

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Данилина Анна Владимировна

**Редкие четырехлептонные распады B - мезонов в
Стандартной модели**

Специальность 1.3.15 —
«Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких
энергий»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена в Отделе экспериментальной физики высоких энергий Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент
Никитин Николай Викторович

Официальные оппоненты: **Баранов Сергей Павлович**,
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки институт имени П. Н. Лебедева
Российской академии наук,
ведущий научный сотрудник

Галкин Владимир Олегович,
доктор физико-математических наук,
Институт образовательной информатики
Федерального исследовательского центра
«Информатика и управление»
Российской академии наук,
главный научный сотрудник

Тернов Алексей Игоревич,
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт»,
профессор

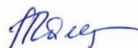
Защита состоится 8 декабря 2023 г. в 16.30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5 (19-й корпус НИИЯФ МГУ), аудитория 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале <https://dissovet.msu.ru/dissertation/013.2/2712>.

Автореферат разослан “ ___ ” ноября 2023 года.

E-mail (диссертационного совета): galan_lidiya@mail.ru

Ученый секретарь
диссертационного совета
МГУ.013.2, кандидат физ.-мат. наук



Галанина Лидия Ивановна

Общая характеристика работы

Данная диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию распадов заряженных B -мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино, а также распадов нейтральных B -мезонов на четыре легких заряженных лептона и вычислению связанных с этими распадами парциальных ширин и дифференциальных характеристик в Стандартной модели.

Актуальность темы и степень ее разработанности.

Четырехлептонные распады B -мезонов открывают возможность проведения прецизионную проверку предсказаний Стандартной модели (СМ) в высших порядках теории возмущений и могут служить фоновыми процессами для подавленных по спиральности сверхредких распадов $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^-$. Последние распады в настоящее время активно исследуются на Большом адронном коллайдере в ЦЕРН в связи с поиском физики вне рамок СМ [1, 2, 3, 4]. Редкие многолептонные распады B -мезонов в СМ можно условно разделить на два типа. Распады первого типа запрещены на древесном уровне и идут в высших порядках теории возмущений за счёт петлевых диаграмм типа “пингвин” и/или “квадратик” (так называемые нейтральные токи, нарушающие аромат). К распадам первого типа относятся процессы $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ и аналогичные им. В распадах второго типа для получения заданного конечного многолептонного состояния используется значительное число электромагнитных и слабых процессов на древесном уровне. В качестве характерного примера можно указать распад $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и подобные ему процессы. Парциальные ширины четырехлептонных распадов B -мезонов чрезвычайно малы, что делает данные распады чувствительными к возможным проявлениям эффектов новой физики. Всё вышесказанное делает редкие четырехлептонные распады B -мезонов важными объектами с точки зрения экспериментального изучения физики вне рамок СМ, а теоретические предсказания для таких распадов актуальной задачей.

В единственной работе [5], где теоретически были предсказаны значения парциальных ширин распадов $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ и $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, не учтен вклад промежуточных векторных резонансов и слабой аннигиляции. Предсказания для $\text{Br}(B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-)$ и $\text{Br}(B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$ в литературе отсутствуют. В настоящий момент относительно значений парциальных ширин заряженных B -мезонов ведется дискуссия [6, 7, 8], которая была инициирована результатами, полученными в данной диссертационной работе.

Ни один из обсуждающихся в работе редких четырехлептонных распадов экспериментально не обнаружен, однако коллаборация LHCb установила верхние пределы на парциальные ширины распадов $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ [9, 10, 12] и $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$ [11].

Объект и предмет исследования

Объектом исследования настоящей работы являлись распады заряженных B -мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино, а также распады нейтральных B -мезонов на четыре легких заряженных лептона в Стандартной модели. Предметом исследования выступают наблюдаемые величины: парциальные ширины и дифференциальные характеристики данных распадов.

Цель и задачи исследования

Целью диссертационной работы являлось теоретическое исследование распадов заряженных и нейтральных B – мезонов в четырехлептонные конечные состояния в рамках Стандартной модели. Работа включает в себя два связанных между собой исследования. В первом изучаются распады заряженных B – мезонов: $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$. Во втором проводится исследование распадов нейтральных B – мезонов: $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Рассчитаны амплитуды распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$ с учетом вкладов промежуточных $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ резонансов, вклада тормозного излучения и нерезонансного вклада $b\bar{b}$ – пар;
2. Для процессов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$ вычислены значения парциальных ширин. Для распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ получен ряд физически обоснованных дифференциальных распределений;
3. Рассчитана амплитуда распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом вкладов $\varphi(1020)$, $\psi(3770)$, $\psi(4040)$, $\psi(4160)$, $\psi(4415)$, $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ резонансов, вкладов «хвостов» от J/ψ и $\psi(2S)$, $b\bar{b}$ – пар, процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции;
4. Рассчитана амплитуда распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом вкладов $\rho^0(770)$, $\omega(782)$, $\psi(3770)$, $\psi(4040)$, $\psi(4160)$ и $\psi(4415)$ резонансов, вкладов «хвостов» от J/ψ и $\psi(2S)$, $b\bar{b}$ – пар, процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции;
5. Вычислено значение парциальной ширины распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом вклада $\varphi(1020)$ - резонанса и без него. Оценено влияние данного вклада на парциальную ширину распада;
6. Вычислено значение парциальной ширины распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом вклада $\omega(782)$ - резонанса и без него. Оценено влияние данного вклада на парциальную ширину распада;
7. Для распадов $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ получена серия наиболее актуальных дифференциальных характеристик;
8. Получены оценки для парциальных ширин распадов $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ и $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$;
9. Реализованы модели для Монте - Карло генераторов EvtGen для всех обсуждаемых в работе распадов.

