МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Перминов Александр Сергеевич

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ ЧЕТЫРЕХПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ НА КОСМОГОНИЧЕСКИХ ИНТЕРВАЛАХ ВРЕМЕНИ

Специальность 1.3.1 — Физика космоса, астрономия

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2022

Работа выполнена на кафедре астрономии, геодезии, экологии и мониторинга окружающей среды Института естественных наук и математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Научный руководитель	—	*Кузнецов Эдуард Дмитриевич, доктор физико-математических наук, доцент*
Официальные оппоненты	—	*Кондратьев Борис Петрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова*
		Чернетенко Юлия Андреевна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории малых тел Солнечной системы Института прикладной астрономии РАН
		Шайдулин Вахит Шамильевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры небесной механики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета

Защита диссертации состоится «01» декабря 2022 г. в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.013.1 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, Университетский проспект, дом 13, конференц-зал.

E-mail: alexander.perminov@urfu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский проспект, дом 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: https://istina.msu.ru/dissertations/497589449/

Автореферат разослан «31» октября 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук О.М. Белова

Общая характеристика работы

Начиная со времен античных философов, а именно Евдокса Книдского, основной задачей теоретической астрономии было объяснение видимого движения планет Солнечной системы с математической точки зрения. Моментом же зарождения классической небесной механики можно считать открытие Иоганном Кеплером его знаменитых трёх законов движения планет, обобщённых в дальнейшем законом всемирного тяготения Исаака Ньютона. С развитием науки и техники, к настоящему времени, круг задач, рассматриваемых в рамках небесной механики, значительно расширился, появились новые методы исследований. Развитие космонавтики, рост производительности вычислительной техники, появление новых высокоточных наблюдательных инструментов привели к качественному росту наших знаний о динамике Солнечной системы. Новые наблюдательные методы и появление околоземной астрономии, позволили в последние годы открыть тысячи внесолнечных планетных систем. В том числе — сотни многопланетных систем.

Современные теории движения больших планет Солнечной системы можно разделить на две группы. В первую группу входят теории, описывающие движение планет с максимально возможной точностью на коротких интервалах времени — вплоть до нескольких тысяч лет. Это различные численные и аналитические эфемериды, используемые, в том числе, для обеспечения полётов космических аппаратов. Во вторую группу входят теории, дающие качественное описание параметров движения планет на космогонических интервалах времени — вплоть до десятков миллиардов лет.

Для изучения динамической эволюции внесолнечных планетных систем могут быть применены только теории второй группы, так как элементы орбит планет в данном случае известны из наблюдений с низкой точностью, а некоторые неизвестны вовсе.

Важнейшим свойством любой планетной системы, в том числе нашей Солнечной системы, является её устойчивость. По современным представлениям именно устойчивые планетные системы обеспечивают благоприятные условия для возникновения и развития жизни. Движение больших планет Солнечной системы как планет земной группы, так и планет-гигантов, хаотично с относительно короткими — 5–7 млн лет временами Ляпунова. Можно найти начальные условия, при которых любая планета земной группы, может быть выброшена из Солнечной системы. Но учитывая иерархию масс — планеты земной группы на три порядка менее массивны, чем планеты-гиганты — Солнечная система является динамически устойчивой в целом. Тем не менее, остается открытым вопрос о динамической эволюции планетных систем с произвольными значениями масс планет и больших полуосей их орбит, умеренными значениями эксцентриситетов и наклонов орбит.

Кроме того, на устойчивость планетных систем значительное влияние может оказывать близость больших полуосей орбит к резонансным значениям. Например, пара Нептун – Плутон сохраняет свою устойчивую конфигурацию и избегает тесных сближений под влиянием резонанса средних движений 2 : 3. Юпитер и Сатурн движутся на орбитах вблизи резонанса средних движений 2 : 5 — так называемое «большое неравенство». Среди внесолнечных планетных систем также реализуются резонансные конфигурации. Отметим, что перекрытие резонансных зон и формирование областей хаотического движения может приводить к вековому дрейфу больших полуосей орбит, а значит к изменению орбитальной конфигурации системы.

В настоящей диссертации выполняется построение численно-аналитической теории движения третьего порядка по массам планет для четырёхпланетной задачи. **Предметом исследования** является эволюция трёх- и четырёхпланетных систем с умеренными значениями эксцентриситетов и наклонов орбит на космогонических интервалах времени. **Объектом исследования** являются: система Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран –Нептун, внесолнечные трёхпланетные системы GJ 3138, HD 39194 и внесолнечные четырёхпланетные системы HD 141399, HD 160691. Построенная теория движения применяется для изучения динамической эволюции перечисленных планетных систем на космогонических интервалах времени.

Актуальность темы

В Солнечной системе планеты земной группы, в силу своей малой массы, не оказывают существенного влияния на движение планет-гигантов. Таким образом, использование четырёхпланетной модели (Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун) вполне приемлемо для определения качественных свойств и количественных характеристик динамической эволюции Солнечной системы.

