scopus)**. Общий объём статьи = 0,5 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A4. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.** *Использование в медицине спеклоподобных структур со скейлингом пространственных спектров // Письма в «Журнал технической физики».* — 2024. — Т. 50, № 14. — С. 25-28. **IF = 0,731 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,4 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
- A5. Короленко П.В., **Кубанов Р.Т.**, Павлов Н.Н. *Пространственный модулятор когерентного излучения на основе жидкокристаллического дисплея персонального компьютера // Приборы и техника эксперимента.* — 2024. — № 2. — С. 101-102. **IF = 0,674 (РИНЦ)**. Общий объём статьи = 0,2 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.
Переводная версия статьи: Korolenko P.V., **Kubanov R.T.**, Pavlov N.N. *Spatial modulator of coherent radiation based on a liquid-crystal display of a personal computer // Instruments and Experimental Techniques.* — 2024. — Vol. 67, No. 2. — P. 303-304. **JIF = 0,4 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,2 п.л., личный вклад = 0,1 п.л.