

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Прохоров Андрей Александрович

**ПРОЦЕССЫ С ОБРАЗОВАНИЕМ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОНИЕВ И
КАЛИБРОВОЧНЫХ БОЗОНОВ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ**

Специальность 1.3.15 — Физика атомных ядер и элементарных частиц,
физика высоких энергий

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена на Кафедре общей ядерной физики Физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: **Липатов Артем Владимирович**,
доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Котиков Анатолий Васильевич**,
доктор физико-математических наук,
Объединенный институт ядерных исследований,
Лаборатория теоретической физики имени Н.Н.
Боголюбова,
ведущий научный сотрудник;

Снигирев Александр Михайлович,
доктор физико-математических наук,
НИИЯФ имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М.В.
Ломоносова,
Отдел экспериментальной физики высоких энергий,
ведущий научный сотрудник;

Шуваев Андрей Григорьевич,
кандидат физико-математических наук,
Петербургский институт ядерной физики им. Б.П.
Константинова НИЦ «Курчатовский институт»,
старший научный сотрудник;

Защита диссертации состоится 03 марта 2023 года в 15-00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.013.2 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Россия, Москва, Ленинские горы 1, строение 5 (19 корпус НИИЯФ МГУ), аудитория 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/525348872/>

Автореферат разослан «___» _____ 2023 г.

Телефон для справок: +7 (916) 8717750.

Электронная почта: galan_lidiya@mail.ru

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук



Л.И. Галанина

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию процессов парного рождения чармониев, а также процессов рождения калибровочных бозонов Z/W^\pm в сопровождении J/ψ мезонов или тяжелых кварков в столкновении протонов при высоких энергиях. Экспериментальные данные для этих процессов, полученные недавно на Большом Адронном Коллайдере (ЛHC), до сих пор не получили удовлетворительного теоретического описания. Основное внимание уделяется фрагментационным вкладам, в том числе от множественных глюонных излучений в начальном состоянии. Данные излучения могут быть учтены в рамках k_T -факторизационного подхода квантовой хромодинамики (КХД) с помощью уравнения эволюции Катани-Чиафалони-Фиорани-Маркезини (CCFM) для глюонных распределений в протоне, зависящих от поперечного импульса (transverse momentum dependent, TMD).

В основе диссертации лежат результаты, полученные автором во время обучения в аспирантуре физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в 2018 - 2022 годах. Исследования проведены в рамках реализации проектов по грантам РФФИ № 20-32-90105, РНФ № 22-22-00119 и фонда “БАЗИС” № 18-2-6-129-1.

Актуальность темы и степень ее разработанности

В настоящее время теоретическое описание экспериментальных данных для процессов инклюзивного и ассоциативного рождения связанных состояний тяжелых кварков — тяжелых кваркониев — является одним из актуальных и важных направлений современной физики высоких энергий. В ранних работах для вычисления сечений таких процессов использовалась модель цветных синглетов (CSM) [1–3]. В данной модели предполагается, что образованная в результате жесткого партонного взаимодействия пара тяжелых кварков $Q\bar{Q}$ формирует связанное состояние только в том случае, если она находится в синглетном по цвету состоянии и обладает квантовыми числами наблюдаемого кваркония. Однако, экспериментальные данные процессов рождения чармониев коллаборации CDF [4] показали, что предсказания в рамках CSM значительно (более чем на порядок) недооценивают измеренные сечения. Было сделано предположение, что расхождение может быть связано с отсутствием в модели цветных синглетов механизмов образования тяжелых кваркониев через октетные по цвету состояния пары $Q\bar{Q}$. Такие промежуточные состояния учитываются в формализме нерелятивистской КХД (NRQCD) [5–7], где предполагается их переход в наблюдаемый кварконий посредством испускания мягкого глюона. В рамках данной модели было получено описание экспериментально измеренных распределений по поперечному импульсу некоторых чармониев [8–10]. Однако поляризационные свойства тяжелых кваркониев (в частности, J/ψ мезонов) долгое время не удавалось описать

в рамках данного подхода. Согласно предсказаниям нерелятивистской КХД, J/ψ мезон должен быть преимущественно поперечно-поляризованным в области средних и больших поперечных импульсов, поскольку доминирующие вклады в этой области определяются фрагментацией глюона в $c\bar{c}[^3S_1^{(8)}]$ октетное состояние пары очарованных кварков (см. например, [11]). Этот результат не согласуется с данными, полученными на коллайдере LHC, которые указывают на неполяризованные мезоны [12]. Кроме того, результаты недавних расчетов в следующем за лидирующим приближении нерелятивистской КХД [13] находятся в противоречии с экспериментальными данными коллаборации LHCb для распределений по поперечному импульсу η_c мезонов [14].

Не так давно был предложен новый механизм перехода октетных состояний в наблюдаемый кварконий [15], который позволил решить актуальную проблему деполяризации для J/ψ и ψ' мезонов в области больших поперечных импульсов. Более того, в недавних работах [16, 17] впервые удалось достичь самосогласованного описания всех экспериментальных данных для процессов инклюзивного одиночного рождения семейства чармониев ($J/\psi, \psi', \chi_{cJ}, \eta_c$) в рамках нерелятивистской КХД. При этом для описания процесса пертурбативного рождения пары тяжелых кварков в различных цветовых состояниях использовался k_T -факторизационный подход КХД, что позволило эффективно учесть значительную часть поправок высших порядков теории возмущений КХД в форме TMD распределений глюонов в протоне. Аналогичные расчеты были проведены для семейства боттомониев [18–20], в которых было достигнуто самосогласованное описание всех экспериментальных данных как для сечений процессов инклюзивного одиночного рождения S- и P-волновых боттомониев, так и их поляризационных наблюдаемых. Тем самым было предложено возможное решение упомянутых выше трудностей нерелятивистской КХД.

В последнее время наблюдается высокий интерес к процессам парного рождения тяжелых кваркониев, в частности, к процессу парного рождения J/ψ мезонов. Такие процессы обеспечивают возможность дополнительной проверки механизмов образования связанных состояний тяжелых кварков. Были проведены вычисления синглетных и октетных вкладов в сечения процесса парного рождения кваркониев в лидирующем порядке КХД [21]. Помимо этого, были вычислены поправки к синглетному механизму в следующем за лидирующим (NLO) порядке теории возмущений [22]; рассчитаны частичные NLO-поправки на древесном уровне (NLO*) к синглетным и октетным вкладам [23]. Как было показано в последних работах, эти поправки играют существенную роль как в области малых, так и больших поперечных импульсов. Следует подчеркнуть, что аккуратный учет всех NLO-вкладов значительно затруднен ввиду большой сложности вычислений. Тем не менее, результаты проведенных расчетов демонстрируют значительное (в некоторых случаях, более чем на порядок) расхождение с последними экспериментальными данными коллаборации ATLAS [24]

и CMS [25] в центральной области быстрот.

Аналогичная ситуация наблюдается для процессов ассоциативного рождения калибровочных бозонов Z/W^\pm и J/ψ мезонов. В рамках нерелятивистской КХД были вычислены вклады в сечения таких процессов в следующем за лидирующим порядке нерелятивистской КХД [26–28]. Было найдено, что NLO-поправки являются весьма существенными при вычислении дифференциальных сечений. Однако, экспериментальные данные [29, 30] указывают на значительно более пологую форму распределений по поперечному импульсу J/ψ мезонов в сравнении с предсказаниями нерелятивистской КХД (расхождение при больших поперечных импульсах достигает 5-10 раз).

Таким образом, в настоящее время проблема описания сечений процессов парного рождения J/ψ мезонов и ассоциативного рождения $J/\psi + Z/W^\pm$ в рамках нерелятивистской КХД остается нерешенной.

Кроме этого, отдельный интерес вызывают процессы двойного партонного рассеяния (ДПР) [31], в которых происходит два партонных взаимодействия в одном адронном столкновении. Поскольку вероятности однопартонных событий сами по себе можно считать малыми, то естественно предполагать значительное подавление для вкладов ДПР. Однако, при высоких энергиях, доступных на коллайдере ЛНС, открывается возможность исследования областей с очень малыми значениями долей импульсов x , переносимых партонами в протоне, где партонные плотности значительно растут. Это приводит к увеличению роли механизма двойного партонного рассеяния. Одни из первых доказательств их существования было обнаружено в ранних экспериментах CERN [32] и экспериментах Tevatron [33]. В последнее время такие процессы являются объектом интенсивных исследований [34–37].

Изучение механизма ДПР в процессах с образованием тяжелых кваркониев является важной и актуальной задачей. Такие вклады необходимы, например, для описания экспериментальных данных процессов парного рождения J/ψ мезонов, а в некоторых случаях они, вообще, играют ключевую роль [38, 39]. Помимо этого, извлекаемая из экспериментальных данных величина эффективного сечения ДПР для ряда процессов с образованием тяжелых кваркониев значительно меньше [24, 39–43], чем для других конечных состояний [38, 44–49]. В настоящее время данный вопрос остается открытым.

Цели и задачи работы

Целью работы является теоретическое изучение новых механизмов, дающих вклад в сечения процессов парного рождения J/ψ мезонов и процессов ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm при энергиях ЛНС. Эти механизмы связаны с учетом эффектов множественных глюонных эмиссий в начальном состоянии и их последующей фрагментации в адроны. Такие вычисления могут быть

проведены в рамках k_T -факторизационного подхода с использованием уравнения эволюции CCFM.

Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Вычисление функций фрагментации кварков и глюонов в S- и P-волновые чармонии ($J/\psi, \psi', \chi_{cJ}$) при различных масштабах μ^2 в ведущем порядке теории возмущений с помощью уравнения эволюции DGLAP. В расчетах учитывались дополнительные (нелидирующие) вклады в начальные функции фрагментации, а также впервые использовались положительно определенные выражения для этих функций, предложенные недавно [50].
2. Вычисление сечений парного рождения J/ψ мезонов в протон-протонных столкновениях в различных кинематических областях при энергиях ЛHC. В расчетах были учтены синглетные и октетные по цвету вклады; при этом учет поправок высших порядков теории возмущений осуществляется с помощью TMD распределений глюонов в протоне в рамках подхода k_T -факторизации. Выяснение роли глюонных эмиссий в начальном состоянии для механизмов одиночного и двойного партонного рассеяния. Сравнение с экспериментальными данными коллабораций ATLAS и LHCb.
3. Определение величины эффективного сечения двойного партонного рассеяния из экспериментальных данных LHCb процесса парного рождения J/ψ мезонов.
4. Вычисление дополнительных вкладов, связанных с фрагментацией кварков и глюонов в чармонии, в сечения процессов ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm в центральной области быстрот в подходе k_T -факторизации при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ. Сравнение с экспериментальными данными ATLAS.
5. Вычисление сечений ассоциативного рождения Z бозонов и тяжелых c, b -струй при энергиях ЛHC. Сравнение с экспериментальными данными коллабораций ATLAS и CMS. Исследование применимости подхода k_T -факторизации для изучения данных процессов. Проверка возможности обнаружения внутреннего очарования в этих процессах.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являлись процессы рождения чармониев и калибровочных бозонов при высоких энергиях. В качестве предмета исследования были рассмотрены различные дифференциальные сечения парного рождения J/ψ мезонов и ассоциативного рождения J/ψ мезонов (или тяжелых кварков) и калибровочных бозонов Z/W^\pm .

Положения, выносимые на защиту

1. Учет фрагментационных вкладов от множественных излучений глюонов, возникающих в процессе эволюции глюонных распределений, играет существенную роль при описании экспериментальных данных для сечений процессов парного рождения J/ψ мезонов в центральной области быстрот. В передней области быстрот при малых поперечных импульсах, что соответствует кинематике эксперимента LHCb, эти вклады пренебрежимо малы, так что сечение рассматриваемого процесса определяется главным образом вкладом от синглетного механизма и механизма двойного партонного рассеяния.
2. Значение эффективного сечения $\sigma_{\text{eff}} \simeq 15$ мбн, полученное из анализа экспериментальных данных LHCb для различных наблюдаемых в процессе парного рождения J/ψ мезонов при энергиях $\sqrt{s} = 7$ и 13 ТэВ хорошо согласуется с результатами измерений этого параметра во многих других процессах, изучаемых на коллайдере Tevatron и LHC.
3. Учет новых механизмов, связанных с фрагментацией кварков и глюонов в чармонии, позволяет существенно улучшить согласие результатов расчетов в рамках нерелятивистской КХД с экспериментальными данными LHC для процессов ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm .
4. Учет фрагментационных механизмов образования чармониев существенно (до 2 раз) увеличивает величину вклада двойного партонного рассеяния в сечения парного рождения J/ψ мезонов в центральной области быстрот и, тем самым, влияет на значение параметра σ_{eff} , извлекаемого из экспериментальных данных.

