

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

*На правах рукописи*

**ЧЕРТОПОЛОХОВ ВИКТОР АЛЕКСАНДРОВИЧ**  
**ВИЗУАЛЬНАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ**  
**ИМИТАЦИИ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ**  
**НА СТЕНДАХ-ТРЕНАЖЕРАХ**

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Диссертация подготовлена на кафедре прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

**Научные  
руководители**

- **Александров Владимир Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор  
**Лемак Степан Степанович**, доктор физико-математических наук

**Официальные  
оппоненты**

- **Овчинников Михаил Юрьевич**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное учреждение "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук" отдел "Динамика космических систем", главный научный сотрудник, и.о. заведующего отделом

**Кобрин Александр Исаакович**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "МЭИ", кафедра робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, профессор

**Панкратов Владимир Александрович**, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана (национальный исследовательский университет)", кафедра ФН-12 "Математическое моделирование", доцент

Защита диссертации состоится 23 июня 2023 г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.011.7 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, аудитория 16-10.

E-mail: [dissovet.msu.011.7@math.msu.ru](mailto:dissovet.msu.011.7@math.msu.ru)

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на портале: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/011.7/2531>

Автореферат разослан 12 мая 2023 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат физико-математических  
наук

Муниципына М. А.

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Современные системы имитации для обучения пилотов представляют собой передовые технологические решения, обеспечивающие эффективную подготовку к управлению разнообразными транспортными средствами в различных условиях. Основным преимуществом таких систем является возможность обучения в реалистичных, но безопасных условиях, что снижает риски и сокращает затраты. Разработка имитационных систем для подготовки пилотов играет важную роль в сфере авиационных технологий.

Для создания тренажеров, способных воспроизводить движение различных транспортных средств, обычно используются динамические подвижные стенды, например платформа Стюарта. Эти стенды воспроизводят перегрузки и угловые ускорения, возникающие при управлении реальным транспортным средством. Современные симуляторы также предоставляют визуальную имитацию, что крайне важно при управлении самолетом в разных режимах.

Одной из основных задач при разработке таких стендов является согласование динамических и визуальных воздействий. Задача усложняется в случае тренажеров с перемещающимися экранами визуализации и подвижными платформами, так как это требует более сложной координации между динамическими и визуальными эффектами. Также следует учитывать факторы, такие как реакция человека на различные визуальные и динамические стимулы, и другие физиологические особенности человеческого организма. В целом, решение проблемы согласования динамических и визуальных эффектов при разработке тренажеров требует комплексного подхода и учета различных факторов.

Целью данной работы является разработка методики согласования визуальных и динамических воздействий на стендах-тренажерах.

Для достижения поставленных целей необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработать методы предварительной идентификации геометрических параметров подвижных стендов;
2. Решить задачу отслеживания угловых движений подвижного стенда и головы человека;
3. Разработать решение задачи оптимальной остановки на границе множества допустимых положений платформы для построения областей активной фазы динамической имитации;
4. Обеспечить высокую частоту дискретизации визуализации для улучшения качества визуальной имитации и снижения вероятности возникновения дискомфорта у пользователя;
5. Создать алгоритм управления подвижным стендом по ускорению на базе интегрального скользящего режима;

6. Разработать метод прогнозирования углового движения подвижного стенда с учетом его динамики и времени задержки системы отслеживания движений;
7. Провести тестирование указанных алгоритмов.

### **Научная новизна:**

1. Предложен метод синхронизации и координации визуальной и динамической имитации управляемых движений летательного аппарата;
2. Разработан алгоритм идентификации геометрических параметров подвижного стенда опорного типа, функционирующий при произвольном расположении маркеров оптической системы отслеживания движений в случае выполнения достаточно общих условий невырожденности;
3. Получено решение задачи оптимальной по быстродействию остановки на границе множества допустимых положений платформы, позволяющее построить область активной фазы динамической имитации;
4. Разработан алгоритм управления подвижным стендом по ускорению, основанный на использовании интегрального скользящего режима. В алгоритме учтены пороги чувствительности вестибулярной системы и ограничения на движение стенда. Сформулирована и доказана теорема о сходимости ошибки имитации к известной окрестности нуля при работе данного алгоритма;

**Теоретическая и практическая значимость.** Согласованная работа систем визуальной и динамической имитаций оказывает одно из ключевых воздействий на реалистичность тренажерной системы в целом. Рассогласование имитационных воздействий может вызывать болезнь движения у пилота. Одна из причин возникновения болезни движения — сенсорный конфликт, т.е. получение непривычного набора информации от разных сенсорных систем. Предложенный алгоритм согласования воздействий позволит уменьшить данный эффект.