Научная новизна:

Все предсказания, касающиеся четырехлептонных распадов заряженных и нейтральных B – мезонов, которые были получены в данной работе, являются

либо первыми предсказаниями в данной области (распады заряженных B – мезонов и распад $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$), либо наиболее полными из имеющихся на настоящий момент (распад $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$).

1. Впервые получены парциальные ширины и дифференциальные характеристики распадов заряженных B – мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино;
2. Впервые получены предсказания для парциальной ширины и дифференциальных характеристик распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, с учетом вкладов $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ – мезонов, резонансных вкладов от $u\bar{u}$ и $c\bar{c}$ – пар, нерезонансного вклада $b\bar{b}$ – пар, вклада процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции;
3. Впервые получены предсказания для парциальной ширины и дифференциальных характеристик распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом вкладов $\varphi(1020)$ – резонанса, резонансных вкладов от $u\bar{u}$ и $c\bar{c}$ – пар, нерезонансного вклада $b\bar{b}$ – пар, вкладов процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции;
4. Созданы модели Монте – Карло генераторов в рамках программного пакета EvtGen для моделирования распадов заряженных B – мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино, а также распадов $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$.

Практическая значимость

На основании теоретических результатов, полученных в данной диссертационной работе, реализованы Монте – Карло модели для описания четырехлептонных распадов заряженных и нейтральных B – мезонов в рамках программного пакета EvtGen. Первая из них позволяет проводить моделирование распадов заряженных B – мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино. Данная модель включена в базу программного обеспечения коллаборации ЛНСб. Модель была использована при проведении экспериментального анализа распада $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$. Вторая и третья модели созданы для изучения распадов $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Данные модели сейчас находятся на этапе подготовки к имплементации в базу программного обеспечения коллаборации ЛНСб. При помощи данных моделей коллаборацией ЛНСб планируется провести оптимизацию критериев отбора для дальнейшего более эффективного поиска распадов B_d и B_s мезонов на четыре заряженных легких лептона.

Методология и методы исследования.

Основные результаты работы были получены с помощью методов квантовой теории поля и являются следствием теоретических расчетов. Методология исследований основывается на проведении всех необходимых этапов моделирования исследуемых процессов методом Монте-Карло. В основе проведенных вычислений лежит программный пакет EvtGen для моделирования распадов B – мезонов. Для учета вклада резонансов в редкие четырехлептонные распады B – мезонов была использована модель векторной доминантности.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Теоретические предсказания для парциальных ширин распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$ в Стандартной модели находятся на уровне $10^{-7} - 10^{-8}$. Ведущим вкладом в амплитуды распадов заряженных B – мезонов на три легких лептона и нейтрино является вклад $\omega(782)$ – резонанса. Данные предсказания могут быть использованы для сравнения с результатами соответствующих экспериментальных исследований;
2. Парциальная ширина распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в СМ находится на уровне 10^{-11} . Ведущим вкладом в амплитуду распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ является вклад $\omega(782)$ – резонанса;
3. Парциальная ширина распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в СМ находится на уровне 10^{-9} . Ведущим вкладом в амплитуду распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ является вклад $\varphi(1020)$ – резонанса;
4. Оценки парциальных ширин распадов $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$, полученные на основе рассчитанных значений $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$ и $Br(B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$ имеют порядок величины $10^{-10} - 10^{-11}$. Данные оценки не противоречат соответствующим экспериментально измеренным коллаборацией *LHCb* [12] величинам.

Достоверность

Достоверность полученных результатов данной работы определяется использованием проверенных методов современной квантовой теории поля и физики элементарных частиц, которые ранее были успешно применены в других исследованиях и дали надежные теоретические предсказания. Кроме того, результаты, полученные в данной диссертационной работе, сравнивались с теоретическими предсказаниями других авторов и не противоречат современным экспериментальным данным.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на различных международных и всероссийских конференциях и семинарах:

1. XI International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2022), Колумбари, Крит, Греция, 30 августа - 11 сентября 2022;
2. International Conference on Quantum Field Theory, High-Energy Physics, and Cosmology, Дубна, ОИЯИ, Россия, 17 - 22 июля 2022;
3. X International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2021), Колумбари, Крит, Греция, 23 августа - 2 сентября 2021;
4. Ломоносовские Чтения 2021, секция физики высоких энергий, Москва, НИИЯФ МГУ, Россия, 20 - 29 апреля 2021;

5. The XXIV International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2019), г. Сочи, Россия, 22 - 29 сентября 2019;
6. QUARKS-2018 20th International Seminar on High Energy Physics, Valday, Russia, Россия, 27 мая - 2 июня 2018;
7. Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике ИТЭФ, (г. Москва, 26 - 29 ноября 2018 г.);
8. The XXIII International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 2017), г.Ярославль, Россия, 26 июня - 3 июля 2017;
9. Ломоносовские Чтения 2017, секция физики высоких энергий, Москва, НИИЯФ МГУ, Россия, 17.04.2017

Личный вклад.