Научная новизна работы

Научная новизна связана с применением подхода k_T -факторизации КХД для вычисления сечений процессов, рассматриваемых в данной работе. В рамках этого подхода впервые были предложены и учтены фрагментационные вклады в сечения процессов рождения чармониев от множественных глюонных излучений в начальном состоянии, которые описываются уравнением эволюции ССФМ. В расчетах впервые использовались дополнительные (нелидирующие), положительно определенные выражения для функций фрагментации глюонов в тяжелые кварконии, полученные недавно в работе [50]. Впервые был предложен метод вычисления дополнительных вкладов в механизм ДПР, связанных с фрагментационным механизмом рождения чармониев, которые оказывают существенное влияние на величину эффективного сечения ДПР. Показано, что эффекты множественных глюонных излучений играют существенную роль для описания экспериментальных данных для процессов парного рождения J/ψ мезонов в области центральных быстрот. Также продемонстрировано,

что учет новых механизмов ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm значительно сокращает (до 2-3 раз) расхождение между экспериментальными данными коллаборации ATLAS и существующими теоретическими предсказаниями NLO NRQCD.

Была определена величина эффективного сечения σ_{eff} ДПР из наилучшего описания экспериментальных данных для процессов парного рождения J/ψ мезонов в передней области быстрот, которая согласуется с большинством оценок данного параметра, полученных из анализа других конечных состояний. Предыдущие оценки, полученные для этого состояния, указывали на значительно меньшую величину σ_{eff} .

Теоретическая и практическая значимость

Предложенные методы учета вкладов множественных партонных эмиссий в начальном состоянии в сечения процессов парного рождения J/ψ мезонов и ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов при высоких энергиях могут быть использованы коллаборациями ATLAS, CMS и LHCb в анализе новых экспериментальных данных. Более того, данный метод может также найти применение для описания систем с образованием других тяжелых кваркониев и с образованием большего количества кваркониев, когда такого рода процессы станут доступны для изучения на ЛНС или на коллайдерах будущих поколений. Кроме того, разработанный подход может также применяться при определении величин эффективного сечения ДПР σ_{eff} для процессов с участием тяжелых кваркониев.

Полученные в работе результаты могут применяться для различных феноменологических исследований как теоретическими, так и экспериментальными группами в НИИЯФ МГУ, ОИЯИ, ФИАН, ИФВЭ, ИЯИ, ПИЯФ и других российских и международных научных центрах, а также в студенческих курсах.

Методология и методы исследования

Для вычисления различных сечений партонных подпроцессов используется k_T -факторизационный подход КХД, позволяющий эффективно учитывать поправки высших порядков в виде TMD глюонных распределений в протоне, подчиняющихся уравнениям эволюции ВФКЛ или ССФМ. В численных расчетах использовались несколько таких распределений, подчиняющихся ССФМ эволюции: A0, JH'2013 set 1 и JH'2013 set 2 [51, 52]. Кроме того, применялся алгоритм генерации TMD партонных ливней, встроенный в Монте-Карло генератор событий CASCADE [53]. Для моделирования эффектов партонных ливней в конечном состоянии, проводились вычисления функций фрагментации кварков и глюонов в чармонии в широкой кинематической области, согласно уравнению эволюции DGLAP.

Личный вклад автора

Все представленные результаты были получены либо самим автором, либо при его определяющем участии. Во всех опубликованных работах вклад автора является основополагающим.

Достоверность и обоснованность результатов

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью используемых в работе методов, которые успешно применяются в современной теоретической физике высоких энергий. В процессе проведения вычислений проводилось как сравнение с уже известными результатами вычислений других авторов, так и с различными экспериментальными данными.

Апробация работы

Результаты, полученные в данной работе были опубликованы в 4 печатных работах в рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus [54–57]:

1. A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, A.A. Prokhorov, S.M. Turchikhin, “Hard production of a Z boson plus heavy flavor jets at LHC and the intrinsic charm content of a proton” // Physical Review D - 2018 - Т.97 - С. 114019 (IF = 5.296)
2. A.A. Prokhorov, A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, S.P. Baranov, “Revisiting the production of J/ψ pairs at the LHC” // The European Physical Journal C - 2020 - Т. 80 - С. 1046 (IF = 4.59)
3. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, A.A. Prokhorov, “Charm fragmentation and associated $J/\psi + Z/W^\pm$ production at the LHC” // Physical Review D - 2021 - Т. 104 - С. 034018 (IF = 5.296)
4. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, A.A. Prokhorov, “Role of initial gluon emission in double J/ψ production at central rapidities” // Physical Review D - 2022 - Т.106 - С. 034020 (IF = 5.296)

Основные результаты работы были представлены на следующих конференциях:

1. Прохоров А.А., Липатов А.В., Малышев М.А., Баранов С.П. “Ломоносовские чтения 2020”, подсекция “Физика высоких энергий”, онлайн, Москва, 23 октября 2020

2. Прохоров А.А., Липатов А.В., Малышев М.А., Баранов С.П., “Resummation, Evolution, Factorization 2020”, онлайн, Великобритания, 7-11 декабря 2020
3. Прохоров А.А., Липатов А.В., Баранов С.П., “50th International Symposium on Multiparticle Dynamics (ISMD 2021)”, онлайн, Швейцария, 12-16 июля 2021
4. Прохоров А.А., Липатов А.В., Баранов С.П., “Resummation, Evolution, Factorization 2021”, онлайн, Германия, 15 - 19 ноября 2021
5. Прохоров А.А., Липатов А.В., Баранов С.П., “Ломоносовские чтения 2022”, под-секция “Физика высоких энергий” Москва, НИИЯФ, 18 апреля 2022
6. Прохоров А.А., Липатов А.В., Баранов С.П., “International Conference on Quantum Field Theory, High-Energy Physics, and Cosmology”, Дубна, ОИЯИ, 18 - 21 июля 2022

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка цитированной литературы. Полный объем диссертации составляет 124 страницы, включая 42 рисунка и 2 таблицы. Список литературы содержит 152 наименований.

Содержание работы

Во **введении** представлена актуальность и разработанность темы, сформулированы цели и задачи работы, основные положения, выносимые на защиту, изложена научная новизна, теоретическая и практическая значимость, а также достоверность полученных результатов, указана апробация работы и отмечен личный вклад автора.

В **первой главе** рассмотрен процесс глубоконеупругого рассеяния (ГНР) лептона на протоне. Сечение такого процесса может быть выражено через сечение Мотта и структурных функций $F_1(x, Q^2)$ и $F_2(x, Q^2)$, описывающих внутреннюю природу протона:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \right)_{\text{Мотт}} \times \left[\frac{2}{M} F_1(x, Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{\nu} F_2(x, Q^2) \right] \quad (1)$$

Это подтверждает предположения о составной природе протона - партонной модели. Были представлены партонные функции распределения (PDF) $f_i(x)$, которые определяют плотности вероятности нахождения партонов в адроне, несущих доли x импульса протона, и их связь со структурными функциями.

Приведены основные уравнения эволюции партонных распределений. Как известно, в процессе ГНР при увеличении переданного импульса μ^2 фотон может начать

рассеиваться на морских кварках, образованных от расщепления глюонов. Основной вклад будет определяться подпроцессами, для которых каждый порядок малости α_s усиливается большими логарифмами вида $\ln \mu^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2$. Такие вклады во всех порядках теории возмущений могут быть учтены с помощью уравнения эволюции Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (DGLAP) [58–60], которые для кварковых и глюонных распределений принимают вид:

$$\frac{dq_i(x, \mu^2)}{d \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[q_i(\xi, \mu^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + g(\xi, \mu^2) P_{qg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right], \quad (2)$$

$$\frac{dg(x, \mu^2)}{d \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[\sum_i q_i(\xi, \mu^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + g(\xi, \mu^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right], \quad (3)$$

где $P_{ij}(z)$ - функции расщепления, описывающие вероятность испускания (коллинеарно) партоном j партона i , несущего долю импульса z начального партона. Выражения (2) и (3) позволяют определить кварковые $q(x, \mu^2)$ и глюонные $g(x, \mu^2)$ плотности при любом масштабе μ^2 . С помощью уравнения эволюции DGLAP, учитывающего поправки следующего за лидирующим порядком, было получено хорошее согласие с данными HERA для структурных функций протона [61].

Было рассмотрено уравнение эволюции DGLAP, записанное с помощью фактора Судакова, устраняющего расходимости при излучении мягких глюонов:

$$\ln \Delta_s(\mu^2, \mu_0^2) = - \int dz \int_{\mu_0^2}^{\mu^2} \frac{\alpha_s d\mu'^2}{2\pi \mu'^2} P_{gg}(z). \quad (4)$$

При увеличении энергии \sqrt{s} процессов можно достичь областей, в которых суммарная энергия частиц во взаимодействии существенно больше передаваемых импульсов $\mu^2/s \ll 1$. В этих областях становятся существенны вклады $\sim \alpha_s^n \ln^n 1/x$, которые могут быть просуммированы в рамках подхода Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова (BFKL) [62–64], что приводит к TMD функциям распределения партонов.

В основе подхода BFKL лежит гипотеза о реджезации глюонов, которая следует из схожести выражений для амплитуды qq - рассеяния в пределе высоких энергий с обменом t -канальным глюоном, учитывающей вклады виртуальных поправок высших порядков, и амплитуды с обменом полюсом Редже в t -канале [65]. Таким образом, вместо обмена виртуальных глюонов можно рассматривать процесс рассеяния с t -канальным реджезованным глюоном, или реджеоном (R).

Из выражения для амплитуды множественного рождения частиц $2 \rightarrow 2 + n$ с обменом t -канальными реджезованными глюонами [66], полученного с использованием выражения для эффективных вершин взаимодействия RRg [67], можно получить уравнение BFKL для глюонных функций распределения $f_g(x, k_T^2)$, которое в лидиру-

ющем логарифмическом приближении будет иметь вид:

$$f_g(x, \mathbf{k}_T^2) = f_g^0(x, \mathbf{k}_T^2) + \frac{3\alpha_s \mathbf{k}_T^2}{\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \int_{\mu_0^2}^{\infty} \frac{dq^2}{q^2} \left(\frac{f(x/z, q^2) - f(x/z, \mathbf{k}_T^2)}{|q^2 - \mathbf{k}_T^2|} + \frac{f(x/z, \mathbf{k}_T^2)}{\sqrt{4q^4 + \mathbf{k}_T^4}} \right), \quad (5)$$

где $f_g^0(x, \mathbf{k}_T^2)$ - начальная функция распределения глюонов.

Обсуждается асимптотическое поведение глюонной функции в области малых x эволюции VFKL, связь с теорией Редже и нарушение условия унитарности.

Было рассмотрено уравнение эволюции VFKL с несудаковским форм-фактором, устраняющим расходимости, связанные с жестким излучением глюонов:

$$\ln \Delta_{ns} = -\frac{3\alpha_s}{\pi} \int \frac{dq'^2}{q'^2} \int_z^1 \frac{dz'}{z'} \Theta(k_T - q') \Theta(q' - \mu_0), \quad (6)$$

для которого показано асимптотическое поведение в области малых x .