Метод построения рабочей области стенда через решение задачи оптимальной остановки позволит эффективно учитывать имитационные возможности стенда на этапе разработки алгоритмов динамической имитации. Теоретический результат, позволяющий расширить понятие "поверхности скольжения" до "слоя скольжения" имеет также прикладное значение: дает возможность автоматически учитывать порог чувствительности вестибулярного аппарата человека, тем самым расширяя динамические возможности имитационного стенда.

Результаты, полученные автором работы, использованы в работе НЦМУ «Сверхзвук» в 2020-2023 годах, а также применимы в задачах Центра подготовки космонавтов имени Ю. А. Гагарина и Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского.

**Методология и методы исследования.** Задача формирования визуальной и динамической составляющих имитации решена с использованием следующих методов:

1. Задача об остановке кабины стенда на границе множества допустимых положений поставлена как задача быстрогодействия и решена с использованием принципа максимума Понтрягина;
2. Идентификация геометрических параметров подвижного стенда проводится с помощью численных методов оптимизации, таких как метод Ньютона с модификацией Исаева-Сонина и симплекс-метод Нелдера-Мида;
3. Управление стендом по ускорению строится с использованием интегрального скользящего режима;
4. Для исследования устойчивости системы с предложенным управлением применяется метод Ляпунова;
5. Математическая модель подвижного стенда строится с использованием метода Лагранжа второго рода.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Реализация синхронизации и координации визуальной и динамической имитации управляемых движений на стендах без жесткого закрепления экрана на подвижной платформе осуществима путем решения следующих задач: а) предварительной идентификации геометрических параметров подвижного стенда; б) отслеживания угловых движений как подвижного стенда, так и головы человека; в) построения алгоритма управления стендом с учетом порогов чувствительности вестибулярного аппарата; г) прогноза углового движения подвижного стенда с учетом его динамики и времени задержки системы отслеживания движений; д) визуализации виртуального окружения с частотой кадров выше физиологически обусловленной пороговой величины.
2. Разработанный метод идентификации геометрических параметров подвижного стенда опорного типа не требует априорной информации о расположении маркеров оптической системы отслеживания движений на подвижных частях стенда при выполнении достаточно общих условий невырожденности;
3. Решение задачи оптимальной остановки на границе множества допустимых положений для рассмотренных типов стендов выделяет в их фазовом пространстве максимально возможную область активной фазы динамической имитации.
4. Разработанный алгоритм управления подвижным стендом на базе интегрального скользящего режима, учитывающий порог чувствительности вестибулярного аппарата, устойчив к возмущениям и позволяет привести ошибку имитации в окрестность нуля за конечное время.

**Достоверность и обоснованность результатов** обеспечивается проведенным численным моделированием каждой из решенных в диссертации задач, а также практическим применением ряда результатов в рамках работы панорамной системы виртуальной реальности МГУ имени М.В. Ломоносова. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

**Апробация работы.** Основные результаты работы были представлены на научно-исследовательском семинаре имени А. Ю. Ишлинского кафедры прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ, семинаре семинара имени В.В. Румянцева по аналитической механике и теории устойчивости под руководством проф. А. А. Зобовой и проф. Е.И. Кугушева, семинаре отдела номер 7 Института прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, а также докладывались на следующих конференциях:

- IX Международная научно-практическая конференция «Запись и воспроизведение объёмных изображений в кинематографе и других областях», Россия, Москва, 17-18 апреля 2017 г.
- XIII мультиконференция по проблемам управления, Конференция «Управление в аэрокосмических системах» имени академика Е. А. Микрина (УАКС — 2020) — ЦНИИ «Электроприбор», Россия, Москва, 6-8 октября 2020 г.
- Исторические исследования в контексте науки о данных: информационные ресурсы, аналитические методы и цифровые технологии — Москва, 04-06 декабря 2020 г.
- 22nd IAA Humans in Space Symposium — Дубай, О.А.Э., 11-14 ноября 2019 г.
- XIII Всероссийская (с международным участием) конференция Биомеханика - 2018 — Краснодарский край, с. Дивноморское, Россия, 28 мая – 1 июня 2018 г.
- Display Week 2021 — онлайн, 17-21 мая 2021 г.
- 1-я Всероссийская Конференция с международным участием "Биомехатронные системы: задачи, теория, технологии", Махачкала, Россия, 18-22 сентября 2021 г.