Все результаты, представленные в диссертации, были получены при определяющем участии или непосредственно автором. Во всех опубликованных работах вклад автора является основополагающим.

Объем и структура диссертации.

Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 97 страниц, включая 36 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 68 наименований.

Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы и перечисляются положения, выносимые на защиту, обозначаются объект, предмет и методология исследования, излагаются научная новизна, теоретическая и практическая значимость представляемой работы, описывается структура диссертации.

Первая глава посвящена теоретическому исследованию распадов заряженных B – мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино в Стандартной модели. При этом рассматриваются как распады с лептонами различного аромата в конечном состоянии ($B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$), так и процессы с идентичными лептонами, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$. Предполагается, что все нейтрино в работе являются дираковскими.

Данная глава устроена следующим образом. В первой части данной главы приводятся оценки для парциальных ширин распадов вида $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$. Показано, что парциальные ширины распадов заряженных B - мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино оказываются порядка 10^{-7} .

Во второй части выписывается эффективный гамильтониан и приводятся основные определения адронных формфакторов. В терминах фундаментальных

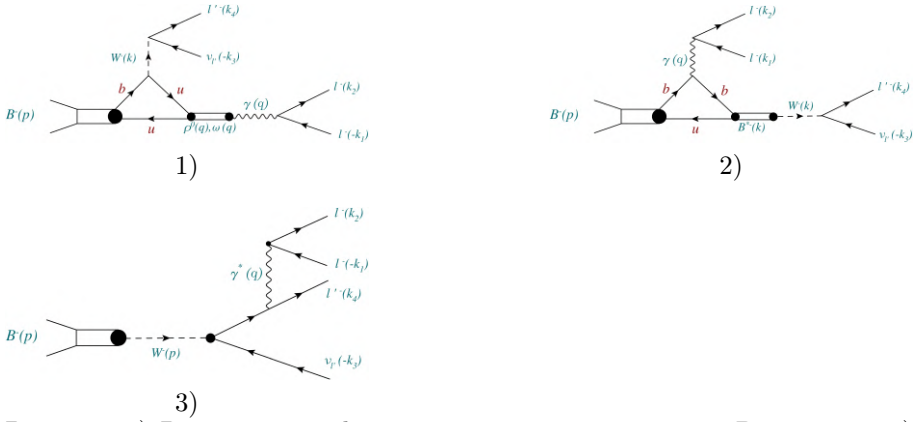


Рис. 1 — 1) Виртуальный фотон излучается u - кварком B - мезона; 2) Виртуальный фотон излучается b - кварком B - мезона; 3) Тормозное излучение.

кварковых и лептонных полей гамильтониан для вычисления амплитуд четырехлептонных распадов $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ имеет вид

$$H_{eff}(x) = H_W(x) + H_{em}(x). \quad (1)$$

Гамильтониан переходов $b \rightarrow uW^- \rightarrow u\ell^-\bar{\nu}_{\ell'}$ записывается как

$$H_W(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} (\bar{u}(x) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) b(x)) (\bar{\ell}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \nu_{\ell'}(x)) + h.c., \quad (2)$$

где $u(x)$ и $b(x)$ - кварковые поля, $\ell(x)$ и $\nu_{\ell'}(x)$ - лептонные поля, G_F - постоянная Ферми, V_{ub} - матричный элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава, матрица γ^5 определена как $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

Гамильтониан электромагнитного взаимодействия имеет вид

$$H_{em}(x) = -e \sum_f Q_f (\bar{f}(x) \gamma^\mu f(x)) A_\mu(x) = -j_{em}^\mu A_\mu(x), \quad (3)$$

где элементарный заряд $e = |e|$ нормирован условием $e^2 = 4\pi\alpha_{em}$ и $\alpha_{em} \approx 1/137$ - постоянная тонкой структуры, Q_f - величина заряда фермиона аромата f в единицах элементарного заряда, $f(x)$ - поле фермионов аромата f и $A_\mu(x)$ - 4-потенциал электромагнитного поля.

Следующие две части посвящены расчету амплитуд распадов $B^- \rightarrow \ell^+ \ell^- \bar{\nu}_{\ell'} \ell'^-$ и $B^- \rightarrow \ell^+ \bar{\nu}_{\ell'} \ell \ell^-$. Здесь приводится полный набор диаграмм, дающих вклад в амплитуды распадов заряженных B - мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино и соответствующие им выражения для матричных элементов.

При расчете амплитуды вклады $\rho^0(770)$ - и $\omega(782)$ - резонансов, возникающие при учете вклада виртуального фотона, излученного u - кварком B - мезона

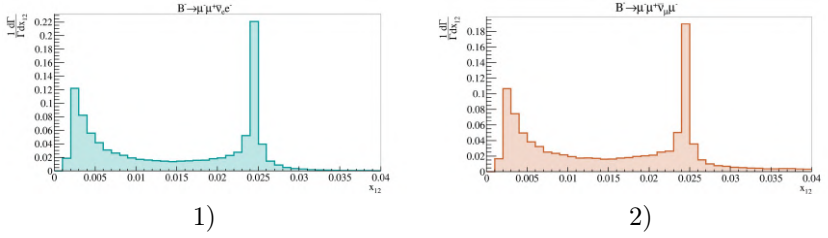


Рис. 2 — Нормированные дифференциальные распределение $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{12}}$ для распадов 1) $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и 2) $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$.