Кроме того, к настоящему времени, среди обнаруженных внесолнечных планетных систем, известно уже свыше 800 многопланетных. Больше сотни из этих систем — с тремя планетами, около семи десятков — четырёхпланетные. И лишь около трёх десятков звезд имеют системы с числом планет большим четырёх. Следовательно, орбитальная эволюция большинства внесолнечных планетных систем может быть исследована в рамках четырёхпланетной модели (при условии умеренности значений эксцентриситетов и наклонов их орбит).

Цели работы

1. Разработка численно-аналитического метода исследования орбитальной эволюции двух-, трёх- и четырёхпланетных систем с умеренными значениями эксцентриситетов и наклонов орбит на космогонических интервалах времени.

2. Качественное и количественное описание орбитальной эволюции Солнечной системы в рамках четырёхпланетного приближения (система Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун), построенного с точностью до третьего порядка по малому параметру.

3. Исследование орбитальной эволюции внесолнечных трёхпланетных систем GJ 3138, HD 39194 и четырёхпланетных HD 141399, HD 160691 для набора различных начальных условий — эксцентриситеты и наклоны орбит, долготы их восходящих узлов и аргументы перицентров варьируются в пределах ошибок с которыми они известны из наблюдений.

4. Определение начальных условий, соответствующих устойчивым и неустойчивым сценариям эволюции исследуемых внесолнечных планетных систем.

Научная новизна работы

Работа посвящена разработке нового численно-аналитического метода решения планетной задачи пяти тел и исследованию с его помощью орбитальной эволюции различных трёхпланетных и четырёхпланетных систем.

Новыми являются.

1. Алгоритм разложения гамильтониана планетной задачи, записанного в системе координат Якоби, в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре и степеням малого параметра вплоть до куба. При этом, все переменные в рядах сохраняются в символьном виде, а числовые коэффициенты представляют собой рациональные числа произвольной точности.

2. Реализация алгоритма метода Хори–Деприи для получения рядов, представляющих производящую функцию преобразования между оскулирующими и средними элементами (с точностью до квадрата малого параметра задачи) и гамильтониан задачи в средних элементах (с точностью до куба малого параметра задачи).

3. Использование для выполнения аналитических выкладок современной, высокопроизводительной системы компьютерной алгебры Piranha, представляющей собой эшелонированный пуассоновский процессор.

4. Исследование динамики четырёхпланетной модели Солнечной системы (Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун) на космогонических интервалах времени с помощью численно-аналитической теории движения, построенной до куба малого параметра задачи.

5. Моделирование на космогонических интервалах времени, в рамках построенной четырёхпланетной теории движения второго порядка по малому параметру, динамической эволюции внесолнечных планетных систем GJ 3138, HD 39194, HD 141399 и HD 160691 для набора начальных условий, в котором неизвестные и известные из наблюдений с ошибками элементы орбит варьируются в допустимых пределах.

6. Методика, позволяющая, на основе автоматизации моделирования орбитальной эволюции и обработки его результатов, сузить диапазон возможных значений элементов орбит внесолнечных планетных систем и определить их наиболее вероятные, с точки зрения устойчивости планетной системы, значения.

Научная и практическая ценность работы

Предложенный в настоящей работе метод разложения гамильтониана четырёхпланетной задачи в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре не подразумевает использование специальных функций небесной механики. По этой причине он предельно прост. Однако, вследствие этого, алгоритм требует больших затрат машинной памяти.

При этом, в рядах, представляющих гамильтониан задачи в оскулирующих элементах, слагаемые первого порядка по малому параметру построены с точностью до 6 степени по эксцентрическим и облическим элементам Пуанкаре, слагаемые второго порядка — до 4 степени, а слагаемые третьего порядка — до 2 степени по данным элементам орбит.

Осреднение построенного гамильтониана задачи проводится методом Хори–Депри с точностью до куба малого параметра. Полученные далее уравнения движения в средних элементах позволяют исследовать орбитальную эволюцию системы Солнце — Юпитер — Сатурн — Уран — Нептун на космогонических интервалах времени.

Функции замены переменных, определяющие связь между оскулирующими и средними элементами, построены с точностью до квадрата малого параметра. Мажоранты функций замены переменных позволяют определить амплитуды короткопериодических возмущений как отклонения оскулирующих элементов от средних.

Даны оценки знаменателей, возникающих в слагаемых осреднённого гамильтониана.

Для исследования динамической эволюции внесолнечных планетных систем используется менее точное разложение гамильтониана, построенное до квадрата малого параметра. Варьирование элементов орбит (при определении начальных условий моделирования) и предположение о стабильности наблюдаемых внесолнечных планетных систем позволяет исключить начальные условия, ведущие к экстремальному росту эксцентриситетов и наклонов орбит, и выявить такие, при которых указанные элементы сохраняют значения близкие к начальным на всем интервале моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Реализованный метод разложения гамильтониана четырёхпланетной задачи, записанного в системе координат Якоби, в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре позволяет построить это разложение до произвольной степени по эксцентрическим и облическим элементам орбит и до третьей степени по малому параметру.

2. Реализованный алгоритм метода Хори–Деприпозволяет построить ряды, представляющие производящую функцию осредняющего преобразования и гамильтониан четырёхпланетной задачи в средних элементах второй системы Пуанкаре, а также получить на их основе правые части уравнений движения (до третьей степени по малому параметру) и функции замены переменных (до второй степени по малому параметру).