Отдельные элементы данной работы легли в основу следующего зарегистрированного программного обеспечения:

- Программное обеспечение имитатора персонально управляемого колесного транспорта. Авторы: Чертополохов В. А., Бурлаков Д. С., Лебедев А. В., #2016619103, 2016 г.
- Программное обеспечение системы видеофиксации движений. Авторы: Бурлаков Д. С., Чертополохов В. А., #2016660867, 2016 г.
- Программное обеспечение для компактной системы виртуальной реальности. Авторы: Чертополохов В. А., Бурлаков Д. С., Латов В. В., #2018666818, 2018 г.

**Публикации.** Основные результаты данной диссертации опубликованы в 13 публикациях, из них 4 — научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах Scopus, WoS, RSCI.

**Личный вклад.** Все выносимые на защиту результаты и положения были получены лично автором или при его определяющем участии. Постановка задачи динамической имитации и оценка результатов принадлежит первому руководителю (В. В. Александрову), методика решения задач максиминного тестирования принадлежит второму руководителю (С. С. Лемаку). Автором сформулирована постановка задачи визуализации и синхронизации визуальной и динамической имитации, предложен метод решения этой задачи путем декомпозиции на несколько подзадач. Автором разработан алгоритм идентификации геометрических параметров подвижного стенда опорного типа, также автор принимал участие в создании программного обеспечения для Панорамной системы виртуальной реальности МГУ и анализировал экспериментальные результаты. Совместно с научными руководителями предложена методология построения множества активной фазы динамической имитации, получены аналитические и численные результаты в этой области. Автору принадлежит идея модификации скользящей переменной, при которой учитывается порог чувствительности вестибулярного аппарата. Автором доказана устойчивость замкнутой системы при наличии модифицированного таким образом управления с использованием скользящего режима и проведено численное моделирование, подтверждающее аналитические результаты.

## Объем, структура и содержание работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, списка обозначений и заключения. Полный объем диссертации составляет **161** страниц текста с **66** рисунками и **4** таблицами. Список литературы содержит **117** наименований.

Во **введении** обоснована актуальность проблемы, сформулированы цели работы, показана новизна и практическая ценность диссертации. Приведены основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена задаче динамической имитации управляемых движений. Обучение управлению летательными аппаратами с использованием стендов-тренажеров является общепринятой мировой практикой. Цель состоит в создании динамических воздействий на пилота, аналогичных тем, которые возникают во время реального полета, с использованием подвижных стендов.

Динамическая имитация производится для механорецепторов человека, в том числе для вестибулярного аппарата. Вестибулярный аппарат содержит два типа механорецепторов: отолитовые органы, реагирующие

на линейные ускорения и рывки, и полукружные каналы, чувствительные к угловой скорости и угловым ускорениям.

С использованием компьютерной модели летательного аппарата (ЛА) вычисляются вектор угловой скорости  $\omega^c$  и безразмерный вектор перегрузки (рисунок 1):

$$n^c = \frac{1}{|g_0|} (W^c - g)$$

Здесь  $|g_0|$  — модуль ускорения свободного падения на экваторе (9,78 м/сек<sup>2</sup>),  $g$  — вектор гравитационного ускорения,  $W^c$  — вектор абсолютного ускорения центра масс летательного аппарата.

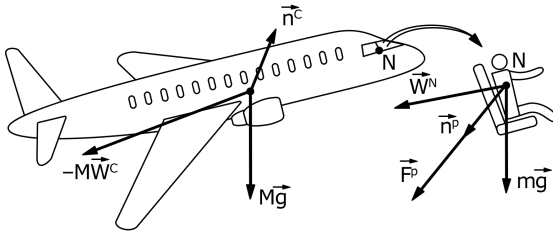


Рис. 1 — Силы, приложенные к центру масс самолета и к расчетной точке на корпусе пилота

Определив  $n^c$  и предположив  $\omega^p(N) = \omega^c$  можно получить значение перегрузки  $n^p(N, t)$ , отражающей силовые входные воздействия на чувствительные массы механорецепторов пилота в любой точке  $N$ .