Далее было представлено уравнение эволюции CCFM [68–71], позволяющее просуммировать дополнительные вклады $\sim \alpha_s^n \ln^n 1/(1-x)$ помимо вкладов больших логарифмов $\sim \alpha_s^n \ln^n 1/x$. В данном уравнении партонные эмиссии подчиняются условию угловой упорядоченности, которая следует из эффекта цветовой когерентности. На Рис. 1 показана глюонная эволюция, подчиняющаяся такому упорядочиванию, которое может быть записано в виде:

$$q > z_n q_n > z_{n-1} q_{n-1} > \dots > q_1 > q_0. \quad (7)$$

В лидирующем логарифмическом приближении уравнение эволюции CCFM может быть записано в виде:

$$f_g(x, \mathbf{k}_T^2, q^2) = f_g(x, \mathbf{k}_T^2, q_0^2) \Delta_s(q, q_0) + \int dz \int \frac{dq'^2}{q'^2} \Theta(q - zq') \times \quad (8)$$

$$\times \Delta_s(q, zq') \tilde{P}_{gg}(z, q', \mathbf{k}_T) f_g(x/z, \mathbf{k}_T^2, q'^2),$$

где $\mathbf{k}'_T = \mathbf{k}_T + (1-z)\mathbf{q}$ и $f_g(x, \mathbf{k}_T^2, q_0^2)$ — начальная TMD функция распределения глюонов, а $\Theta(q - zq')$ представляет собой условие углового упорядочивания (7), а функцию расщепления $\tilde{P}_{gg}(z, q, \mathbf{k}_T)$ можно выразить в виде:

$$\tilde{P}_{gg}(z, q, \mathbf{k}_T) = \frac{3\alpha_s((1-z)^2 q^2)}{\pi} \left[\frac{z}{1-z} + \frac{z(1-z)}{2} \right] + \quad (9)$$

$$+ \frac{3\alpha_s(\mathbf{k}_T^2)}{\pi} \left[\frac{1-z}{z} + \frac{z(1-z)}{2} \right] \Delta_{ns}(z, q^2, \mathbf{k}_T^2).$$

Показано, что в пределе $z \rightarrow 0$ уравнение (8) сводится к уравнению VFKL, в то время как в пределе $z \rightarrow 1$ соответствует уравнению эволюции DGLAP. Таким

разделены, так как происходят на различных энергетических масштабах. Сечение процесса рождения тяжелого кваркония \mathcal{H} в столкновении партонов $a + b \rightarrow \mathcal{H} + X$ может быть представлено в факторизованном виде:

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow \mathcal{H} + X) = \sum_n d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X) \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}(n) \rangle, \quad (10)$$

где a и b обозначают начальные взаимодействующие партоны. Сечение рождения пары тяжелых кварков $Q\bar{Q}$ в Фоковском состоянии $n = {}^{2S+1}L_J^{(a)}$ (с определенным значением спина S , орбитального L и полного J углового моментов и цветовым представлением a : синглетным, $a = 1$, и октетным, $a = 8$) при масштабах $\mu \sim m_Q$ рассчитывается пертурбативными методами, поскольку константа связи на таких масштабах мала $\alpha_s(m_Q^2) \ll 1$. Взаимодействие на больших расстояниях имеет непертурбативную природу и описывается с помощью непертурбативных матричных элементов $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n] \rangle$. Они определяют переход промежуточного состояния $Q\bar{Q}[n]$ в физический кварконий посредством испускания одного или нескольких мягких глюонов. Предполагается, что величины этих элементов не зависят ни от рассматриваемого процесса, ни от энергии взаимодействия.

Разложение волновых функций S -волновых чармониев $\psi = J/\psi, \psi'$ по малому параметру v и Фоковским состояниям имеет вид:

$$|\psi\rangle = O(v^0)|c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}]\rangle + O(v^1)|c\bar{c}[{}^3P_J^{(8)}]g\rangle + O(v^2)|c\bar{c}[{}^3S_1^{(1,8)}]gg\rangle + \quad (11) \\ + O(v^2)|c\bar{c}[{}^1S_0^{(8)}]g\rangle + \dots,$$

где первые слагаемые соответствуют синглетным промежуточным состояниям. Следующие слагаемые, отвечающие октетным промежуточным состояниям, подавлены по малому параметру v (т.е. по величине непертурбативных матричных элементов).

В рамках подхода k_T -факторизации основной вклад в сечение рождения пары тяжелых кварков $c\bar{c}[n]$ в различных Фоковских состояниях n будут давать подпроцессы глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности:

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1)}](p) + g(k), \quad (12)$$

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(8)}, {}^3P_J^{(1,8)}, {}^1S_0^{(8)}](p). \quad (13)$$

При этом поправки высших порядков теории возмущений учитываются с помощью ТМД распределений глюонов. Также были приведены общие выражения для вычисления амплитуд $\mathcal{A}(a + b \rightarrow c\bar{c}[n])$ с использованием проекционных операторов на состояния со спином $S = 0$ и $S = 1$.

Непертурбативные матричные элементы определяют вероятности перехода кварковых пар $c\bar{c}$ из промежуточных состояний в наблюдаемые кварконии. Величины синглетных матричных элементов могут быть получены в рамках потенциальной

модели [74, 75], в то время как величины октетных матричных элементов должны быть извлечены из экспериментальных данных по рождению чармониев. Для используемых в данной работе TMD распределений октетные элементы были определены из условий наилучшего описания доступных экспериментальных данных ЛНС по инклюзивному процессу рождения чармониев $pp \rightarrow \mathcal{H} + X$. Подробное описание процедуры фитирования и извлечения непертурбативных элементов приведено в работах [16, 17].

Помимо этого, были представлены выражения для сечений процессов рождения чармониев $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$.

Вторая часть главы посвящена фрагментационному подходу для описания процессов с образованием чармониев. В нем предполагается, что процесс рождения партонов в жестком партонном взаимодействии и их последующий переход в адронное состояние осуществляются на различных характерных масштабах. Поэтому соответствующие физические процессы могут быть факторизованы. При этом, переход партона a в адрон A будет описываться функцией фрагментации $D_{a \rightarrow A}(z, \mu^2)$, где $\mu^2 = \mu_{\text{fragm}}^2$ - характерный масштаб фрагментации, z - переменная светового конуса:

$$z = \frac{p_A^+}{p_a^+} = \frac{E_A + p_{zA}}{E_a + p_{za}}, \quad (14)$$

где E и p_z - энергия и продольный импульс частицы. Тогда фрагментационное сечение рождения адрона A может быть представлено в виде [76]:

$$\sigma(pp \rightarrow A + X) = \sum_a \int \hat{\sigma}(pp \rightarrow a + X) D_{a \rightarrow A}(z, \mu^2) \delta\left(z - \frac{p_A^+}{p_a^+}\right) dz, \quad (15)$$

где суммирование ведется по всем возможным промежуточным партонам a .

Согласно формализму нерелятивистской КХД, функции фрагментации в тяжелые кварконии могут быть представлены в факторизованном виде [77]:

$$D_{g/q}^{\mathcal{H}}(z, \mu_0^2) = \sum_{|Q\bar{Q}(n)|} \pi\alpha_s \left(d_{g/q \rightarrow |Q\bar{Q}(n)|}^{(1)}(z, \mu_0^2) + \frac{\alpha_s}{\pi} d_{g/q \rightarrow |Q\bar{Q}(n)|}^{(2)}(z, \mu_0^2) + O(\alpha_s^2) \right) \frac{\langle \mathcal{O}_{|Q\bar{Q}(n)|}^{\mathcal{H}} \rangle}{m_Q^{2L+3}}, \quad (16)$$

при начальном масштабе μ_0^2 , который обычно выбирается равным массе образованного кваркония, $\mu_0^2 = m_{\mathcal{H}}^2$. Согласно (10), функция $d_{g/q \rightarrow |Q\bar{Q}(n)|}(z, \mu^2)$ описывает формирование кварк-антикварковой пары из партона и может быть рассчитана пертурбативными методами КХД, а $\langle \mathcal{O}_{|Q\bar{Q}(n)|}^{\mathcal{H}} \rangle$ — непертурбативные матричные элементы, которые описывают переход в наблюдаемый кварконий.

Рассмотрены лидирующие вклады в процессы фрагментации очарованных квар-

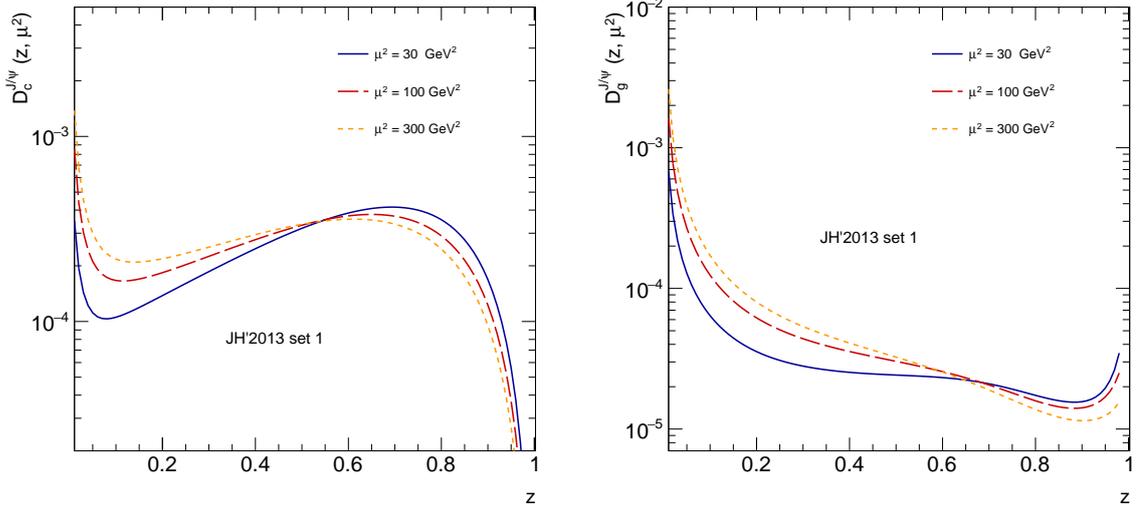


Рис. 2: Функции фрагментации очарованных кварков $D_c^{J/\psi}(z, \mu^2)$ (слева) и глюонов $D_g^{J/\psi}(z, \mu^2)$ (справа), рассчитанные как функции переменной z при различных масштабах μ^2 . Вычисления были выполнены с однопетлевой константой сильного взаимодействия, $n_f = 4$, $\Lambda_{\text{QCD}} = 200$ МэВ и соответствующими значениями непертурбативных матричных элементов для TMD JH'2013 set 1.

ков и глюонов в чармонии:

$$c^* \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(1,8)}, {}^3P_J^{(8)}] + c \rightarrow J/\psi (\psi') + c \quad (17)$$

$$g^* \rightarrow c\bar{c}[{}^3S_1^{(8)}] \rightarrow J/\psi (\psi'), \quad g^* \rightarrow c\bar{c}[{}^3P_J^{(1)}] + g \rightarrow \chi_{cJ} + g. \quad (18)$$

Приведены соответствующие аналитические выражения для функций фрагментации. Отмечено, что только некоторые диаграммы Фейнмана соответствуют фрагментационному рождению чармониев. В связи с этим, исследование вкладов от факторизуемых и нефакторизуемых диаграмм в полное и дифференциальные сечения важен для выяснения областей применимости фрагментационного подхода. Отдельно обсуждается вид функции фрагментации $D_{g \rightarrow \chi_{cJ}}(z, \mu^2)$, для которой недавно были предложены положительно определенные выражения [50], в отличие от результатов, представленных в работе [78].

Далее предлагается метод численного решения уравнения эволюции DGLAP в пространстве (z, μ^2) , который был использован в данной работе для вычисления функций фрагментации кварков и глюонов в S - и P -волновые чармонии (J/ψ , ψ' , χ_{cJ}) при различных масштабах μ^2 в ведущем порядке теории возмущений.

На Рис. 2 приведены результаты вычислений эволюции функций фрагментации очарованных кварков и глюонов в J/ψ мезоны. Полученные результаты для эволюции глюонной функции фрагментации $D_g^{J/\psi}(z, \mu^2)$ отличаются от представленных ранее (например, см. работу [79]) из-за совместного решения эволюционных уравне-

ний для очарованных кварков и глюонов, а также добавления вклада $g \rightarrow [{}^3P_J^{(8)}] + g$. При этом, решение уравнения эволюции для глюонов, учитывающее только промежуточное состояние $c\bar{c}[{}^3S_1^{(8)}]$ хорошо согласуется с результатом [79].

Третья глава посвящена изучению процессов парного рождения J/ψ мезонов. Такие процессы представляют собой образование в жестком партонном взаимодействии двух пар очарованных кварков $c\bar{c}$ в определенных квантовых состояниях $n, m = [{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]$ с последующим непертурбативным переходом в чармонии \mathcal{H} и \mathcal{H}' . Доминирующий вклад в сечение парного рождения J/ψ мезонов вносит механизм синглетного рождения, который в подходе k_T -факторизации в лидирующем порядке может быть описан подпроцессом глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности:

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow c\bar{c} [{}^3S_1^{(1)}](p_1) + c\bar{c} [{}^3S_1^{(1)}](p_2), \quad (19)$$

с последующим непертурбативным переходом в J/ψ или ψ' мезоны. Данный процесс дает наибольший вклад в интегральное сечение, но быстро спадает с ростом поперечных импульсов рождающихся чармониев ($\sim 1/p_T^8$). В этих областях становятся важны синглет-октетные и октет-октетные механизмы рождения чармониев. Такие процессы подавлены по малому параметру v , однако эта малость компенсируется более слабой зависимостью от поперечного импульса. Например, в области больших p_T сечение полностью определяется подпроцессом $\sim 1/p_T^4$:

$$g + g \rightarrow c\bar{c} [{}^3S_1^{(8)}] + c\bar{c} [{}^3S_1^{(8)}]. \quad (20)$$

Однако, как было показано в работах [21, 22], учет описанных выше вкладов в лидирующем порядке недостаточен для описания данных ЛНС [24, 25]. Более того, в настоящее время учет вкладов высших порядков представляется достаточно трудоемкой задачей и только частично выполнен в следующем за лидирующим порядке [22, 23].