3. Использование современной высокопроизводительной системы компьютерной алгебры Piranha, представляющей собой эшелонированный пуассоновский процессор, позволяет строить разложения, в которых все элементы орбит, частоты движения и массовые параметры сохраняются в символьном виде. При этом коэффициенты в рядах сохраняются в виде дробно-рациональных чисел произвольной точности, что позволяет исключить ошибки округления.

4. Интегрирование построенных аналитически уравнений движения в средних элементах позволяет получить характеристики и параметры орбитальной эволюции четырёхпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на космогонических интервалах времени для различных начальных условий.

5. Интегрирование построенных аналитически уравнений движения в средних элементах позволяет получить характеристики и параметры орбитальной эволюции планетных систем GJ 3138, HD 39194, HD 141399 и HD 160691 для набора различных начальных условий, а также опреде-

лить условия устойчивости рассмотренных планетных систем на космогонических интервалах времени.

Структура и объём диссертации

Диссертация объёмом 171 страница состоит из пяти глав, введения, заключения, списка литературы, содержащего 113 названий, и трёх приложений. Число рисунков — 43, таблиц — 44.

Апробация работы

Результаты по теме диссертации докладывались на объединённом семинаре кафедры астрономии, геодезии, экологии и мониторинга окружающей среды и Коуровской астрономической обсерватории УрФУ, а также на следующих всероссийских и международных конференциях.

1. 43-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 3–7 февраля 2014 г.
2. Международная конференция «Journées 2014. Пространственно-временные системы отсчета» («Journées 2014. Systèmes de référence spatio-temporels»). Санкт-Петербург, 22–24 сентября 2014 г.
3. 44-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 2–6 февраля 2015 г.
4. 21-я Международная конференция «Приложения компьютерной алгебры» («21-st Conference on Applications of Computer Algebra»). Каламата, Греция, 20–23 июля 2015 г.
5. Всероссийская астрометрическая конференция «Пулково–2015». Санкт-Петербург, 21–25 сентября 2015 г.
6. 45-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 1–5 февраля 2016 г.
7. 46-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 30 января – 3 февраля 2017 г.
8. Всероссийская конференция «Современная звёздная астрономия – 2017». Екатеринбург, 14–16 июня 2017 г.
9. 23-я Международная конференция «Приложения компьютерной алгебры». («23-rd Conference on Applications of Computer Algebra»). Иерусалим, Израиль, 17–21 июля 2017 г.
10. Международная конференция по небесной механике «CELMEC VII» («Seventh International Meeting on Celestial Mechanics – CELMEC VII»). Сан-Мартино-аль-Чимино, Витербо, Италия, 2–10 сентября 2017 г.

11. Всероссийская астрономическая конференция – 2017 «Астрономия: познание без границ». Ялта, 17–22 сентября 2017 г.
12. Всероссийская конференция «Звёздообразование и планетообразование. Наблюдения, теория, численный эксперимент». Москва, 13–15 ноября 2017 г.
13. 47-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 29 января – 2 февраля 2018 г.
14. 7-я Пулковская молодежная астрономическая конференция. Санкт-Петербург, 28–31 мая 2018 г.
15. 24-я Международная конференция «Приложения компьютерной алгебры». («24-th Conference on Applications of Computer Algebra»). Сантьяго де Компостела, Испания, 18–22 июня 2018 г.
16. Всероссийская астрометрическая конференция «Пулково–2018». Санкт-Петербург, 1–5 октября 2018 г.
17. 48-я Всероссийская с международным участием студенческая научная конференция «Физика Космоса». Екатеринбург, 28 января – 1 февраля 2019 г.
18. 4-я Международная конференция «Экстремальные солнечные системы» («Extreme Solar Systems IV»). Рейкьявик, Исландия, 18–23 августа 2019 г.
19. Всероссийская конференция «Современная звёздная астрономия – 2019». САО РАН, 7–11 октября 2019 г.
20. Всероссийская конференция «Звёздообразование и планетообразование. Наблюдения, теория, численный эксперимент». Москва, 12–13 ноября 2019 г.
21. 11-й Международный симпозиум по Солнечной системе («The Eleventh Moscow international Solar System Symposium»). Москва, 5–11 октября 2020 г.
22. Всероссийская астрономическая конференция 2021: «Астрономия в эпоху многоканальных исследований». Москва, 23–28 августа 2021 г.
23. 12-й Международный симпозиум по Солнечной системе («The Twelfth Moscow international Solar System Symposium»). Москва, 11–15 октября 2021 г.
24. 364-й Международный симпозиум («IAUS 364: Multi-scale (time and mass) Dynamics of Space Objects»). Яссы, Румыния, 18–22 октября 2021 г.