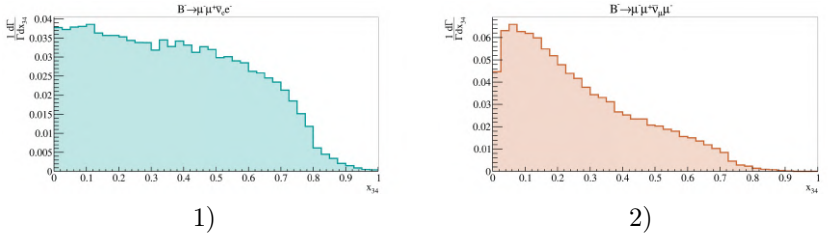


Рис. 3 — Нормированные дифференциальные распределения $\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{dx_{34}}$ для распадов 1) $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и 2) $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$.

(рис.1 (1)) учитывались с помощью модели векторной доминантности. Кроме того, принимались во внимание нерезонансный вклады $b\bar{b}$ – пар (рис.1 (2)) и вклад процессов тормозного излучения (рис.1 (3)) .

В пятой части данной главы даются выражения для парциальных ширины распадов. В шестой части приводятся численные результаты для парциальных ширины распадов заряженных B - мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино:

$$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-) |_{x_{12} \min=0.0016} \approx (0.6 \pm 0.2) \times 10^{-7}, \quad (4)$$

$$\text{Br}(B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-) |_{x_{12} \min=0.0002} \approx (0.8 \pm 0.2) \times 10^{-7}, \quad (5)$$

$$\text{Br}(B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-) |_{x_{12} \min=0.0016} \approx (0.7 \pm 0.3) \times 10^{-7}, \quad (6)$$

$$\text{Br}(B^- \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e e^- e^-) |_{x_{12} \min=0.0002} \approx (0.8 \pm 0.3) \times 10^{-7}. \quad (7)$$

В этой же части приводятся наиболее актуальные характеристики распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$. Все дифференциальные распределения приведенные в работе были получены в рамках программного пакета EvtGen [14]. Пакет EvtGen был создан для компьютерного моделирования распадов B - мезонов на B - фабриках BaBar (Стенфорд, США) и CLEO (Корнель, США). В настоящее время пакет адаптирован для адронных pp - и $p\bar{p}$ - коллайдеров. Кроме того, пакет EvtGen широко используется коллаборациями LHCb [14], CMS [15], ATLAS [16]. Для примера приводятся распределения парциальных ширин заряженных B - мезонов по переменной $x_{12} = \frac{q^2}{M_1^2}$, где q - четырехимпульс $\ell^+ \ell^-$ - пары, M_1 - масса B мезона. (рис. 2). Распределения по данной переменной представлены только в диапазоне $[0, 0.04]$, что соответствует области применимости рассматриваемой модели. На (рис. 2) виден пик фотонного полюса при $x_{12} \rightarrow x_{12 \min} = (2m_\mu/M_1)^2 = 0.0016$ и пик $\omega(782)$ - резонанса при $x_{12} \rightarrow (M_\omega/M_1)^2 \approx 0.023$. В силу того, что $\rho^0(770)$ - мезон имеет ширину порядка 150 МэВ, вклад этого мезона на (рис. 2) проявляется в виде широкой подложки к узкому пику $\omega(782)$ - резонанса. Распределения по переменной $x_{34} = \frac{k^2}{M_1^2}$, где k - четырехимпульс $\ell^- \bar{\nu}_\ell$ - пары на (рис. 3) не имеют полюсов в силу отсутствия промежуточных резонансов в этом канале. Данные распределения демонстрируют важность учета фермиевской антисимметрии в распаде $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$. Именно из-за дополнительного вклада, возникшего в результате фермиевской антисимметрии формы распределений по переменной x_{34} в распадах $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$ существенно различаются.

При анализе распадов B - мезонов на три легких заряженных лептона и нейтрино было установлено, что ведущим вкладом в парциальные ширины данных процессов является вклад $\omega(782)$ - мезона.

В данном разделе также приводятся дифференциальные распределения парциальной распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$ и $B^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu \mu^- \mu^-$ по угловым переменным, двойные дифференциальные распределения по квадратам четырехимпульсов лептонных пар конечного состояния, распределения по инвариантной массе трех заряженных лептонов.

Вторая глава посвящена исследованию распадов $\bar{B}_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в Стандартной модели.