Тем не менее, учесть поправки высших порядков можно в k_T -факторизационном подходе КХД в виде TMD глюонных распределений, подчиняющихся уравнению эволюции SCFM. Кроме того, использование фрагментационного подхода позволяет значительно упростить вычисление синглет-октетных и октет-октетных вкладов. Возникающие в результате неколлинеарной эволюции глюонные эмиссии будут давать вклады в фрагментационное рождение чармониев, поскольку испускаемые глюоны имеют ненулевые поперечные импульсы. Так, в подпроцессе глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности $2 \rightarrow 1$ порядка $\sim O(\alpha_s)$:

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow g^*(p), \quad (21)$$

виртуальный глюон $g^*(p)$ сопровождается излучением каскадных глюонов, как изб-

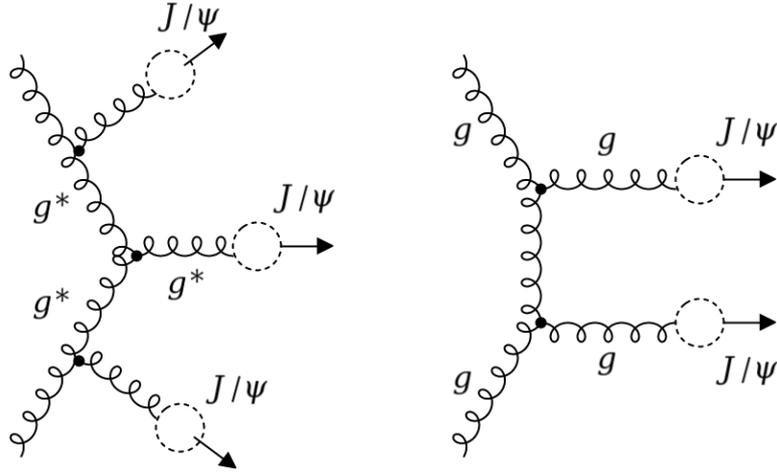


Рис. 3: Процесс фрагментационного рождения J/ψ мезонов в подходе k_T -факторизации, соответствующий подпроцессу (21) с глюонным каскадом (слева) и в коллинеарном подходе, соответствующий подпроцессу (22) (справа). Пунктирными кругами обозначены возможные каналы фрагментации глюонов в J/ψ мезоны.

ражено на Рис. 3. В подходе коллинеарной КХД такие комбинаторные вклады возникают только в высших порядках, как видно из подпроцесса $2 \rightarrow 2 \sim O(\alpha_s^2)$:

$$g(k_1) + g(k_2) \rightarrow g(p_1) + g(p_2). \quad (22)$$

Описан способ учета фрагментационных вкладов от множественных глюонных излучений в сечения рождения чармониев, в котором используется Монте-Карло генератор CASCADE [53] для восстановления глюонного каскада. По аналогии, такие вклады могут быть учтены в подпроцессах:

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow c/q(p_1) + \bar{c}/\bar{q}(p_2), \quad g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow c\bar{c}[n]. \quad (23)$$

Была предложена схема учета синглет-октетных и октет-октетных вкладов с использованием фрагментационного подхода, которая позволяет значительно упростить вычисления и одновременно учесть поправки высших порядков пертурбативной КХД. Основная идея заключается в замене подпроцессов соответствующих вкладов (коллинеарный подход) на подпроцессы вне массовой поверхности типа (21),(23) (подход k_T -факторизации), учитывающие фрагментацию множественных глюонных излучений.

Помимо этого, приведено описание механизма ДПР, возникающего из двух независимых партонных взаимодействий в одном протон-протонном столкновении. Сечение ДПР включает в себя двухпартонные распределения $\mathcal{F}_{ij}(x_1, x_2, \mathbf{b}, \mu_A^2, \mu_B^2)$, описывающие вероятности нахождения партонных i и j с долями импульсов x_1 и x_2 , разделенных прицельным параметром $|\mathbf{b}|$, при характерных масштабах μ_A^2 и μ_B^2 . Однако

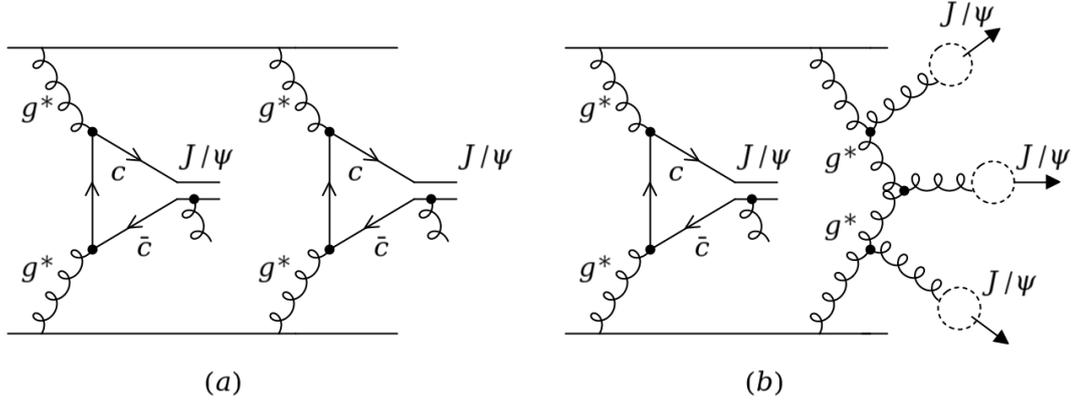


Рис. 4: Пример парного рождения J/ψ мезонов в процессе двойного партонного рассеяния в стандартной схеме расчетов (а) и модифицированной схеме, учитывающей множественные глюонные излучения (б). Пунктирные круги отображают превращение партонных в J/ψ с помощью фрагментационных механизмов.

в областях $x \ll 1$, характерных для энергий ЛНС, пренебрежение партонными корреляциями и интерференцией позволяет представить сечение ДПР в виде произведения сечений однопартонных взаимодействий [36]:

$$\sigma_{AB}^{DPS} = \frac{1}{1 + \delta_{AB}} \sum_{i,j,k,l} \frac{\sigma_{ik}^A \sigma_{jl}^B}{\sigma_{\text{eff}}}, \quad (24)$$

где величина σ_{eff} :

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{\int d^2\mathbf{b} G^2(\mathbf{b})}, \quad (25)$$

называется эффективным сечением и определяет эффективное поперечное перекрытие партонных взаимодействий, которые составляют ДПР.

Был предложен метод включения фрагментационных вкладов от множественных глюонных излучений в механизм ДПР. Идея заключается в том, чтобы явно учесть рождение чармониев не только в жестком взаимодействии, но и от глюонных эмиссий. Для этого следует заменить подпроцесс образования чармониев через промежуточные состояния $[^3S_1^{(8)}]$ на подпроцесс (21), сопровождающийся глюонными излучениями. На Рис. 4 проиллюстрирована такая замена, приводящая к образованию фрагментационных вкладов.

Подробно обсуждается выбор факторизационного масштаба. Сечение партонного подпроцесса (19), в отличие от других подпроцессов, резко падает с ростом \hat{s} , что приводит к вырождению факторизационного масштаба ССФМ эволюции $\mu_F^2 = \hat{s} + \mathbf{Q}^2 \implies \mu_F^2 \simeq \mathbf{k}_T^2$ уже при малых поперечных импульсах. Это противоречит определению ТМД функции распределения $f_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$ и приводит к нестабильности численных расчетов даже по отношению к небольшим изменениям масштаба факторизации.

Проводится подробное исследование проблемы и обсуждаются возможные решения данного вопроса. Так, например, показано, что использование $\mu_F^2 = (\hat{s} + Q^2)/4$ с соответствующими такому выбору масштаба TMD глюонными распределениями приводит к стабильности вычислений.

Далее представлены результаты численных расчетов для процессов парного рождения J/ψ мезонов при энергиях ЛНС. Описываемые далее исследования представлены в работах [55, 57]. Сначала была исследована роль комбинаторных вкладов от множественных глюонных излучений в кинематиках экспериментов ATLAS, CMS и ЛНСб. Показано, что в центральной области быстрот (ATLAS, CMS) учет комбинаторных фрагментационных вкладов, образованных множественными глюонными излучениями в подпроцессе (21) значительно (вплоть до 10 раз) превышает вклады подпроцесса (22) в лидирующем порядке коллинеарной КХД. Было продемонстрировано, что разница между сечениями, по большей части, может быть отнесена к поправкам высших порядков, эффективно учитываемых в подходе k_T -факторизации. Более того, было показано, что такие вклады существенны в области больших инвариантных масс $m(J/\psi, J/\psi) > 30$ ГэВ и разделению по быстройте $|\Delta y(J/\psi, J/\psi)| > 1$, что важно для описания экспериментальных данных. Напротив, в области передних быстрот и малых поперечных импульсов, что соответствует кинематике ЛНСб, комбинаторный фрагментационный эффект пренебрежимо мал на фоне синглетного механизма рождения. Результаты расчетов для TMD глюонной плотности A_0 представлены на Рис. 5.

После этого были описаны экспериментальные данные ЛНСб [40, 80] с помощью синглетного механизма и механизма ДПР в подходе k_T -факторизации, которые были рассчитаны согласно формулам (19) и (24). Фрагментационные вклады были опущены по причине их малости. В этом случае формула полного сечения парного рождения J/ψ мезонов принимает вид:

$$\sigma(pp \rightarrow J/\psi J/\psi) = \sigma^{CS}(pp \rightarrow J/\psi J/\psi) + \frac{1}{2} \frac{\sigma_1(pp \rightarrow J/\psi X) \sigma_2(pp \rightarrow J/\psi X)}{\sigma_{\text{eff}}}, \quad (26)$$

где только величина эффективного сечения ДПР σ_{eff} остается неизвестной и может быть определена из соображений наилучшего описания экспериментальных данных ЛНСб. В данной работе были получены значения этого параметра из анализа различных наблюдаемых. Для глюонной плотности A_0 величина эффективного сечения составила $\sigma_{\text{eff}} = 17.5 \pm 4.1$ мбн, а для JH'2013 set 2 – $\sigma_{\text{eff}} = 13.8 \pm 0.9$ мбн. Соответствующие им неопределенности были рассчитаны с помощью t-распределения Стьюдента на уровне доверия $P = 95\%$. Полученные значения совпадают в пределах погрешностей. Более того, было достигнуто значительное согласие с большинством оценок σ_{eff} , основанных на анализе процессов с различными конечными состояниями [38, 44–49]. При этом, они значительно превышают оценки для ряда процессов с образованием чармониев [24, 39–43]. С данными величинами эффективного сече-