Публикации по теме диссертации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 12 печатных изданиях, 7 из которых опубликованы в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science/Scopus/RSCI, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности:

1.1. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Разложение гамильтониана планетной задачи в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы – 2015. – Т. 49, № 6. – С. 469–480 (РИНЦ IF: 1.333 за 2021 год) // Переводная версия: Perminov A.S., Kuznetsov E.D. Expansion of the Hamiltonian of the planetary problem into the Poisson series in elements of the second Poincare system // Solar System Research – 2015. – V. 49. – № 6. – P. 430–441 (WoS IF: 0.706)

1.2. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Построение осредненных уравнений движения планетной задачи методом Хори–Депри в элементах второй системы Пуанкаре // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы – 2016. – Т. 50, № 6. – С. 450–461 (РИНЦ IF: 1.333 за 2021 год) // Переводная версия: Perminov A.S., Kuznetsov E.D. The Hori–Deprit method for averaged motion equations of the planetary problem in elements of the second Poincare system // Solar System Research – 2016. – V. 50. – № 6. – P. 426–436 (WoS IF: 0.706).

1.3. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Орбитальная эволюция четырехпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на космогонических интервалах времени // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы – 2018. – Т. 52, № 3. – С. 239–259 (РИНЦ IF: 1.333 за 2021 год) // Переводная версия: Perminov A.S., Kuznetsov E.D. Orbital evolution of the Sun – Jupiter – Saturn – Uranus – Neptune four-planet system on long-time scales // Solar System Research – 2018. – V. 52. – № 3. – P. 241–259 (WoS IF: 0.706).

1.4. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Орбитальная эволюция внесолнечных планетных систем HD 39194, HD 141399 и HD 160691 // Астрономический журнал – 2019. – Т. 96, № 10. – С. 795–814 (РИНЦ IF: 1.466 за 2021 год) // Переводная версия: Perminov A.S., Kuznetsov E.D. Orbital Evolution of the Extrasolar Planetary Systems HD 39194, HD 141399 and HD 160691 // Astronomy Reports – 2019. – V. 63. – № 10. – P. 795–813 (WoS IF: 0.98).

1.5. Perminov, A.S., Kuznetsov, E.D.: The implementation of Hori–Deprit method to the construction averaged planetary motion theory by means of computer algebra system Piranha // Mathematics in Computer Science – 2020. – V. 14. – № 2. – P. 305–316 (Scopus IF: 0.32).

1.6. Perminov A., Kuznetsov E. The orbital evolution of the Sun – Jupiter – Saturn – Uranus – Neptune system on long time scales // Astrophysics and Space Science – 2020. – V. 365. – № 8. – id. 144 (WoS IF: 1.83).

1.7. Perminov A., Kuznetsov E. The investigation of the dynamical evolution of extrasolar three-planetary system GJ 3138 // Research in Astronomy and Astrophysics – 2022. – V. 22. – № 1. – id. 015007 (WoS IF: 1.469).

А также 5 публикаций в трудах конференций:

2.1. Perminov A.S., Kuznetsov E.D. Expansion of the Hamiltonian of a planetary system into the Poisson series in all orbital elements // Journées 2014. Systèmes de référence spatio-temporels: Recent developments and prospects in ground-based and space astrometry / Eds. Malkin Z., Capitain N. – Spb.: IAA RAS, 2014. – P. 104–107.

2.2. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Построение осредненных уравнений движения планетной задачи методом Хори–Депри // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове № 223. Труды Всероссийской астрометрической конференции «Пулково – 2015». – СПб.: Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, 2016. – С. 241–246.

2.3. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Исследование орбитальной эволюции компактных внесолнечных планетных систем GJ 3138, HD 39194 // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове № 225. Труды Всероссийской астрометрической конференции «Пулково – 2018». – СПб.: Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, 2018. – С. 195–200.

2.4. Перминов А.С., Кузнецов Э.Д. Динамическая эволюция системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на интервале времени 10 млрд лет // Известия Главной астрономической обсерватории в Пулкове № 226. Труды VII молодежной астрономической конференции. – СПб.: Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, 2018. – С. 71–76.

2.5. Perminov A., Kuznetsov E. The semi-analytical motion theory of the third order in planetary masses for the Sun – Jupiter – Saturn – Uranus – Neptune's system // International Astronomical Union Proceedings Series. Proceedings

IAU Symposium № 364 / Eds. Sterken C., Hearnshaw J., Valls-Gabaud D. – 2022. – V. 15. – Iss. S364. – P. 211–213 (Scopus IF: 0.112).

Опубликован 1 препринт:

3.1. Perminov A., Kuznetsov E. The construction of averaged planetary motion theory by means of computer algebra system Piranha // arxiv.org, 2018. – URL: https://arxiv.org/abs/1810.04270v1.

Опубликованы тезисы 12 докладов.

Во всех работах вклад соавторов равнозначен. Во всех статьях автор принимал участие в постановке задачи.

Личный вклад автора

Автору принадлежит разработка, с помощью системы компьютерной алгебры Piranha, алгоритма для построения разложения гамильтониана четырёхпланетной задачи, записанного в координатах Якоби, в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре (работы 1.1, 2.1, 2.2). Отметим, что в работах 1.1 и 2.1 при разложении гамильтониана задачи в ряд Пуассона, возникающие в процессе полиномы Лежандра сохраняются в рядах в виде символьных переменных, а в работе 2.2 полиномы Лежандра выражаются через косинусы углов между радиус-векторами. В дальнейших работах (кроме 1.2) косинусы углов записываются через элементы второй системы Пуанкаре.