Структура раздела, посвященного изучению распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ выглядит следующим образом. В первой части приводятся оценки парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Ожидаемое значение парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в Стандартной модели оказывается на уровне 10^{-9} . Во второй части выписывается эффективный гамильтониан перехода $b \rightarrow Q \ell^+ \ell^-$, а также части гамильтониана соответствующие электромагнитному взаимодействию и процессам слабой аннигиляции. Для расчета амплитуд распадов $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ используется гамильтониан для FCNC - перехода $b \rightarrow Q \ell^+ \ell^-$, где

$Q \equiv s :$

$$\begin{aligned}
H_{eff}^{b \rightarrow Q \ell^+ \ell^-}(x, \mu) = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{em}}{2\pi} V_{tb} V_{tQ}^* \left[-2 \frac{C_{7\gamma}(\mu)}{q^2} \left\{ m_b (\bar{Q} i \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) q^\nu b) \right. \right. \\
& + m_q (\bar{Q} i \sigma_{\mu\nu} (1 - \gamma_5) q^\nu b) \left. \left. \right\} \cdot (\bar{\ell} \gamma^\mu \ell) \right. \\
& \left. + C_{9V}^{eff}(\mu) (\bar{Q} O_\mu b) \cdot (\bar{\ell} \gamma^\mu \ell) + C_{10A}(\mu) (\bar{Q} O_\mu b) \cdot (\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell) \right], \quad (8)
\end{aligned}$$

где $O_\mu = \gamma_\mu (I - \gamma^5)$, q^ν - четырехимпульсы $\ell^+ \ell^-$ - пар, матрица γ^5 определяется как $\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$, $\varepsilon^{0123} = -1$ и $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$.

В соответствии с определением (8) гамильтониан электромагнитного взаимодействия имеет вид:

$$H_{em}(x) = -e \sum_f Q_f (\bar{f}(x) \gamma^\mu f(x)) A_\mu(x) = -j_{em}^\mu A_\mu(x), \quad (9)$$

где заряд $e = |e| > 0$ нормируется условием $e^2 = 4\pi\alpha_{em}$ и $\alpha_{em} \approx 1/137$ - постоянная тонкой структуры; Q_f - заряд фермиона аромата f в единицах e , $f(x)$ - фермионное поле аромата f и $A_\mu(x)$ - четырехпотенциал электромагнитного поля.

Один из вкладов в амплитуду распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ - вклад процессов слабой аннигиляции, который соответствует аннигиляции кварков в канале начальных или конечных мезонов.

Гамильтониан слабой аннигиляции имеет вид

$$H_{eff}^{\bar{B}_q - Q \bar{Q}}(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{Qb} V_{Qq}^* a_1(\mu) (\bar{q} O^\mu b) (\bar{Q} O_\mu Q), \quad (10)$$

где $Q = \{u, c\}$ и $a_1(\mu = 5 \text{ GeV}) \approx -0.13$ [13].

Третья часть данного раздела посвящена расчету амплитуд распадов $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Из (8, 9, 10) получим следующие вклады в амплитуду распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$:

- Вклад резонанса $\varphi(1020)$;
- Вклад процессов тормозного излучение, с учетом $m_e \neq 0$ и $m_\mu \neq 0$, при $x_{34}^{min} > (2m_\mu/M_1)^2$ для ограничения фотонного полюса;
- Резонансные вклады $c\bar{c}$ и $u\bar{u}$ - пар;
- Нерезонансный вклад от пар $b\bar{b}$;
- Вклад процессов "слабой аннигиляции";

В четвертой части раздела дается выражение для парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и обсуждается метод ее вычисления в рамках пакета EvtGen.

В рамках данной работы была создана Монте-Карло модель для пакета EvtGen [14]. Данная модель обеспечивает описание распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с учетом всех теоретических вкладов упомянутых выше. Дополнительно был реализован метод, позволяющий численно рассчитать парциальную ширину распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с использованием пакета EvtGen.

Полная амплитуда распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} M^{(tot)} &= M_{fi}^{(BS\ e+\mu)} + M_{fi}^{(\varphi)} + M_{fi}^{(b\bar{b})} + M_{fi}^{(c\bar{c}+u\bar{u})} + M_{fi}^{(WA)} = \\ &= \sqrt{2} G_F \alpha_{em}^2 V_{tb} V_{ts}^* \sum_L L j_1 j_2, \end{aligned}$$

где j_1 и j_2 - лептонные токи, L - лоренцевы структуры соответствующих матричных элементов при лептонных токах.

Выражение для парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ записывается как

$$\begin{aligned} d\text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) &= \tau_{B_s} \frac{\sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} |M_{fi}^{(tot)}|^2}{2M_1} d\Phi_4 = \\ &= \frac{G_F^2 \alpha_{em}^4 |V_{tb} V_{ts}^*|^2}{M_1} \tau_{B_s} \sum_{s_1, s_2, s_3, s_4} \left| \sum_L L j_1 j_2 \right|^2 d\Phi_4, \end{aligned} \quad (11)$$

где τ_{B_s} - время жизни B_s - мезона, четырехчастичный фазовый объем $d\Phi_4$. Суммирование производится по спинам конечных лептонов s_1, s_2, s_3 и s_4 .