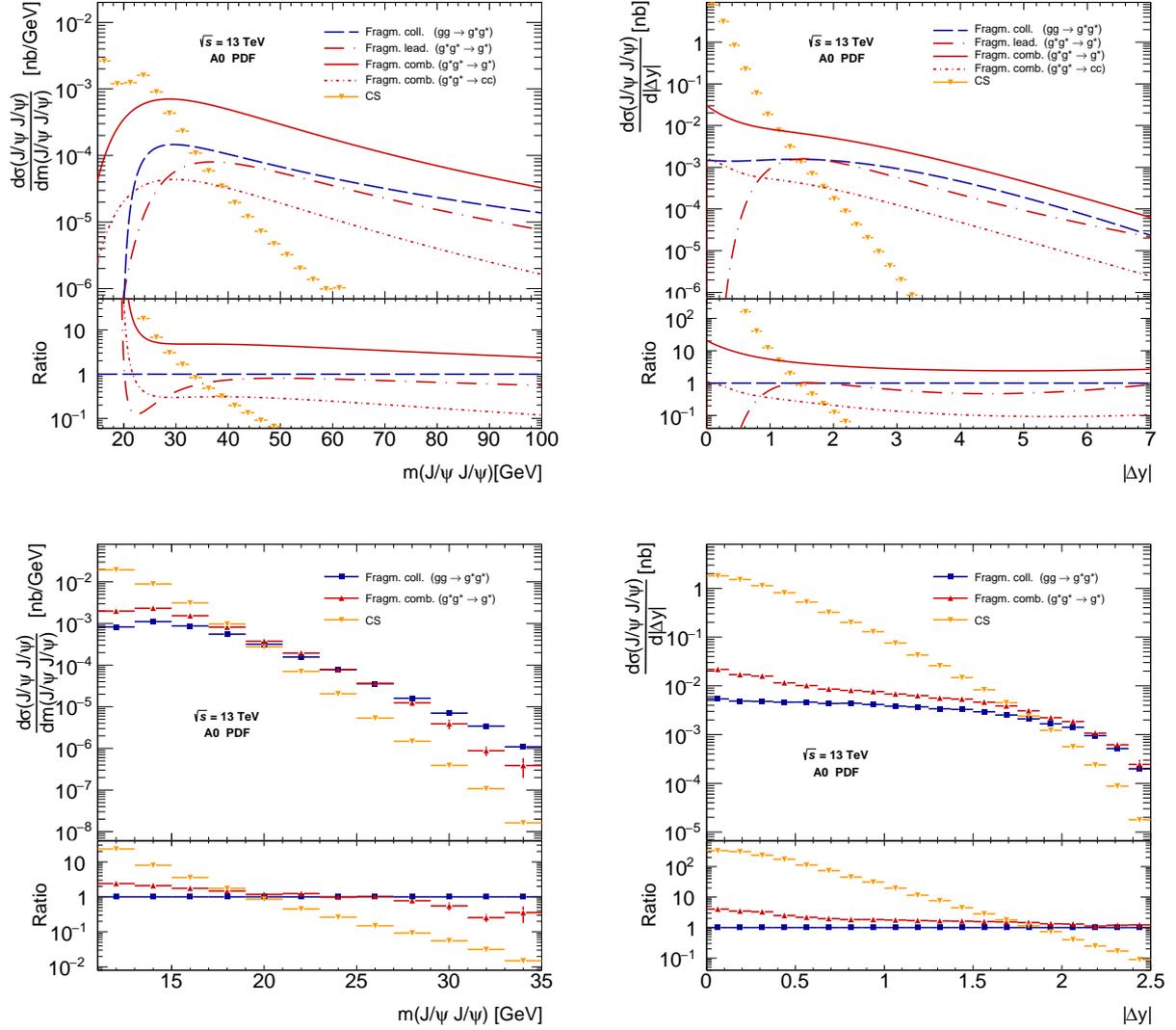


Рис. 5: Вклады различных подпроцессов в сечение парного рождения J/ψ мезонов, рассчитанные как функции инвариантной массы $m(J/\psi, J/\psi)$ (слева) и разделения по быстроте $\Delta y(J/\psi, J/\psi)$ (справа) при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ для глюонных плотностей A0 в центральной области быстрот (сверху) при условиях $|y(J/\psi)| < 2.5$ и $p_T(J/\psi) > 10$ ГэВ; и передней области быстрот (снизу) при условиях $4.5 < p_T(J/\psi) < 10$ ГэВ и $2 < y(J/\psi) < 4.5$.

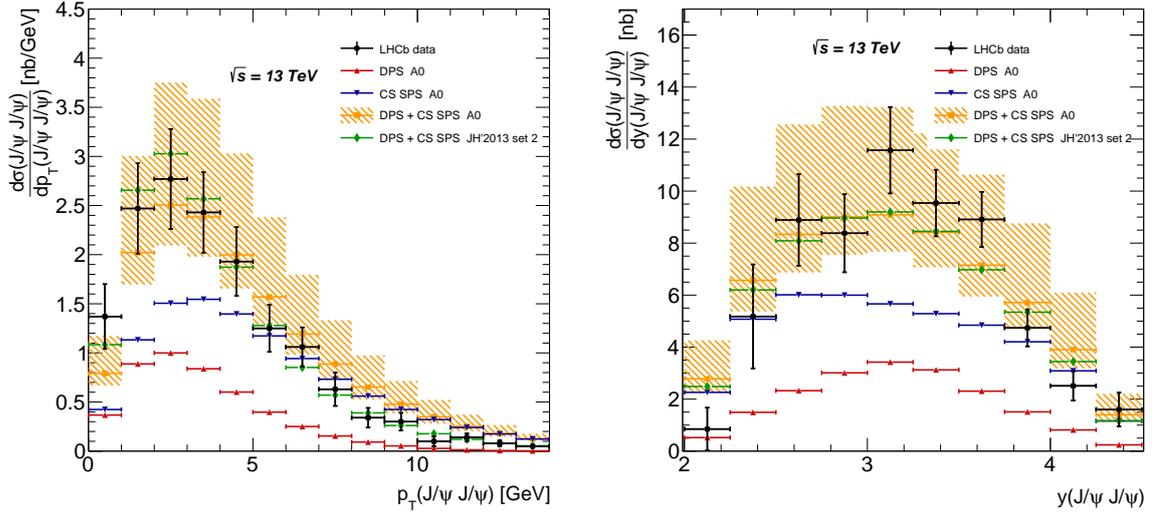


Рис. 6: Дифференциальные сечения процесса парного рождения J/ψ мезонов в передней области быстрот как функции поперечного импульса $p_T(J/\psi, J/\psi)$ (слева), и быстроты $y(J/\psi, J/\psi)$ (справа) пары J/ψ мезонов при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Экспериментальные данные ЛНСб взяты из работы [40].

ния было получено самосогласованное описание всех имеющихся экспериментальных данных ЛНСб [40, 80]; примеры представлены на Рис. 6. Здесь и далее закрашенные области отвечают неопределенностям, связанным с выбором масштабов факторизации и ренормализации. В данном случае также были учтены неопределенности σ_{eff} .

Наконец, были вычислены сечения процесса парного рождения J/ψ мезонов в подходе k_T -факторизации в центральной области быстрот при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ и проведено сравнение с экспериментальными данными ATLAS [24]. В расчетах были учтены все основные вклады синглетного механизма рождения; синглет-октетного и октет-октетного механизмов рождения, согласно предложенной схеме, включающей фрагментационные механизмы; механизма ДПР, включающего фрагментационные механизмы. Помимо этого, во всех подпроцессах учитывались вклады от радиационных распадов возбужденных состояний ψ' и χ_{cJ} .

Сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными для некоторых распределений приведено на Рис. 7. Полученные предсказания с ТМД глюонными плотностями JH'2013 set 1 и set 2 достаточно хорошо согласуются с данными ATLAS. Показано, что комбинаторные вклады от множественных глюонных излучений, а также вклады ДПР значительно улучшают согласие предсказаний в рамках нерелятивистской КХД с экспериментальными данными, особенно в областях больших $m(J/\psi, J/\psi)$ и $\Delta y(J/\psi, J/\psi)$. Кроме этого, продемонстрировано, что эффекты множественных глюонных излучений существенны не только для механизма одиночного рассеяния, но и для ДПР в центральной области быстрот. Это означает, что учет фрагментационных механизмов в подпроцессах двойного партон-

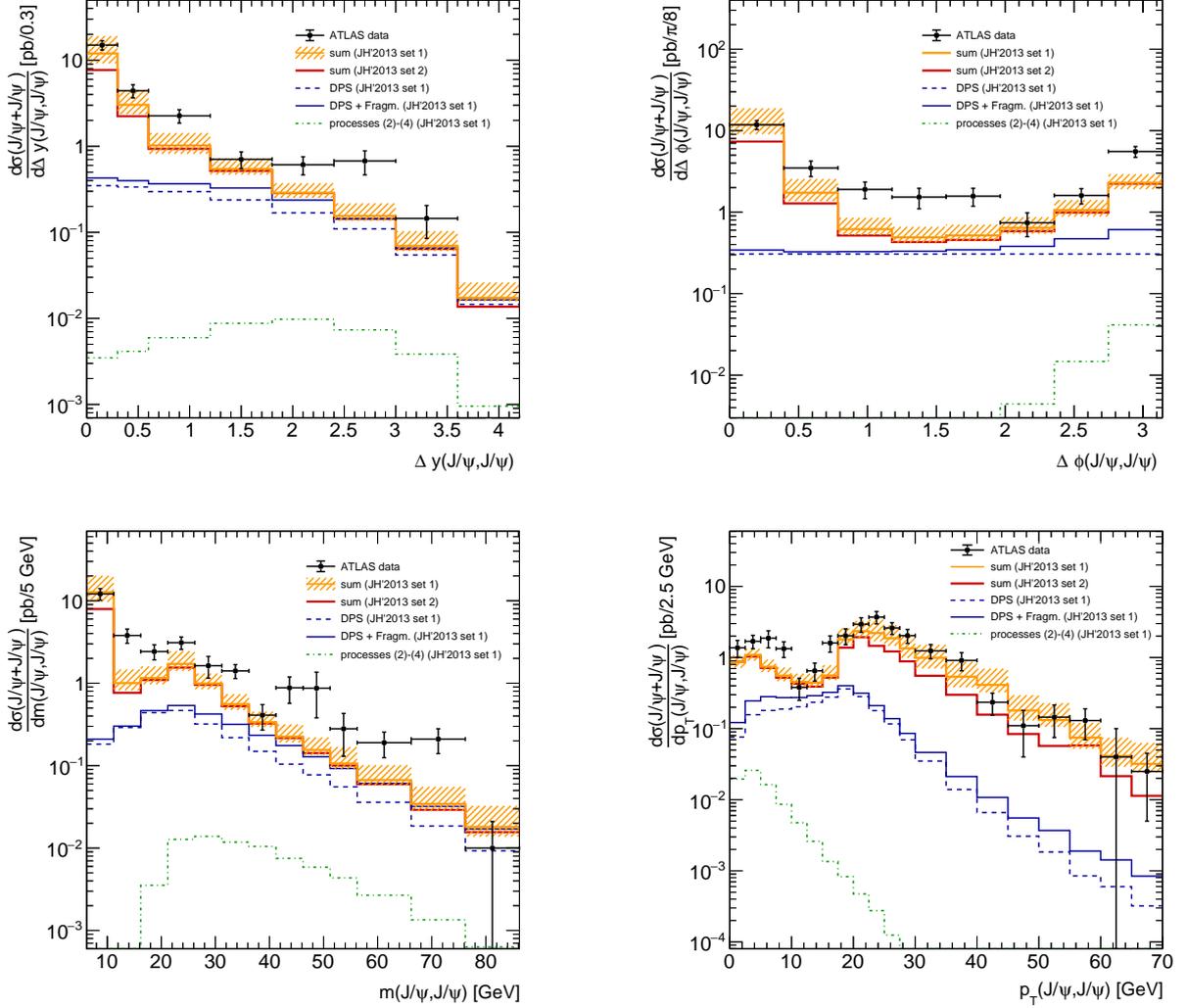


Рис. 7: Дифференциальное сечение процесса парного рождения J/ψ мезонов при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ как функции разности быстрот $\Delta y(J/\psi, J/\psi)$ (левое верхнее); азимутальному углу $\Delta\phi(J/\psi, J/\psi)$ (правое верхнее); инвариантной массы $m(J/\psi, J/\psi)$ (левое нижнее); поперечного импульса $p_T(J/\psi, J/\psi)$ (правое нижнее). Полные теоретические предсказания показаны для JH'2013 set 1 и JH'2013 set 2, а также отдельно представлены вклады ДПР и ДПР + фрагментации. Экспериментальные данные ATLAS взяты из работы [24].

ного рассеяния может играть важную роль при оценке эффективного сечения σ_{eff} для целого ряда процессов с образованием тяжелых кваркониев.

В **четвертой главе** рассмотрены процессы ассоциативного рождения Z бозонов и струй тяжелых кварков. Данные процессы играют значительную роль в физике высоких энергий. Сравнение предсказаний, получаемых в k_T -факторизационном и коллинеарном подходах КХД с экспериментальными данными позволяет изучить границы применимости первого похода для изучения такого рода процессов.

В подходе k_T -факторизации основным источником вкладов является подпроцесс глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности порядка $\sim \mathcal{O}(\alpha_s^2)$:

$$g^*(k_1) + g^*(k_2) \rightarrow Z(p) + Q(p_1) + \bar{Q}(p_2). \quad (27)$$

Поскольку данный подпроцесс доминирует в областях малых x , то дополнительно были рассмотрены подпроцессы с участием кварков в начальном состоянии, которые были рассчитаны в коллинеарном подходе КХД. Представлены диаграммы и формулы для сечений рассматриваемых подпроцессов.

Для расчетов сечений в коллинеарном подходе КХД был использован Монте-Карло генератор SHERPA [81]. В следующем за лидирующим порядке КХД рассматривался инклюзивный процесс $p + p \rightarrow l^+l^- + n \times jet$ с образованием до 4-х партонов в конечном состоянии, моделировались партонные ливни и адронизация.