Автором разработан и реализован с помощью системы компьютерной алгебры Piranha алгоритм построения уравнений движения в средних элементах и функций замены переменных методом Хори–Деприа до второго (работы 1.2, 2.2, 3.1) и третьего (работы 1.5, 1.6) порядков по малому параметру.

Автором исследована орбитальная эволюция четырёхпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на интервале времени 10 млрд лет путём численного интегрирования осреднённых уравнений движения второго (работы 1.3, 3.1) и третьего (работы 1.5, 1.6, 2.4) порядков по малому параметру. В работе 2.5 теория движения третьего порядка применена к исследованию орбитальной эволюции планет-гигантов Солнечной системы на интервале времени 100 млн лет для набора различных начальных условий. Автором проведено сравнение полученных данных с результатами прямого численного интегрирования ньютоновских уравнений движения, выполненного различными методами.

Автором проведено исследование на интервале времени 1 млн лет динамической эволюции и устойчивости различных внесолнечных планетных систем — GJ 3138 (работы 1.7, 2.3), HD 39194 (работы 1.4, 2.3), HD 141399 и HD 160691 (работа 1.4), и определены начальные условия, соответствующие устойчивым и неустойчивым вариантам эволюции систем.

Содержание работы

Введение содержит постановку задачи и её обоснование (актуальность, цели работы, новизна, научная и практическая ценность), выносимые на защиту результаты, краткое изложение содержания работы, а также перечень основных публикаций, конференций и семинаров, где докладывались результаты диссертации.

Первая глава «Современное состояние в области исследования динамической эволюции планетных систем» содержит исторический обзор и обзор литературы по теме диссертации.

В *разделе 1.1* даются общие представления об аналитических, численных и численно-аналитических теориях движения больших планет Солнечной системы в их историческом развитии, начиная с XVIII века и заканчивая XX веком. Рассматриваются метод малого параметра (Субботин, 1968; Холшевников, 1985), методы осреднения (Bogoliubov, 1961; Hori, 1966; Deprit, 1969), КАМ-теория (Колмогоров, 1954; Арнольд, 1963; Moser, 1962), а также проблема устойчивости Солнечной системы на космогонических интервалах времени (Poisson, 1809; Haret, 1885).

В *разделе 1.2* даётся обзор современных теорий движения больших планет Солнечной системы. Рассматриваются высокоточные численные эфемериды DE (Folkner et al., 2014; Park et al., 2021), EPM (Pitjeva, 2013; Питьева и др., 2019; Pitjeva et al., 2022) и INPOP (Fienga et al., 2019).

Далее рассматриваются современные теории движения больших планет Солнечной системы на космогонических интервалах времени, первые из которых появляются на рубеже XX и XXI веков (Applegate et al., 1986; Ito, Tanikawa, 2002). Проведён обзор серии работ (Laskar, 1988, 1989, 1990, 1994, 1996), по результатам которых было найдено, что эволюция Солнечной системы имеет хаотический характер на интервалах времени в несколько десятков миллионов лет. В работах (Sussman, Wisdom, 1992; Murray, Holman, 1999) показано, что движение планет Солнечной системы имеет полностью хаотический характер с временем экспоненциального расхождения близких траекторий в несколько миллионов лет. Причиной возникновения хаоса во внешней части Солнечной системы является перекрытие компонентов нескольких резонансов средних движений, таких как резонанс 3 : 5 : 7 между средними движениями Юпитера, Сатурна, Урана и такой же резонанс (3 : 5 : 7) между средними движениями Сатурна, Урана и Нептуна, а также резонансы средних движений 1 : 7 между Юпитером и Ураном, 1 : 2 между Ураном и Нептуном, близость Юпитера и Сатурна к резонансу средних движений 2 : 5. В работах (Locatelli et al., 2000; Giorgilli et al., 2009; Sansottera et al., 2011, 2013; Giorgilli et al., 2017) изучена устойчивость внешней части Солнечной системы с помощью КАМ-теории.

Таким образом, по современным представлениям, движение планет в Солнечной системе является почти-периодическим и полностью предсказуемо на интервалах времени в несколько миллионов лет. На интервалах времени в несколько миллиардов лет орбиты планет земной группы вступают в область хаотичности. На временах в десятки миллиардов лет движение планет-гигантов всё ещё почти-периодично, но информация о фазах планет на орбитах становится неизвестной. Движение же внутренних планет полностью хаотично. Существуют начальные условия, приводящие как к регулярным, так и к хаотическим решениям для планет Солнечной системы. Причём оба типа начальных условий расположены всюду плотно в фазовом пространстве.

В *разделе 1.3* проведён краткий анализ характеристик и статистика известных к настоящему времени внесолнечных планетных систем. Описаны методы поиска внесолнечных планет. Приведены характеристики, исследуемых в главе 5, трёхпланетных систем GJ 3138, HD 39193 и четырёхпланетных систем HD 141399, HD 160691.