В практике разработки тренажерных систем применяется следующий подход: данные о перегрузке и угловой скорости обрабатываются с помощью частотно-разделительных фильтров. "Медленная" составляющая поступает на вход алгоритма имитации ориентации вектора перегрузки, "быстрая" составляющая поступает на вход алгоритмов имитации быстрых угловых и линейных движений.

В качестве примера функционалов, характеризующего качество имитации, рассматривается в том числе:

$$J_n = ||n - n^p|| \rightarrow \min_{u \in U}. \quad (1)$$

для быстрых линейных движений, а также:

$$J_{\frac{n}{|n|}} = ||\frac{n}{|n|} - \frac{n^p}{|n^p|}|| \rightarrow \min_{u \in U}. \quad (2)$$



для задачи имитации ориентации вектора перегрузки. Здесь  $n$  — перегрузка, действующая на пилота на тренажерном стенде.

Для примера рассматривается подвижный стенд-платформа, на которой расположено кресло, аналогичное креслу в самолете (рисунок 2).



Рис. 2 — Пример системы подвижности с двумя степенями свободы в составе авиасимулятора

На пилота, находящегося на неподвижной платформе, действует в качестве гравито-инерциальных сил только одна сила тяжести. Для отслеживания изменения ориентации вектора гравитоинерциальных сил относительно платформы, вводятся три угла Крылова в последовательности курс ( $\gamma$ )-тангаж( $\beta$ )-крен( $\alpha$ ).

В главе приведено решение задачи имитации ориентации вектора перегрузки в случае отсутствия геометрических ограничений у стенда, после чего вводятся два основных определения:

**Определение 1:**

Будем называть  $\Omega^w$  *множеством допустимых положений стенда*, если оно содержит все возможные кинематические конфигурации  $\xi^m = (\xi_1^m, \xi_2^m, \xi_3^m, \alpha, \beta, \gamma)$ , где  $\xi_1^m, \xi_2^m, \xi_3^m$  — декартовы координаты некоторой точки кабины, а  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы поворота кабины относительно системы отсчета, связанной с комнатой.

**Определение 2:**

*Рабочей областью* или *областью активной фазы имитации стенда* будем называть множество  $\Omega^a \subset \Omega^w$ , на границе которого прерывается процесс имитации и осуществляется торможение в пределах множества допустимых положений.

Для определения указанных множеств необходимо точно знать геометрические параметры стенда-тренажера. В данной главе представлен алгоритм идентификации геометрических параметров стенда опорного типа, разработанный на основе теоретически полученных геометрических соотношений для платформы. Эти соотношения позволяют преобразовать уг-

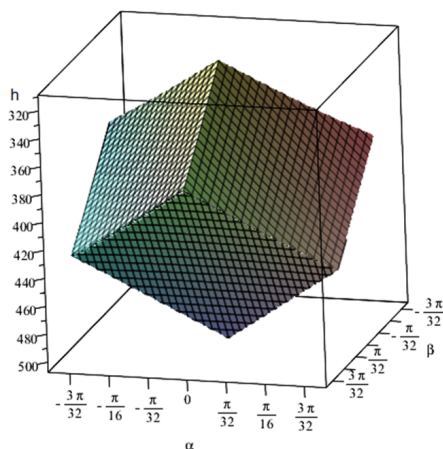


Рис. 3 — Множество допустимых положений стенда-платформы в пространстве  $(\alpha, \beta, h)$

лы поворота роторов двигателей в ориентацию платформы относительно неподвижной системы координат. Уточнение геометрических параметров стенда осуществляется с использованием экспериментальных данных.

В исследовании представлен результат идентификации параметров платформы опорного типа панорамной системы виртуальной реальности МГУ с тремя степенями свободы и определен вид множества допустимых положений в пространстве  $(\alpha, \beta, h)$ . Здесь  $h$  обозначает высоту начала системы координат, связанной с подвижной частью платформы. Результаты исследования множества представлены на рисунке 3. В дальнейшем, в данное множество вписывается параллелепипед, что обеспечивает возможность раздельной имитации ориентации вектора перегрузки и быстрых движений по вертикальной оси.