Описываемые далее исследования отражены в работе [54]. Приведено сравнение результатов вычисления дифференциальных распределений по поперечному импульсу процессов ассоциативного рождения Z бозонов и тяжелых c, b -струй с экспериментальными данными ATLAS [82] и CMS [83]. Показано, что подход k_T -факторизации согласуется с предсказаниями коллинеарной КХД в следующем за лидирующим порядке и хорошо описывает экспериментальные данные в областях небольших поперечных импульсов, вплоть до $p_T(Z, jet) < 100$ ГэВ. При увеличении поперечных импульсов становится необходимым учитывать также эффекты партонных ливней и вклады кварковых подпроцессов высших порядков.

Дополнительно было проведено сравнение результатов двух подходов для процесса $Z + c$ при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ без учета эффектов партонных ливней (см. Рис. 8). Подтверждено, что в областях небольших поперечных импульсов ($p_T(Z, jet) < 100$ ГэВ) предсказания k_T -факторизации хорошо согласуются с предсказаниями NLO коллинеарного приближения, а при увеличении поперечных импульсов согласуются с расчетами LO. Следовательно, подход k_T -факторизации может эффективно применяться для описания широкого ряда процессов с участием Z бозонов и тяжелых кварков, а также адронов, содержащих тяжелые кварки, в области $p_T < 100$ ГэВ.

В конце главы проверяется гипотеза существования внутреннего очарования [84]. В таких моделях предполагается существование “внутренних” пар тяжелых кварков в протоне, образующих связанные состояния с валентными кварками $|uudc\bar{c}\rangle$ и

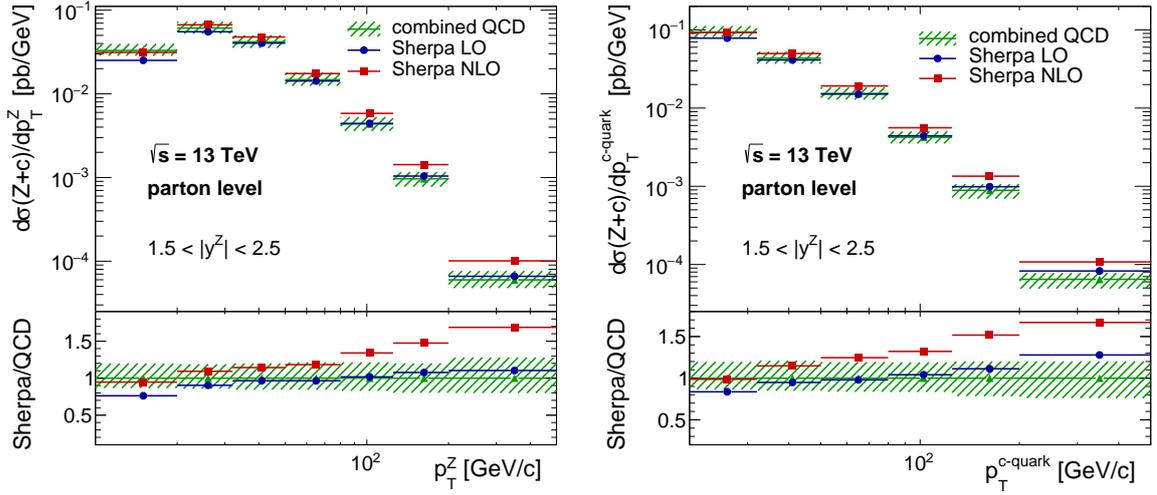


Рис. 8: Дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения Z бозона и c кварка как функции поперечного импульса Z бозона $p_T(Z)$ (слева) и c кварка $p_T(c)$ (справа) в протон-протонных столкновениях при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Предсказания Монте-Карло генератора SHERPA были получены на партонном уровне в LO и NLO.

имеющих непертурбативную природу. Обсуждается возможность обнаружения таких пар в протоне, приводится модель ВНПС [84], задающая форму распределения для внутренних очарованных кварков в протоне при начальном масштабе μ_0^2 .

Были проведены расчеты дифференциальных распределений по поперечным импульсам для процесса $Z + c$ струя в передней области быстрот $1.5 < |y(Z)| < 2.5$ при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ в коллинеарном подходе КХД (с помощью генератора SHERPA). Показано, что в областях больших поперечных импульсов $p_T(Z, jet) > 200$ ГэВ начинают наблюдаться эффекты, связанные с вкладами внутреннего очарования. При этом теоретические неопределенности превышают величины этих эффектов, что будет затруднять процедуру оценки вероятности существования внутреннего очарования. Отметим, на данный момент отсутствуют экспериментальные данные для процесса $Z + c$, достигающие поперечных импульсов > 200 ГэВ.

Тем не менее, эффект внутреннего очарования проявляется сильнее в отношении дифференциальных сечений $\sigma(Z + c)/\sigma(Z + b)$, в том числе значительно сокращаются теоретические неопределенности, как показано на Рис. 9, что делает данную кинематическую наблюдаемую более перспективной для обнаружения внутреннего очарования. Следовательно, процессы рождения Z бозонов и тяжелых струй могут использоваться для проверки данной гипотезы.

Пятая глава посвящена процессам ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm . Данные процессы представляют большой интерес для исследования механизмов образования чармониев, в том числе связанных с фрагментацией, поскольку основываются на другой топологии, включающей жесткие мас-

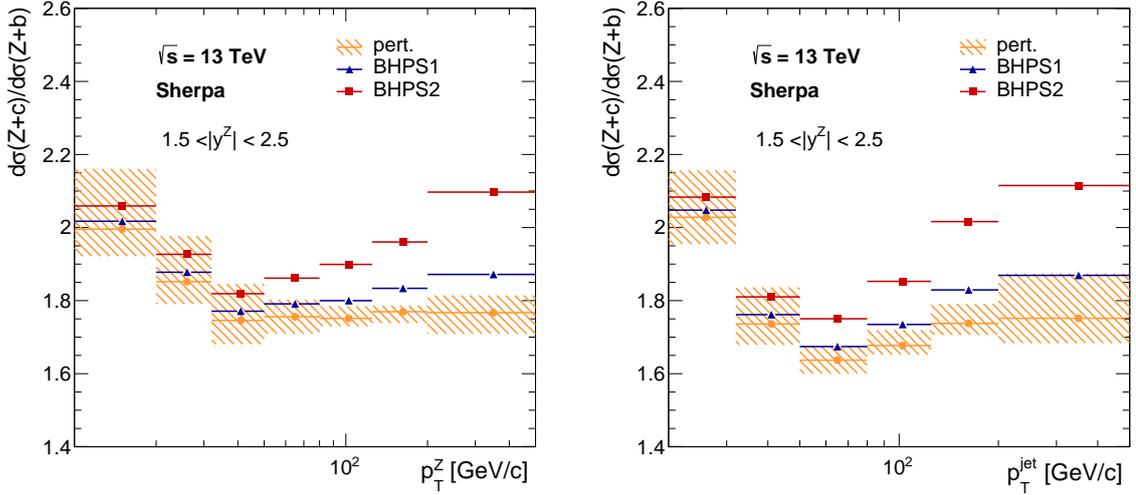


Рис. 9: Отношение дифференциальных сечений процессов рождения $Z + c$ -струя и $Z + b$ -струя как функции поперечного импульса Z бозона $p_T(Z)$ (слева) и струи $p_T(jet)$ (справа) в столкновении протонов в передней области по быстрой Z бозона, $1.5 < |y(Z)| < 2.5$, при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Предсказания Монте-Карло генератора SHERPA были получены в NLO с партонными функциями распределения CT14nnlo с внутренним очарованием (BHPS 1 и 2), так и без него.

штабы $\mu \sim m(Z, W^\pm)$. Это позволяет, независимо от процессов парного рождения J/ψ мезонов, исследовать роль множественных глюонных излучений, возникающих в TMD глюонных распределениях, которые можно учесть в подходе k_T -факторизации.

Полные расчеты в следующем за лидирующим порядке теории возмущений в коллинеарном подходе в формализме нерелятивистской КХД для процессов прямого рождения $J/\psi + Z/W^\pm$ были выполнены в работах [26–28]. В связи с этим, в данной работе были рассмотрены только фрагментационные механизмы, которые дополняют вышеуказанные расчеты.

Основной вклад в фрагментационное сечение рождения $J/\psi + Z/W^\pm$ дает подпроцесс возбуждения очарованного кварка для Z бозонов (или странного кварка для W^\pm бозонов) с последующей фрагментацией очарованного кварка, $c \rightarrow J/\psi + c$. Такие процессы подавлены по константе связи в сравнении с процессами, рассматриваемыми в [26–28], однако это компенсируется меньшей зависимостью сечения от массы векторных бозонов, вытекающей из соответствующих кварковых пропагаторов. В подходе k_T -факторизации такие вклады можно учесть в подпроцессах глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности:

$$g^* + g^* \rightarrow Z + c + \bar{c}, \quad g^* + g^* \rightarrow W^- + c + \bar{s}, \quad c \rightarrow J/\psi + c. \quad (28)$$

Данные подпроцессы сопровождаются множественными глюонными излучениями, как это показано на Рис. 10, которые создают дополнительный фрагментационный

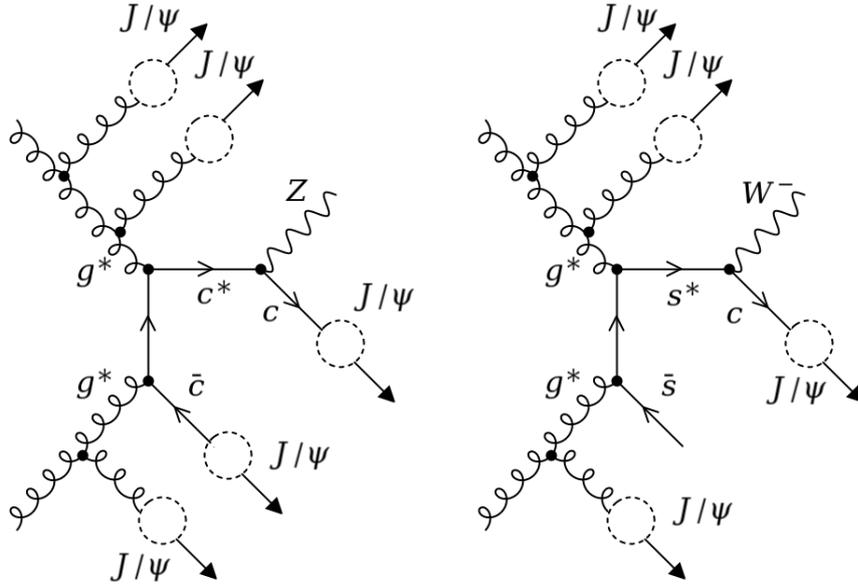


Рис. 10: Примеры диаграмм Фейнмана для процессов фрагментационного рождения J/ψ мезонов в сопровождении калибровочных бозонов Z/W^\pm , с учетом множественных глюонных излучений. Пунктирными кругами обозначены возможные каналы фрагментации партонов в J/ψ мезоны.

вклад. Аналогичным образом были учтены подпроцессы глюон-глюонного слияния с образованием легких кварков любых ароматов. Помимо этого были рассмотрены дополнительные подпроцессы с участием кварков в начальном состоянии. Представлены формулы для вычисления сечений процессов.

Описываемые далее исследования представлены в работе [56]. Были вычислены фрагментационные вклады в сечения рождения $J/\psi + Z/W^\pm$ и проведено сравнение с имеющимися теоретическими предсказаниями нерелятивистской КХД и экспериментальными данными ATLAS при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ [29, 30]. При этом учитывались фрагментационные вклады в возбужденные состояния ψ', χ_{cJ} . Результаты вычислений с TMD глюонными распределениями JH'2013 set 1 и set 2 представлены на Рис. 11. Показано, что предложенные фрагментационные вклады от очарованных кварков и множественных глюонных излучений играют значительную роль в рассматриваемых процессах и позволяют значительно (до 2-3 раз) сократить расхождение между экспериментальными данными коллаборации ATLAS и имеющимися NLO расчетами в рамках нерелятивистской КХД.