Значение парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, рассчитанное в рамках пакета EvtGen, оказывается равным:

$$\text{Br}_1(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (6.0 \pm 1.8) * 10^{-9}. \quad (12)$$

Далее рассматривается вопрос, какое влияние на парциальную ширину распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ оказывает $\varphi(1020)$ резонанс? Для оценки влияния данного вклада исключался кинематический регион $|\sqrt{M_1^2 x_{ij}} - m(\varphi(1020))| < 70$ МэВ (ограничения взяты из [12].) Таким образом можно оценить величину менее значительных вкладов, в частности тормозного излучения, $c\bar{c}$, $u\bar{u}$ и $b\bar{b}$ пар, а также процессов слабой аннигиляции. В этом случае для парциальной ширины распада $\text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$ получим следующее значение:

$$\text{Br}_2(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (2.8 \pm 0.8) * 10^{-10}. \quad (13)$$

В рамках данной работы на основании теоретического предсказания (13) была сделана оценка парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$. В работе [5] было показано, что:

$$\text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) : \text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-) = 3 : 1.$$

Поскольку в [5] не учитывался вклад $\varphi(1020)$ резонанса и $c\bar{c}$ - состояний, данная оценка применима только к ситуации, когда вклады $\varphi(1020)$ и J/ψ , $\psi(2S)$ - резонансов исключены. Т.е. к значению (13). Тогда для парциальной ширины распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ получим следующее приблизительное значение:

$$\text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-) \sim 10^{-10}. \quad (14)$$

Результат (14) не противоречит экспериментальному верхнему пределу из работы [12]:

$$\text{Br}_{Exp}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-) \leq 8.6 * 10^{-10}.$$

В работе области резонансов J/ψ и $\psi(2S)$ исключались в соответствии с условием $|\sqrt{M_1^2 x_{12}} - m_{Res}| < 100 \text{ МэВ}$, где m_{Res} - массы J/ψ или $\psi(2S)$ резонансов.

В пятой части данного раздела обсуждаются дифференциальные распределения. Приводятся дифференциальные распределения парциальной ширины по обезразмеренным квадратам импульсов лептонных пар конечного состояния и распределения по угловым переменным.

Важность учета вкладов J/ψ и $\psi(2S)$ отображает (рис. 4), где показано дважды дифференциальное распределение парциальной ширины $\frac{d^2 \text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)}{dx_{12} dx_{34}}$, где $x_{12} = \frac{q^2}{M_1^2}$, $x_{34} = \frac{k^2}{M_1^2}$. Здесь q и k - четырехимпульсы $\ell^+ \ell^-$ - пар, M_1 - масса B_s мезона. Данное распределение подтверждает тот факт, что существенное влияние на парциальную ширину распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ оказывает вклад $\varphi(1020)$ - резонанса (пики в области малых значений x_{12} и x_{34}).

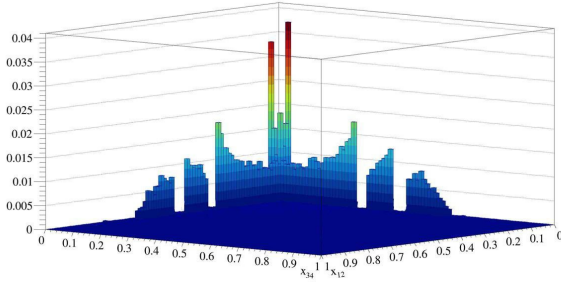


Рис. 4 — Дважды дифференциальное распределение парциальной ширины $\frac{d^2 \text{Br}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)}{dx_{12} dx_{34}}$

Последний раздел второй главы посвящен исследованию распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$.

Структура данного раздела выглядит следующим образом. В первой части приводятся оценки парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, которые показывают, что значение парциальной ширины данного распада находится на уровне 10^{-11} .

Во второй части обсуждается гамильтониан перехода для распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Все слагаемые данного гамильтониана соответствуют выражением (8, 9, 10) при условии $Q \equiv d$.

Третья часть посвящена расчету амплитуд распадов $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Из (8, 9, 10) получаем следующие вклады в амплитуду:

- Вклады резонансов $\rho(770)$ и $\omega(782)$;
- Вклад процессов тормозного излучения, с учетом $m_e \neq 0$ и $m_\mu \neq 0$;
- Резонансные вклады $c\bar{c}$ и $u\bar{u}$ - пар;
- Нерезонансный вклад от пар $b\bar{b}$;
- Вклад процессов “слабой аннигиляции”;

В четвертой части дается выражение для парциальной ширины распада. Значение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ рассчитанное в рамках пакета EvtGen оказывается равным:

$$\text{Br}_1 (\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (3.2 \pm 1.0) * 10^{-11}. \quad (15)$$

Данное значение получено с учетом вкладов $\rho(770)$ и $\omega(782)$ – резонансов.

Для оценки значимости вкладов высших $c\bar{c}$ – резонансов и «хвостов» J/ψ и $\psi(2S)$ – резонансов был также исключен вклад $\omega(782)$ – резонанса в соответствии с условием $|\sqrt{M_1^2 x_{ij}} - m(\omega)| < 70$ МэВ. Вклад широкого $\rho(770)$ – резонанса исключен не был.