Вторая глава «Разложение гамильтониана четырёхпланетной задачи в ряд Пуассона по элементам второй системы Пуанкаре» посвящена обоснованию, разработке и реализации метода разложения гамильтониана четырёхпланетной задачи в ряд Пуассона по степеням малого параметра μ и по элементам второй системы Пуанкаре.

Для построения разложения гамильтониана выбрана иерархическая система координат Якоби, наиболее удобная для рассмотрения планетной задачи (*раздел 2.1*). Вторая система элементов Пуанкаре (*раздел 2.2*) выбрана по причине того, что в ней имеется только один угловой элемент — средняя долгота, что позволяет существенно упростить угловую часть разложения. С помощью системы компьютерной алгебры Piranha (Biscani, 2019), представляющей собой эшелонированный пуассоновский процессор, получено разложение гамильтониана четырёхпланетной задачи в ряд Пуассона по элементам орбит до квадрата μ^2 и до куба малого параметра μ^3. Роль малого параметра играет отношение суммы масс планет к массе звезды. Для Солнечной системы это отношение может быть выбрано равным 0.001. В разложении все элементы орбит и массовые параметры сохраняются в символьном виде. Для исключения ошибок округления числовые коэффициенты в рядах сохранены в виде рациональных дробей произвольной точности.

Выражение гамильтониана N-планетной задачи в системе координат Якоби приведено в *разделе 2.3*. В *разделе 2.4* представлен алгоритм разложения гамильтониана по малому параметру задачи и по элементам второй системы

Пуанкаре. В *разделе 2.5* приведён алгоритм построения классических разложений небесной механики, таких как x/a, y/a, z/a, r/a, a/r и др., в ряды по элементам второй системы Пуанкаре. Здесь x, y, z — прямоугольные координаты, r — радиус-вектор, a — большая полуось орбиты. Эти разложения используются как базовые для построения рядов, представляющих гамильтониан планетной задачи.

В *разделе 2.6* описаны основные функции системы компьютерной алгебры Piranha, которые используются для написания скриптов, представляющих собой Пуассоновский процессор (*раздел 2.7*).

В *разделах 2.8 и 2.9* проведены оценки относительной точности построения полученных базовых разложений и рядов, представляющих гамильтониан задачи, численными значениями (элементами орбит и массами планет-гигантов Солнечной системы и внесолнечных планетных систем GJ 3138, HD 39194, HD 141399 и HD 160691). Приведены свойства полученных рядов (количество слагаемых, максимальные учитываемые степени элементов второй системы Пуанкаре и др.).

Построено три варианта разложения гамильтониана планетной задачи в ряд Пуассона по элементам орбит второй системы Пуанкаре и по степеням малого параметра.

Общее количество слагаемых в разложении гамильтониана планетной задачи, построенного до μ^3, составляет 49185837. Относительная точность построения гамильтониана рассчитана для планет-гигантов Солнечной системы и составляет $1.7 \cdot 10^{-12}$. Количество слагаемых в разложении гамильтониана, построенного до μ^2 и до 4 степени по эксцентрическим и облическим элементам орбит Пуанкаре, составляет 1363330, а для разложения, построенного с точностью до 6 степени по элементам орбит, количество слагаемых составляет 16296620.

Оценка точности разложения в ряд функций Гамильтона, построенных с меньшей точностью (до μ^2), проведена для внесолнечных планетных систем. Различие в оценках точности этих двух разложений (до 6 и до 4 степеней по элементам орбит) составляет от одного до двух порядков. Для разложения гамильтониана, построенного до 4 степени по эксцентрическим и облическим элементам орбит, относительная точность составляет от 10^{-6} до 10^{-8}. А для разложения, построенного до 6 степени по элементам орбит, относительная точность составляет от 10^{-7} до 10^{-10}.

Разложение гамильтониана, построенное до μ^3 используется для исследования орбитальной динамики планет-гигантов Солнечной системы. Разложение гамильтониана, построенное до μ^2, используется для исследования орбитальной эволюции внесолнечных планетных систем.

Третья глава «Построение осреднённых уравнений движения четырёхпланетной задачи методом Хори–Деприт» содержит описание алгоритма метода Хори–Депри, с помощью которого проводится осреднение гамильтониана задачи.

В *разделе 3.1* приведено теоретическое описание метода Хори–Депри (Холшевников, 1985). В основе метода Хори–Депри лежит использование скобок Пуассона. Все искомые величины будут инвариантны относительно канонических преобразований. В рамках метода Хори–Депри даются явные и простые выражения для нового гамильтониана. Уравнения связи между старыми и новыми элементами орбит также выражаются через явные формулы, а не рекуррентные, как в других методах осреднения. В рассматриваемой задаче все орбитальные элементы (переменные) по скорости их изменения можно разделить на две группы — быстрые и медленные. Быстрыми переменными в планетной задаче являются средние долготы, период изменения которых близок к периоду движения по орбите. Все остальные переменные — медленные. Осреднение гамильтониана проводится по быстрым переменным, то есть по средним долготам.