В дополнение, была исследована роль эффектов множественных глюонных излучений. Прямое сравнение фрагментационных вкладов от очарованных кварков и глюонов в сечения процессов рождения $J/\psi + Z/W^\pm$ показало, что вклады последних значительны во всей кинематической области. Как и в случае процессов парного рождения J/ψ мезонов, такие вклады необходимы для описания экспериментальных данных в центральной области быстрот; их роль будет только увеличиваться с ро-

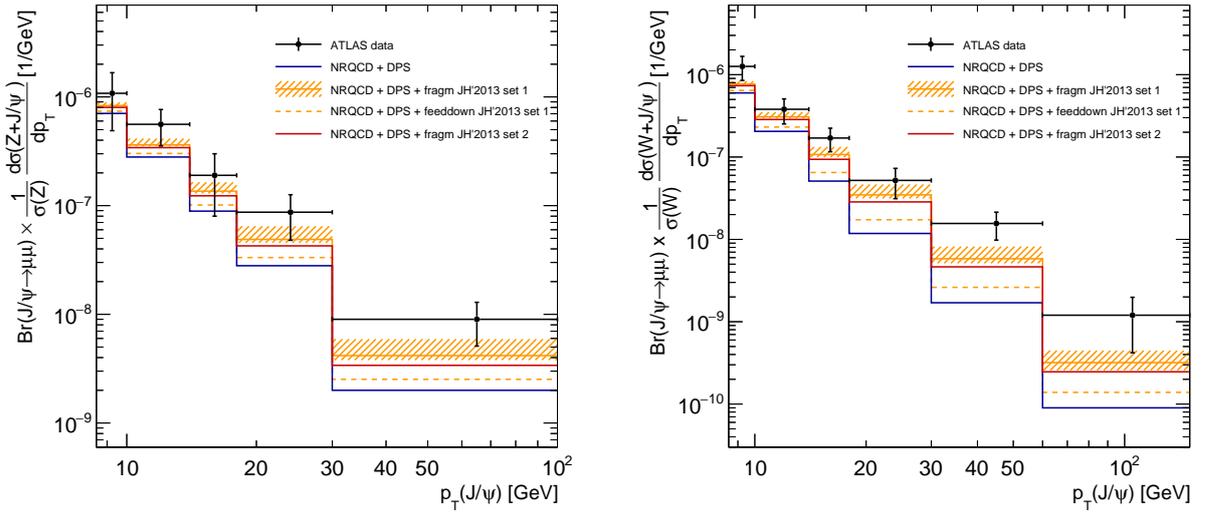


Рис. 11: Дифференциальные сечения процессов ассоциативного рождения $J/\psi + Z$ (слева) и $J/\psi + W^\pm$ (справа) как функции поперечного импульса J/ψ мезона в протон-протонных столкновениях при $\sqrt{s} = 8$ ТэВ. Экспериментальные данные ATLAS, предсказания нерелятивистской КХД и ДПР (NRQCD + DPS) были взяты из работ [29, 30]. Вклад ДПР был получен с эффективным сечением $\sigma_{\text{eff}} = 15$ мбн. Теоретические неопределенности приведены только для фрагментационных вкладов.

стом поперечных импульсов рождаемых частиц и энергии столкновения протонов.

В **заклучении** представлены основные результаты, полученные в данной работе:

1. Вычислены полные и дифференциальные сечения процесса парного рождения J/ψ мезонов в подходе k_T -факторизации в различных кинематических областях при энергиях ЛНС. Показано, что учет фрагментационных вкладов от множественных излучений глюонов, возникающих в процессе эволюции глюонных распределений, играет существенную роль при описании экспериментальных данных в центральной области быстрот, что соответствует кинематикам экспериментов ATLAS и CMS. Благодаря таким вкладам удалось значительно улучшить согласие теоретических предсказаний в рамках нерелятивистской КХД с экспериментальными данными ATLAS при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ в центральной области быстрот, особенно в областях больших инвариантных масс $m(J/\psi, J/\psi)$ и разности быстрот $\Delta y(J/\psi, J/\psi)$. Показано, что в передней области быстрот при малых поперечных импульсах, что соответствует кинематике ЛНСб, фрагментационные вклады пренебрежимо малы, так что сечение рассматриваемого процесса определяется вкладами синглетного механизма и механизма двойного партонного рассеяния.
2. Из анализа экспериментальных данных коллаборации ЛНСб для процесса парного рождения J/ψ мезонов была получена оценка эффективного сечения двой-

ного партонного рассеяния, $\sigma_{\text{eff}} = 17.5 \pm 4.1$ мбн для глюонного распределения A0 и $\sigma_{\text{eff}} = 13.8 \pm 0.9$ мбн для JH'2013 set 2. Полученные значения совпадают с большинством оценок этой величины, основанных на анализе других конечных состояний. Значительно меньшие величины σ_{eff} , полученные другими группами [24, 39–43], не подтверждены.

3. Предложен метод включения фрагментационных вкладов, в том числе от множественных глюонных излучений, в механизм двойного партонного рассеяния. Показано, что такие вклады значительно влияют на полное и дифференциальные сечения процесса парного рождения J/ψ мезонов в центральной области быстрот и на величину эффективного сечения σ_{eff} .
4. Вычислены сечения ассоциативного рождения Z бозонов и тяжелых c, b -струй при энергиях ЛНС. Было показано, что подход k_T -факторизации согласуется с предсказаниями коллинеарной КХД, вычисленными в следующем за лидирующим порядке, и экспериментальными данными коллабораций ATLAS и CMS в областях небольших поперечных импульсов $p_T(Z, jet) < 100$ ГэВ.
5. Рассчитаны фрагментационные вклады в процессы ассоциативного рождения J/ψ мезонов и калибровочных бозонов Z/W^\pm при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ в подходе k_T -факторизации с учетом множественных глюонных излучений. Показано, что такие вклады значительно усиливают предсказания нерелятивистской КХД, вычисленные в следующем за лидирующим порядке коллинеарной теории возмущений, особенно в областях больших поперечных импульсов J/ψ мезонов. Учет фрагментационных механизмов позволил существенно сократить (до 2-3 раз) расхождения с экспериментальными данными коллаборации ATLAS. Продемонстрирована важность учета множественных глюонных излучений в данных процессах.

Список литературы

- [1] *Chao-Hsi Chang*. Hadronic production of J/ψ associated with a gluon // *Nuclear Physics B*. — 1980. — Vol. 172. — Pp. 425–434. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380901753>.
- [2] *Berger Edmond L., Jones D.* Inelastic photoproduction of J/ψ and Υ by gluons // *Phys. Rev. D*. — 1981. — Apr. — Vol. 23. — Pp. 1521–1530. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.1521>.
- [3] *Baier R., Rückl R.* Hadronic production of J/ψ and γ : Transverse momentum distributions // *Physics Letters B*. — 1981. — Vol. 102. — Pp. 364–370. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269381906365>.
- [4] *CDF Collaboration*. Quarkonia production at fermilab // *Il Nuovo Cimento*. — 1996. — Feb. — Vol. 109. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF02731716>.
- [5] *Cho Peter, Leibovich Adam K.* Color-octet quarkonia production // *Phys. Rev. D*. — 1996. — Jan. — Vol. 53. — Pp. 150–162. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.53.150>.
- [6] *Cho Peter, Leibovich Adam K.* Color-octet quarkonia production. II // *Phys. Rev. D*. — 1996. — Jun. — Vol. 53. — Pp. 6203–6217. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.53.6203>.
- [7] *Bodwin Geoffrey T., Braaten Eric, Lepage G. Peter.* Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium // *Phys. Rev. D*. — 1995. — Feb. — Vol. 51. — Pp. 1125–1171. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.51.1125>.
- [8] *Ma Yan-Qing, Wang Kai, Chao Kuang-Ta.* $J/\psi(\psi')$ Production at the Tevatron and LHC at $\mathcal{O}(\alpha_s^4 v^4)$ in Nonrelativistic QCD // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Jan. — Vol. 106. — P. 042002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.042002>.
- [9] *Butenschoen Mathias, Kniehl Bernd A.* World data of J/ψ production consolidate nonrelativistic QCD factorization at next-to-leading order // *Phys. Rev. D*. — 2011. — Sep. — Vol. 84. — P. 051501. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.051501>.
- [10] *Gong Bin, Li Xue Qian, Wang Jian-Xiong.* QCD corrections to J/ψ production via color-octet states at the Tevatron and LHC // *Physics Letters B*. — 2009. — Mar. — Vol. 673. — Pp. 197–200. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269309001944>.

- [11] *Brambilla N., Eidelman S., Heltsley B.K. et al.* Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities // *The European Physical Journal C.* — 2011. — Feb. — Vol. 71. — P. 1534. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1534-9>.
- [12] *CMS Collaboration.* Measurement of the prompt J/ψ and $\psi(2S)$ polarizations in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Physics Letters B.* — 2013. — Dec. — Vol. 727. — Pp. 381–402. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269313008629>.
- [13] *Butenschoen Mathias, He Zhi-Guo, Kniehl Bernd A.* η_c Production at the LHC Challenges Nonrelativistic QCD Factorization // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Mar. — Vol. 114. — P. 092004. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.092004>.
- [14] *LHCb Collaboration.* Measurement of the $\eta_c(1S)$ production cross-section in proton–proton collisions via the decay $\eta_c(1S) \rightarrow p\bar{p}$ // *The European Physical Journal C.* — 2015. — Jul. — Vol. 75. — P. 311. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3502-x>.
- [15] *Baranov S. P.* Possible solution of the quarkonium polarization problem // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Mar. — Vol. 93. — P. 054037. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.93.054037>.
- [16] *Baranov S. P., Lipatov A. V.* Are there any challenges in the charmonia production and polarization at the LHC? // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Dec. — Vol. 100. — P. 114021. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.114021>.
- [17] *Baranov S. P., Lipatov A. V.* χ_{c1} and χ_{c2} polarization as a probe of color octet channel // *The European Physical Journal C.* — 2020. — Nov. — Vol. 80. — P. 1022. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08617-0>.
- [18] *Abdulov N. A., Lipatov A. V.* Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. I: $\Upsilon(3S)$ and $\chi_b(3P)$ mesons // *The European Physical Journal C.* — 2019. — Oct. — Vol. 79. — P. 830. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7365-4>.
- [19] *Abdulov N. A., Lipatov A. V.* Bottomonia production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. II: $\Upsilon(2S)$ and $\chi_b(2P)$ mesons // *The European Physical Journal C.* — 2020. — May. — Vol. 80. — P. 486. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8056-x>.
- [20] *Abdulov N. A., Lipatov A. V.* Bottomonium production and polarization in the NRQCD with k_T -factorization. III: $\Upsilon(1S)$ and $\chi_b(1P)$ mesons // *The European Physical Journal C.* — 2021. — Dec. — Vol. 81. — P. 1085. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09880-5>.

- [21] *He Zhi-Guo, Kniehl Bernd A.* Complete Nonrelativistic-QCD Prediction for Prompt Double J/ψ Hadroproduction // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Jul. — Vol. 115. — P. 022002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.115.022002>.
- [22] *Sun Li-Ping, Han Hao, Chao Kuang-Ta.* Impact of J/ψ pair production at the LHC and predictions in nonrelativistic QCD // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Oct. — Vol. 94. — P. 074033. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.074033>.
- [23] *Lansberg Jean-Philippe, Shao Hua-Sheng.* Production of $J/\psi+\eta_c$ versus $J/\psi+J/\psi$ at the LHC: Importance of Real α_s^5 Corrections // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Sep. — Vol. 111. — P. 122001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.122001>.
- [24] *ATLAS Collaboration.* Measurement of the prompt J/ψ pair production cross-section in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector // *The European Physical Journal C.* — 2017. — Feb. — Vol. 77. — P. 76. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-017-4644-9>.
- [25] *CMS Collaboration.* Measurement of prompt J/ψ pair production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Journal of High Energy Physics.* — 2014. — Sep. — Vol. 2014. — P. 94. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP09\(2014\)094](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2014)094).
- [26] *Kniehl Bernd A., Palisoc Caesar P., Zwirner Lennart.* Associated production of heavy quarkonia and electroweak bosons at present and future colliders // *Phys. Rev. D.* — 2002. — Dec. — Vol. 66. — P. 114002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.66.114002>.
- [27] *Gang Li, Mao Song, Ren-You Zhang, Wen-Gan Ma.* QCD corrections to J/ψ production in association with a W boson at the LHC // *Phys. Rev. D.* — 2011. — Jan. — Vol. 83. — P. 014001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.014001>.
- [28] *Mao Song, Wen-Gan Ma, Gang Li et al.* QCD corrections to J/ψ plus Z^0 -boson production at the LHC // *Journal of High Energy Physics.* — 2011. — Feb. — Vol. 02. — P. 71. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP02\(2011\)071](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2011)071).
- [29] *ATLAS Collaboration.* Observation and measurements of the production of prompt and non-prompt J/ψ mesons in association with a Z boson in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector // *The European Physical Journal C.* — 2015. — May. — Vol. 75. — P. 229. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3406-9>.
- [30] *ATLAS Collaboration.* Measurement of J/ψ production in association with a W^\pm boson with pp data at 8 TeV // *Journal of High Energy Physics.* — 2020. — Jan. — Vol. 2020. — P. 95. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2020\)095](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2020)095).