Значение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, полученное при данных условиях составляет

$$\text{Br}_2 (\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (1.1 \pm 0.3) * 10^{-11}. \quad (16)$$

Видно, что вклад $\omega(782)$ – резонанса в амплитуду распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ по сравнению с соответствующим вкладом $\varphi(1020)$ в амплитуду распада $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ не столь велик, хотя тоже значителен. Полученное значение парциальной ширины неплохо согласуется с оценками рассчитанными без учета вклада промежуточных резонансов. Как и распад $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$, распад $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в настоящее время экспериментально не обнаружен. В то же время, коллаборация LHCb установила верхний предел на парциальную ширину распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$. В амплитуду данного распада дает вклад набор диаграмм, аналогичный распаду $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ с тем различием, что их число увеличивается за счет эффектов фермиевской антисимметризации. В данной работе на основании теоретического предсказания (16) была сделана оценка парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$:

$$\text{Br} (\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-) \sim 10^{-11}. \quad (17)$$

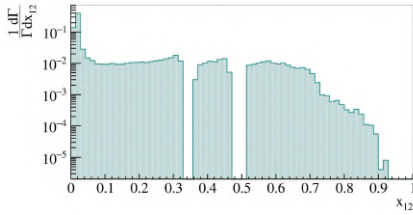
Верхний предел на парциальную ширину распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$, установленный коллаборацией LHCb

$$\text{Br}_{exp} (\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-) < 1.8 * 10^{-10}. \quad (18)$$

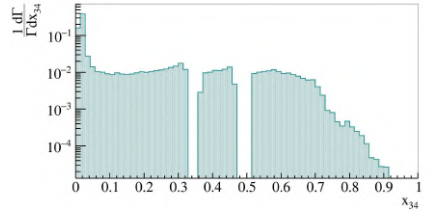
Экспериментальный верхний предел (18) не противоречит оценке парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ (17), полученной в данной работе.

В пятой части обсуждаются дифференциальные распределения распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$. Вычислены дифференциальные характеристики парциальной ширины по безразмерным квадратам импульсов лептонных пар конечного состояния и распределения по угловым переменным.

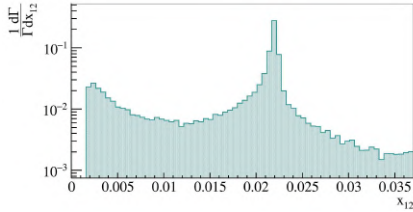
Для примера, различные дифференциальные распределения парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ по переменным x_{12} и x_{34} изображены на рис. 5. В области $x_{ij} \rightarrow (\frac{M_\omega}{M_{B_d}})^2 \approx 0.022$ наблюдается пик от $\omega(782)$ – мезона. Вклад от $\rho^0(770)$ – резонанса проявляется в виде широкой подложки к узкому пику от $\omega(782)$ – мезона. На рис. 5(3, 4) более детально рассмотрены области $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ – резонансов; приведена область, соответствующая диапазону до 1 ГэВ².



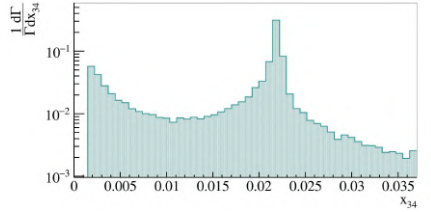
1)



2)



3)



4)

Рис. 5 — 1) распределение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ переменной x_{12} ($\mu^+ \mu^-$ – канал); 2) распределение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ по переменной x_{34} ($e^+ e^-$ – канал); 3) распределение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ по переменной x_{12} , область $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ – резонансов (до $\frac{1\Gamma_{\Delta B^2}}{M_1^2}$); 4) распределение парциальной ширины распада $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ по переменной x_{34} , область $\rho^0(770)$ и $\omega(782)$ – резонансов (до $\frac{1\Gamma_{\Delta B^2}}{M_1^2}$).

В **Заключении** приведены основные результаты работы:

1. Сделаны теоретические предсказания для парциальных ширин и дифференциальных распределений распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ и $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$ и их зарядово сопряженных мод в СМ. Учитывались вклады $u\bar{u}$, $b\bar{b}$ – пар и вклад тормозного излучения. Показано, что ведущим вкладом в амплитуды распадов заряженных B – мезонов на три легких лептона и нейтрино является вклад $\omega(782)$ – резонанса. Полученные теоретические предсказания могут быть использованы для сравнения с соответствующими экспериментальными результатами;
2. Вычислены парциальная ширина и дифференциальные характеристики распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в СМ. В расчетах учитывались вклады $s\bar{s}$, $b\bar{b}$, $c\bar{c}$ и $u\bar{u}$ – пар, процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции. Показано, что основной вклад в амплитуду распада $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ дает $\varphi(1020)$ – резонанс. Представлены результаты как с учетом $\varphi(1020)$ – резонанса, так и без него. Последнее больше соответствует экспериментальной процедуре;

3. Расчитана парциальная ширина распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в СМ. Учтены вклады $d\bar{d}$, $b\bar{b}$, $c\bar{c}$ и $u\bar{u}$ – пар, а также процессов тормозного излучения и слабой аннигиляции. Показано, что основным вкладом в амплитуду распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ в является вклад $\omega(782)$ – резонанса. Получена серия дифференциальных характеристик распада $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$;
4. Выполнены оценки парциальных ширин распадов $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ на основе ранее полученных значений $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$ и $Br(B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-)$. Проведено сравнение данных оценок парциальных ширин распадов $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ с соответствующими экспериментальными верхними пределами, полученными коллаборацией *LHCb*.
5. Для распадов $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e e^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$, $B^- \rightarrow e^+ e^- \bar{\nu}_e e^-$, $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ и их заряжено сопряженных мод в СМ реализованы модели для Монте - Карло генератора EvtGen. Модель распада $B^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \mu^-$ была использована при проведении экспериментального анализа в коллаборации LHCb.