Учитывая наличие ограничений, процесс динамической имитации можно разбить на три этапа (рисунок 4):

1. активная фаза — процесс поиска таких управлений стендом, чтобы решалась непосредственно задача имитации,
2. остановки — торможения на границе множества допустимых положений,
3. возврата в некоторое стартовое положение или область.

В данном разделе изучается решение задачи остановки на границе и возврата в контексте задачи быстрогодействия. Решение основано на применении принципа максимума Понтрягина.

Для проверки эффективности метода и качества динамической имитации проведена оценка предложенных алгоритмов на панорамной системе виртуальной реальности МГУ. В ходе этой работы оценивалась работа каждого из алгоритмов динамической имитации.

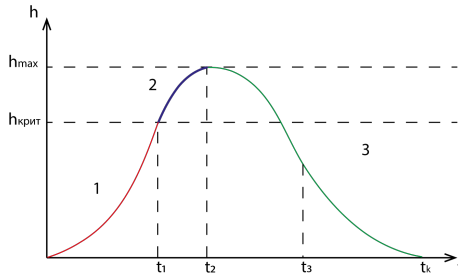


Рис. 4 — Пример имитирующего движения

**Вторая глава** посвящена задаче визуальной имитации в системах виртуальной реальности и представляет общий подход к решению этой задачи. В данной главе рассмотрены преобразования, позволяющие отображать объекты виртуального мира на виртуальный экран в зависимости от положения виртуальной камеры. Преобразования представлены в общем виде и могут применяться для разных типов экранов. В случае создания стереоизображения преобразования рассчитываются для левого и правого глаза с учётом смещения. Визуализируемые объекты окружения определены с использованием примитивов, таких как трехмерные треугольники. Координаты вершин моделей задаются в системе координат, связанной с объектом.

При преобразовании этих моделей для отображения на экране учитываются положение виртуальной камеры и параметры экрана. Рассматривается задача проекции единичного объекта (твёрдого тела) на виртуальный экран (рис. 5). В конечном итоге проекция выводится на физический экран системы визуализации.

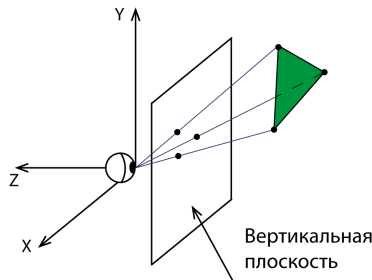


Рис. 5 — Представление задачи визуализации как проекции изображения набора треугольников на плоскость экрана

Рассматривается матрица  $T_{rb} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  в качестве преобразования, применяемого к точкам объекта (вершинам треугольников). Для создания корректного изображения необходимо переместить все модели в виртуальном мире в систему отсчета виртуального "глаза", ассоциированного с вирту-

альной "камерой" и экраном, на который проецируется изображение. Это преобразование обозначается как  $T_{eye}$ .

Одним из требований программного обеспечения, обусловленным ограничениями вычислительных ресурсов, является ограниченность области, в которой осуществляется проекция на плоскость. Вводится ряд вспомогательных статических преобразований  $T_p$ ,  $T_{st}$  и  $T_{vp}$ , отвечающих за преобразование усеченной пирамиды, возникающей при проекции, в прямоугольник, масштабирование прямоугольника в единичный квадрат и приведение координат к индексам пикселей на физическом дисплее соответственно.

Итоговая цепочка преобразований, решающая задачу визуализации для конкретного глаза и виртуального объекта, получается следующим образом:

$$T_{viz} = T_{vp}T_{st}T_pT_{eye}T_{rb} \quad (3)$$

Важно подчеркнуть, что для каждого объекта в сцене матрица  $T_{rb}$  является уникальной.

Для корректного отображения виртуальных объектов на экране преобразования должны выполняться с частотой не менее 60 кадров в секунду. Снижение частоты кадров при воспроизведении виртуальной сцены может вызвать эффект укачивания. Чтобы повысить частоту кадров, предлагается использовать метод фовеального рендеринга, который рендерит с высоким разрешением только центральную область сетчатки глаза. В рамках данной работы разработана модификация стандартного алгоритма фовеального рендеринга, снижающая мерцание периферического изображения. Для этого изображение масштабируется с использованием Nvidia Deep Learning Super Sampling (DLSS).