- [31] *Bartalini P., Gaunt J.* Multiple Parton Interactions at the LHC // *Advanced Series on Directions in High Energy Physics*. — 2018. — Dec. — Vol. 29. — URL: <https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/10646>.
- [32] *Collaboration The Axial Field Spectrometer.* Double parton scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 63$ GeV // *Z. Phys. C*. — 1987. — Jun. — Vol. 34. — P. 163. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF01566757>.
- [33] *CDF Collaboration.* Double parton scattering in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV // *Phys. Rev. D*. — 1997. — Oct. — Vol. 56. — Pp. 3811–3832. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.56.3811>.
- [34] *Blok B., Dokshitzer Yu., Frankfurt L., Strikman M.* Four-jet production at LHC and Tevatron in QCD // *Phys. Rev. D*. — 2011. — Apr. — Vol. 83. — P. 071501. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.071501>.
- [35] *Baranov S.P., Snigirev A.M., Zotov N.P.* Double heavy meson production through double parton scattering in hadronic collisions // *Physics Letters B*. — 2011. — Nov. — Vol. 705. — P. 116. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269311012068>.
- [36] *Diehl Markus, Schäfer Andreas.* Theoretical considerations on multiparton interactions in QCD // *Physics Letters B*. — 2011. — Mar. — Vol. 698. — P. 389. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269311002863>.
- [37] *Ryskin M. G., Snigirev A. M.* Fresh look at double parton scattering // *Phys. Rev. D*. — 2011. — Jun. — Vol. 83. — P. 114047. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.114047>.
- [38] *LHCb Collaboration.* Production of associated Υ and open charm hadrons in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV via double parton scattering // *Journal of High Energy Physics*. — 2016. — Jul. — Vol. 2016. — P. 52. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP07\(2016\)052](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2016)052).
- [39] *D0 Collaboration.* Evidence for Simultaneous Production of J/ψ and Υ Mesons // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Feb. — Vol. 116. — P. 082002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.116.082002>.
- [40] *LHCb Collaboration.* Measurement of the J/ψ pair production cross-section in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // *Journal of High Energy Physics*. — 2017. — Jun. — Vol. 217. — P. 47. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP06\(2017\)047](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2017)047).
- [41] *Lansberg Jean-Philippe, Shao Hua-Sheng.* J/ψ -pair production at large momenta: Indications for double parton scatterings and large α_s^5 contributions // *Physics*

- Letters B.* — 2015. — Dec. — Vol. 751. — Pp. 479–486. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269315008424>.
- [42] *D0 Collaboration.* Observation and studies of double J/ψ production at the Tevatron // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Dec. — Vol. 90. — P. 111101. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.111101>.
- [43] *CMS Collaboration.* Observation of $\Upsilon(1S)$ pair production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV // *Journal of High Energy Physics.* — 2017. — May. — Vol. 2017. — P. 13. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP05\(2017\)013](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2017)013).
- [44] *CMS Collaboration.* Study of double parton scattering using $W + 2$ -jet events in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Journal of High Energy Physics.* — 2014. — Mar. — Vol. 2014. — P. 32. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP03\(2014\)032](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2014)032).
- [45] *ATLAS Collaboration.* Measurement of hard double-parton interactions in $W(\rightarrow l\nu)+2$ -jet events at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector // *New Journal of Physics.* — 2013. — Mar. — Vol. 15, no. 3. — P. 033038. — URL: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/3/033038>.
- [46] *D0 Collaboration.* Study of double parton interactions in diphoton + dijet events in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // *Phys. Rev. D.* — 2016. — Mar. — Vol. 93. — P. 052008. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.93.052008>.
- [47] *D0 Collaboration.* Double parton interactions in $\gamma + 3$ jet and $\gamma + b/c$ jet + 2 jet events in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV // *Phys. Rev. D.* — 2014. — Apr. — Vol. 89. — P. 072006. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.072006>.
- [48] *ATLAS Collaboration.* Study of hard double-parton scattering in four-jet events in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS experiment // *Journal of High Energy Physics.* — 2016. — Nov. — Vol. 2016. — P. 110. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP11\(2016\)110](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2016)110).
- [49] *LHCb Collaboration.* Observation of double charm production involving open charm in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Journal of High Energy Physics.* — 2012. — Jun. — Vol. 2012. — P. 141. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP06\(2012\)141](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2012)141).
- [50] *Baranov S. P.* Positively defined color-singlet fragmentation function $g \rightarrow \chi_{cJ}$ // *The European Physical Journal Plus.* — 2021. — Aug. — Vol. 136. — P. 836. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01836-8>.
- [51] *H. Jung.* Un-integrated PDFs in CCFM // *arXiv.* — 2004. — URL: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0411287>.

- [52] *Hautmann F., Jung H.* Transverse momentum dependent gluon density from DIS precision data // *Nuclear Physics B.* — 2014. — Jun. — Vol. 883. — Pp. 1–19. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321314000881>.
- [53] *Jung H., Baranov S., Deak M. et al.* The CCFM Monte Carlo generator CASCADE Version 2.2.03 // *The European Physical Journal C.* — 2010. — Dec. — Vol. 70. — P. 1237. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-010-1507-z>.
- [54] *Lipatov A. V., Lykasov G. I., Malyshev M. A., Prokhorov A. A., Turchikhin S. M.* Hard production of a Z boson plus heavy flavor jets at LHC and the intrinsic charm content of a proton // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Jun. — Vol. 97. — P. 114019. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.97.114019>.
- [55] *Prokhorov A. A., Lipatov A. V., Malyshev M.A., Baranov S.P.* Revisiting the production of J/ψ pairs at the LHC // *The European Physical Journal C.* — 2020. — Nov. — Vol. 80. — P. 1046. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-08631-2>.
- [56] *Baranov S. P., Lipatov A. V., Prokhorov A. A.* Charm fragmentation and associated $J/\psi + Z/W^\pm$ production at the LHC // *Phys. Rev. D.* — 2021. — Aug. — Vol. 104. — P. 034018. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.034018>.
- [57] *Baranov S. P., Lipatov A. V., Prokhorov A. A.* Role of initial gluon emission in double J/ψ production at central rapidities // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Aug. — Vol. 106. — P. 034020. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.106.034020>.
- [58] *В.Н. Грибов, Л.Н. Липатов.* Глубоконеупругое ep -рассеяние в теории возмущений // *Ядерная физика.* — 1972. — Vol. 15. — Pp. 781–807.
- [59] *В.Н. Грибов, Л.Н. Липатов.* Аннигиляция e^+e^- -пар и глубоконеупругое ep -рассеяние в теории возмущений // *Ядерная физика.* — 1972. — Vol. 15. — Pp. 1218–1237.
- [60] *Altarelli G., Parisi G.* Asymptotic freedom in parton language // *Nuclear Physics B.* — 1977. — Vol. 126. — Pp. 298–318. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321377903844>.
- [61] *Collaboration H1, ZEUS.* Combined measurement and QCD analysis of the inclusive $e^\pm p$ scattering cross sections at HERA // *Journal of High Energy Physics.* — 2010. — Jan. — Vol. 2010. — P. 109. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2010\)109](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2010)109).
- [62] *Э.А. Кураев, Л.Н. Липатов, В.С. Фадин.* Мульти-реджевские процессы в теории Янга-Миллса // *Журнал экспериментальной и теоретической физики.* — 1976. — Vol. 71. — Pp. 840–855.

- [63] Э.А. Кураев, Л.Н. Липатов, В.С. Фадин. Особенность Померанчука в неабелевых калибровочных теориях // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1977. — Vol. 72. — Pp. 377–389.
- [64] Я.Я. Баллицкий, Л.Н. Липатов. О Померанчуковской особенности в квантовой хромодинамике // *Ядерная физика*. — 1978. — Vol. 28. — Pp. 1597–1611.
- [65] *Regge T.* Introduction to complex orbital momenta // *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*. — 1959. — Dec. — Vol. 14. — P. 951. — URL: <https://doi.org/10.1007/BF02728177>.
- [66] *Lipatov L.N.* Gauge invariant effective action for high energy processes in QCD // *Nuclear Physics B*. — 1995. — Oct. — Vol. 452. — P. 369. — URL: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(95\)00390-E](https://doi.org/10.1016/0550-3213(95)00390-E).
- [67] *Antonov E.N., Cherednikov I.O., Kuraev E.A., Lipatov L.N.* Feynman rules for effective Regge action // *Nuclear Physics B*. — 2005. — Aug. — Vol. 721. — P. 111. — URL: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.05.013>.
- [68] *Ciafaloni Marcello.* Coherence effects in initial jets at small Q^2/s // *Nuclear Physics B*. — 1988. — Jan. — Vol. 296. — Pp. 49–74. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032138890380X>.
- [69] *Catani S., Fiorani F., Marchesini G.* QCD coherence in initial state radiation // *Physics Letters B*. — 1990. — Jan. — Vol. 234. — Pp. 339–345. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269390919388>.
- [70] *Catani S., Fiorani F., Marchesini G.* Small-x behaviour of initial state radiation in perturbative QCD // *Nuclear Physics B*. — 1990. — May. — Vol. 336. — Pp. 18–85. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032139090342B>.
- [71] *Marchesini Giuseppe.* QCD coherence in the structure function and associated distributions at small x // *Nuclear Physics B*. — 1995. — Jul. — Vol. 445. — Pp. 49–78. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032139500149M>.
- [72] Е.М. Левин, М.Г. Рыскин, А.Г. Шуваев, Ю.М. Шабельский. Рождение тяжелых кварков в полужестком взаимодействии нуклонов // *Ядерная физика*. — 1991. — Vol. 53. — Pp. 1059–1077.
- [73] *Catani S., Ciafaloni M., Hautmann F.* High energy factorization and small-x heavy flavour production // *Nuclear Physics B*. — 1991. — Nov. — Vol. 366. — Pp. 135–188. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321391900553>.
- [74] *Eichten Estia J., Quigg Chris.* Quarkonium wave functions at the origin // *Phys. Rev. D*. — 1995. — Aug. — Vol. 52. — Pp. 1726–1728. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.52.1726>.

- [75] *Eichten E., Gottfried K., Kinoshita T. et al.* Charmonium: Comparison with experiment // *Phys. Rev. D.* — 1980. — Jan. — Vol. 21. — Pp. 203–233. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.21.203>.
- [76] *Braaten Eric, Yuan Tzu Chiang.* Gluon fragmentation into heavy quarkonium // *Phys. Rev. Lett.* — 1993. — Sep. — Vol. 71. — Pp. 1673–1676. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.1673>.
- [77] *Ma Yan-Qing, Qiu Jian-Wei, Zhang Hong.* Heavy quarkonium fragmentation functions from a heavy quark pair. I. *S* wave // *Phys. Rev. D.* — 2014. — May. — Vol. 89. — P. 094029. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.094029>.
- [78] *Braaten Eric, Yuan Tzu Chiang.* Gluon fragmentation into P-wave heavy quarkonium // *Phys. Rev. D.* — 1994. — Sep. — Vol. 50. — Pp. 3176–3180. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.50.3176>.
- [79] *Saleev V.A., Vasin D.V.* Direct J/ψ and ψ' hadroproduction via fragmentation in the collinear parton model and k_T -factorization approach // *Phys. Rev. D.* — 2003. — Dec. — Vol. 68. — P. 114013. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.68.114013>.
- [80] *LHCb Collaboration.* Observation of J/ψ -pair production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV // *Physics Letters B.* — 2012. — Jan. — Vol. 707, no. 1. — P. 52. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269311014729>.
- [81] *Bothmann Enrico, Chahal Gurpreet Singh, Höche Stefan et al.* Event generation with Sherpa 2.2 // *SciPost Phys.* — 2019. — Vol. 7. — P. 034. — URL: <https://scipost.org/10.21468/SciPostPhys.7.3.034>.
- [82] *ATLAS Collaboration.* Measurement of differential production cross-sections for a Z boson in association with b-jets in 7 TeV proton-proton collisions with the ATLAS detector. — 2014. — Oct. — Vol. 2014. — P. 141. — URL: [https://doi.org/10.1007/JHEP10\(2014\)141](https://doi.org/10.1007/JHEP10(2014)141).
- [83] *CMS Collaboration.* Measurement of associated Z + charm production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. — 2018. — Apr. — Vol. 78. — P. 287. — URL: <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-5752-x>.
- [84] *Brodsky S.J., Hoyer P., Peterson C., Sakai N.* The intrinsic charm of the proton // *Physics Letters B.* — 1980. — Vol. 93, no. 4. — Pp. 451–455. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269380903640>.