В *разделе 3.2* приведён алгоритм метода Хори–Депри, который реализуется с помощью системы компьютерной алгебры Piranha. Получены ряды, представляющие гамильтониан задачи в средних элементах, производящую функцию преобразования от оскулирующих элементов к средним, функции замены переменных и правые части уравнений движения в средних элементах. Приведены свойства построенных рядов. Уравнения движения в средних элементах построены с точностью до куба по малому параметру, а функции замены переменных — до квадрата.

В *разделе 3.3* представлены свойства полученных рядов — количество слагаемых, максимальные степени элементов орбит, учитываемые в слагаемых построенных рядов, и др.

Четвёртая глава «Динамическая эволюция четырёхпланетной системы Солнце – Юпитер – Сатурн – Уран – Нептун на космогонических интервалах времени» посвящена изучению орбитальной эволюции планет-гигантов Солнечной системы на интервале времени 10 млрд. лет на основе результатов численного интегрирования построенных уравнений движения в средних элементах.

В *разделе 4.1* проведён анализ результатов численного интегрирования уравнений движения в средних элементах. Приведены значения периодов изменения кеплеровских элементов орбит и элементов орбит второй системы Пуанкаре, а также амплитуд их колебаний. Проведено сравнение результатов интегрирования уравнений движения в первом, втором и третьем порядках по малому параметру. Показано, что движение планет имеет почти-периодический характер. Значения эксцентриситетов и наклонов орбит планет-гигантов остаются малыми на всём интервале моделирования.

Показано, что при численном интегрировании уравнений движения в средних элементах интеграл энергии и z-компонента интеграла площадей сохраняются на интервале времени 10 млрд лет с относительной точностью порядка 10^{-11} и 10^{-12} соответственно (*раздел 4.2*).

Короткопериодические возмущения остаются малыми на всём рассматриваемом интервале времени (*раздел 4.3*).

Проведено сравнение полученных результатов с теориями движения других авторов и результатами численного интегрирования ньютоновских уравнений движения (*раздел 4.4*). Получено, что периоды элементов орбит в третьем приближении теории движения наиболее близки к результатам численных теорий. Расхождения между периодами изменения наклонов орбит, полученными различными численными методами и по данным численно-аналитической теории движения третьего порядка, не превосходят 0.1% для всех планет. Расхождения между периодами изменения эксцентриситетов орбит Юпитера и Сатурна, полученными в рамках численно-аналитической теории движения и численным моделированием, составляют около 0.01%. Для Урана и Нептуна такие расхождения для эксцентриситетов орбит не превышают 0.3% и 0.6% соответственно, для всех численных методов. Расхождения для эксцентриситетов орбит достигают 1% при сравнении с результатами работы (Laskar, 1990).

Проведено моделирование эволюции планет-гигантов Солнечной системы для набора близких начальных условий (*раздел 4.5*) и для различных начальных условий, соответствующих численным эфемеридам DE (*раздел 4.6*). Показано, что время Ляпунова для орбит планет-гигантов составляет около 10–30 млн лет. Найдены начальные условия, при которых значение показателя MEGNO, характеризующего степень расхождения изначально близких траекторий и наличие хаоса в системе, достигает значения около 100 на интервале времени 100 млн лет.

Пятая глава «Исследование динамической эволюции внесолнечных планетных систем» посвящена изучению характера орбитальной эволюции трёхпланетных систем GJ 3138, HD 39194 и четырёхпланетных систем HD 141399, HD 160691 для различных начальных условий. Показан способ, позволяющий варьированием неизвестных и известных из наблюдений с ошибками элементов орбит определить области начальных данных, соответствующих устойчивому характеру орбитальной эволюции на всём интервале моделирования, что и выполнено для вышеуказанных внесолнечных планетных систем.

В *разделе 5.1* приведены параметры исследуемых внесолнечных планетных систем GJ 3138, HD 39194, HD 141399 и HD 160691, а также даны общие соображения по поводу методики исследования их динамической эволюции.

В соответствии с работой (Холшевников, 2001) для рядов, представляющих уравнения движения в средних элементах, были вычислены значения Д'Аламберовских радиусов для эксцентриситетов и наклонов орбит — в этих пределах функции сохраняют свои Д'Аламберовские свойства. В работе (Холшевников и др., 2002) показано, что оценки Д'Аламберовских радиусов близки к оценкам радиусов сходимости рядов по эксцентриситетам и наклонам орбит, внутри которых разложения функций в ряды ещё сохраняют свои аналитические свойства.

Следует отметить, что применяемая численно-аналитическая теория движения позволяет исследовать орбитальную эволюцию внесолнечных планетных систем с умеренными значениями наклонов и эксцентриситетов орбит. Поэтому, если в процессе моделирования орбитальной эволюции системы происходит существенный рост эксцентриситетов и наклонов, то точные значения элементов орбит не могут быть определены в рамках рассматриваемой теории движения. Можно говорить лишь о том, что качественное поведение эксцентриситетов и наклонов орбит соответствует росту вплоть до экстремальных значений. Но поведение системы после начала подобного роста элементов орбит невозможно исследовать количественно в рамках построенной теории движения.

В (*разделе 5.2*) рассматривается динамическая эволюция трёхпланетной системы GJ 3138. Исследуется точность интегрирования уравнений движени в средних элементах. Проводится детальное сравнение результатов численно-аналитической теории с данными численного моделирования. Изучаются хаотические свойства системы.