Публикации автора по теме диссертации: Основные научные результаты диссертации опубликованы в 7 работах, индексируемых в базах данных Scopus, WoS, RSCI:

1. A. Danilina, N. Nikitin and K. Toms, Decays of charged B mesons into three charged leptons and a neutrino, *Phys. Rev. D* **101**, 096007 (2020), (IF = 5.407);
2. A. V. Danilina and N. V. Nikitin, Rare decays of the B_s -meson into four charged leptons in the framework of the Standard Model, *Phys. Scr.* **97** 074005 (2022), (IF = 3.081);
3. А.В.Данилина, Н.В.Никитин, Редкие распады нейтральных B -мезонов на четыре заряженных лептона в Стандартной модели, *Письма в ЭЧАЯ.* 2023. Т. 20, No 3(248). С. 345–351, (IF = 0.568);
4. Danilina A., Nikitin N., Toms K., Rare four leptonic B -mesons decays with a neutrino in final state, *EPJ Web Conf. Volume* **222**, 03019 (2019), (IF = 0.3);
5. Anna Danilina and Nikolay Nikitin, Differential distributions in rare four-leptonic B -decays, *EPJ Web of Conferences* **191**, 02011 (2018), (IF = 0.3);
6. Данилина А.В., Никитин Н.В, Четырехлептонные распады заряженных и нейтральных B -мезонов в Стандартной модели, *Ядерная физика*, №3, 2018, Том 81, (IF = 0.63);
7. Anna Danilina, Nikolai Nikitin, Rare four-leptonic B -decays with light leptons in the final state in the Standard Model, *EPJ Web Conf. Volume* **158**,03005 (2017), (IF = 0.3);

Литература

- [1] V. Khachatryan et al. [CMS and LHCb Collaborations], “Observation of the rare $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decay from the combined analysis of CMS and LHCb data”, *Nature* 522, 68 (2015).
- [2] M. Aaboud et al. [ATLAS Collaboration], “Study of the rare decays of B_s^0 and B^0 into muon pairs from data collected during the LHC Run 1 with the ATLAS detector”, *Eur. Phys. J. C* 76, no. 9, 513 (2016).
- [3] R. Aaij et al. [LHCb Collaboration], “Measurement of the $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ branching fraction and effective lifetime and search for $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ decays”, *Phys. Rev. Lett.* 118, no. 19, 191801 (2017).
- [4] R. Fleischer, R. Jaarsma and G. Tetlalmatzi-Xolocotzi, “In Pursuit of New Physics with $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ ”, *JHEP* 1705, 156 (2017).
- [5] Y. Dincer and L. M. Sehgal, “Electroweak effects in the double Dalitz decay $B_s \rightarrow \ell^+ \ell^- \ell'^+ \ell'^-$ ”, *Phys. Lett. B* 556, 169 (2003).
- [6] A. Bharucha, B. Kindra, and N. Mahajan, “Probing the structure of the B meson with $B \rightarrow \ell \ell \ell' \nu$ ”, arXiv:2102.03193.
- [7] M. Beneke, P. Böer, P. Rigatos, and K. K. Vos, “QCD factorization of the four-lepton decay $B^- \rightarrow \ell \bar{\nu}_{\ell'} \ell' \bar{\ell}'$ ”, *Eur. Phys. J. C* 81, 638 (2021).
- [8] Mikhail A. Ivanov and Dmitri Melikhov, “Theoretical analysis of the leptonic decays $B^- \rightarrow \ell \bar{\nu}_{\ell'} \ell' \bar{\ell}'$ ” *Phys. Rev. D* 105, 014028 (2022)
- [9] R. Aaij et al. [LHCb Collaboration], “Search for rare $B_{(s)}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$ decays”, *Phys. Rev. Lett.* 110, 211801 (2013).
- [10] R. Aaij et al. [LHCb Collaboration], “Search for decays of neutral beauty mesons into four muons”, *JHEP* 1703, 001 (2017).
- [11] R. Aaij et al. [LHCb Collaboration], “Search for the rare decay $B^+ \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \nu_\mu$ ”, *Eur. Phys. J. C* 79, no. 8, 675 (2019).
- [12] The LHCb collaboration., Aaij, R., Abdelmotteleb, A.S.W. et al. “Searches for rare B_s and B^0 decays into four muons”. *J. High Energ. Phys.* 2022, 109 (2022).
- [13] M. Neubert and B. Stech, “Nonleptonic weak decays of B mesons”, *Adv. Ser. Dir. High Energy Phys.* 15, 294 (1998).
- [14] EvtGen at LHCb, <http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCb-release-area/DOC/gauss/generator/evtgen.php>
- [15] The CMSSW interface to EvtGenLHC, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMS/EvtGenInterface>
- [16] J. Catmore, M. Smizanska, ATLAS Communication Note, ATL-COM-PHYS-2004-013 (2004); ATL-COM-PHYS-2004-041 (2004).