Исследование орбитальной эволюции трёхпланетной системы HD 39194 рассматривается в (*разделе 5.3*).

Динамическая эволюция систем HD 141399 и HD 160691 рассматривается в *разделах 5.4 и 5.5*. Также, для систем HD 141399 и HD 160691 определены комбинации масс планет и значений больших полуосей их орбит, соответствующие областям резонансов средних движений. Для системы HD 160691 проведено сравнение результатов моделирования для различных значений масс планет.

Для всех рассматриваемых планетных систем определены максимально достижимые на интервале моделирования значения средних эксцентриситетов и наклонов орбит. По итогам моделирования орбитальной эволюции выявлены начальные условия, приводящие к экстремальному росту эксцентриситетов и наклонов орбит, который может привести планетную систему к потере устойчивости и разрушению. В противном случае, если элементы орбит сохраняются малыми, то систему можно считать динамически устойчивой.

Показанный способ позволяет определить наиболее вероятные значения неизвестных из наблюдений долгот восходящих узлов и аргументов перицентров, а также сузить диапазон возможных значений наклонов и эксцентриситетов орбит.

Заключение содержит обсуждение результатов, выносимых на защиту. Также сформулированы нерешённые задачи и направления исследований, интересные по мнению автора.

Список литературы

Арнольд В.И. Успехи матем. наук, 1963, Т. 18, № 6., С. 91–192.

Колмогоров А.Н. Докл. Акад. Наук СССР, 1954, Т. 98, № 4, С. 527–530.

Питьева Е.В., Павлов Д.А., Питьев Н. П. // Труды ИПА РАН, 2019, Т. 51, С. 82–92.

Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968, 800 с.

Холшевников К.В. Асимптотические методы небесной механики. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985, 208 с.

Холшевников К.В. Астрон. журнал, 2001, Т. 78, № 7, С. 669–672.

Холшевников К.В., Греб А.В., Кузнецов Э.Д. Астрон. вестник, 2002, Т. 36, № 1, С. 75–87.

Applegate J.H., Douglas, M.R., Gursel, Y., et al. Astron. J., 1986., V. 92, P. 176–194.

Biscani, F. The Piranha computer algebra system. https://github.com/bluescarni/piranha, 2019.

Bogoliubov N., Mitropolsky, Y. A. Asymptotic methods in the theory of non-linear oscillations. Paris: Gordon & Breach, 1961, 548 pp.

Deprit A. Celest. Mech., 1969, V. 1, P. 2–30.

Fienga A., Deram P., Viswanathan V., et al. INPOP19a planetary ephemerides, 2019.

Folkner W.M., Williams J.G., Boggs, D.H., et al. IPN Progress Report, 2014, V. 42, №. 196, P. 1–81.

Giorgilli A., Locatelli U., Sansottera M. Celest. Mech. Dyn. Astron., 2009, V. 104, P. 159–173.

Giorgilli A., Locatelli U., Sansottera M. Regul. Chaot. Dyn., 2017, V. 22, № 1, P. 54–77.

Haret S.C. Sur l'invariabilité des grands axes des orbites planétaires. Ann. Obs. Paris XVIII, I1-I39, 1885.

Hori G.-I. Publ. Astron. Soc. Jpn., 1966., V. 18, № 4, P. 287–296.

Ito T., Tanikawa K. Mon. Not. R. Astron. Soc., 2002, V. 336, P. 483–500.

la Place P.S. Mécanique céleste. Hillard, Gray, Little and Wilkins, 1829.

Laskar J. Astron. Astrophys. – 1988, V. 198, P. 341–362.

Laskar J. Nature, 1989, V. 338, P. 237–238.

Laskar J. Icarus, 1990, V. 88, №2, P. 266–291.

Laskar J. Astron. Astrophys., 1994, V. 287, P. L9–L12.

Laskar J. Celest. Mech. Dyn. Astron., 1996, V. 64, P. 115–162.

Locatelli U., Giorgilli A. Celest. Mech. Dyn. Astron., 2000, V. 78, P. 47–74.

Moser J. Nachr. Akad. Wiss. Gtt., II. Math.-Phys. Kl., 1962, P. 1–20

Murray N., Holman M. Science, 1999, V. 283, P. 1877–1881.

Park R.S., Folkner W.M., Williams J.G., et al. Astron. J., 2021, V. 161, № 3, id. 105, 15 pp.

Pitjeva E.V. Sol. Syst. Res., 2013, V. 47, № 4, 17 p.

Pitjeva E.V, Pavlov D.A, Aksim D., et al. // Proceedings of the International Astronomical Union, Symposium S364, 2022, V. 15, P. 220–225.

Poisson S.D. Journal de l'Ecole Polytechnique, 1809, V. VIII, P. 266–344.

Sansottera M., Locatelli U., Giorgilli A. Celest. Mech. Dyn. Astron., 2011, V. 111, P. 337–361.

Sansottera M., Locatelli U., Giorgilli A. // Math. Comput. Simul., 2013, V. 88, P. 1-14.

Sussman G.J., Wisdom J. Science, 1992, V. 257, P. 56–62.