Тестовая виртуальная сцена создана на основе Unreal Engine 4.26. Тестирование показало увеличение производительности более чем на 1,5 раза в фовеальном режиме, и лишь в единичных случаях было замечено падение частоты рендеринга ниже 60 Гц, что не является критичным. Сравнение стандартного и модифицированного фовеального рендеринга не выявило значительных различий в производительности, однако улучшилось восприятие периферийного изображения, что снижает утомляемость пользователя.

**Третья глава** содержит информацию, обобщающую данные из предыдущих глав. Здесь сформулирован метод синхронизации визуальной и динамической имитации.

Учитывая физиологическую способность человека определять положение своего тела относительно Земли, наиболее точная имитация возможна только с использованием модели движения, построенной относительно неподвижной системы координат.

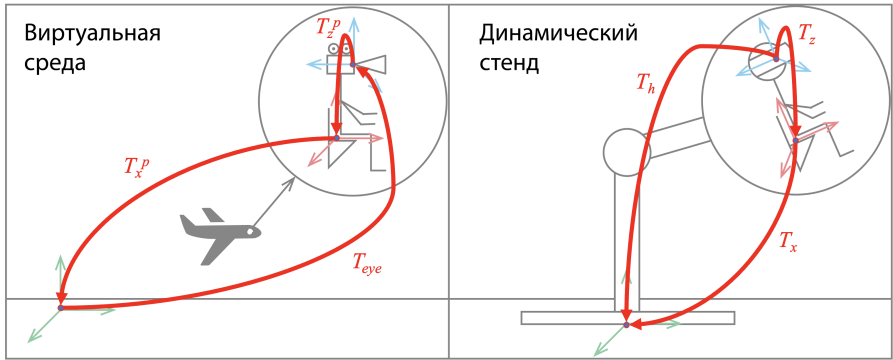


Рис. 6 — Используемые преобразования

Таким образом, при создании визуализации, синхронизация с динамической имитацией должна осуществляться относительно неподвижной системы координат.

В условиях виртуальной реальности информация от вестибулярного сенсора не всегда совпадает с подаваемым изображением вследствие геометрических ошибок позиционирования виртуальной камеры, ограничений на перемещения стенда и наличия задержек в построении изображения. Преобразование  $T_{eye}(t)$ , приведенное в предыдущей главе, становится зависящим от динамики платформы и динамики головы пилота относительно начала отсчета. В результате возникает необходимость использования специализированных систем, отслеживающих движения пользователя и стенда-платформы. Обычно для этих целей используется видеоанализ, также были предложены гибридные методы отслеживания движений.

Программная реализация модели летательного аппарата представляет собой "черный ящик", имеется доступ к выходу модели в виде перегрузки  $n^p(t)$ , угловой скорости  $\omega^p(t)$  и преобразования  $T_x^p(t)$  (рис. 6), задающего положение кресла пилота в виртуальной среде. Можно ввести оператор  $T_z^p(t)$ , задающий положение виртуальной "головы" в системе координат, связанной с виртуальным креслом пилота. Будем считать, что каждая из двух виртуальных "камер", соответствующих глазам пилота, задается сдвигом  $T_{shift}$  относительно головы.

Модификация итогового преобразования (3), решающая задачу визуализации, будет представимо в виде:

$$T(t) = T_{vp} T_{st} T_p T_{shift} (T_x^p(t) T_z^p(t))^{-1} T_{rb}(t). \quad (4)$$

Для обеспечения адекватной визуализации и синхронизации с динамической имитацией, основной задачей является определение виртуального преобразования  $T_z^p(t)$  таким образом, чтобы оно было синхронизировано с реальным движением. Отметим, что достижение абсолютной синхронизации визуальных и динамических воздействий не требуется, поскольку оно

превышает пороги чувствительности отолитовых органов  $\epsilon$  и полукружных каналов.

В диссертации рассматривается решение задачи синхронизации, состоящее из следующих подзадач:

1. Идентификация геометрических параметров подвижного стенда (глава 1).
2. Отслеживание угловых движений подвижного стенда и головы человека для получения преобразования  $T_{eye}(t)$  (глава 3).
3. Разработка алгоритма управления стендом с учетом порогов чувствительности вестибулярного аппарата (глава 3).
4. Прогнозирование углового движения подвижного стенда с учетом его динамики и времени задержки системы отслеживания движений (глава 3).
5. Визуализация виртуального окружения с частотой кадров, превышающей физиологически обусловленную пороговую величину (глава 2).

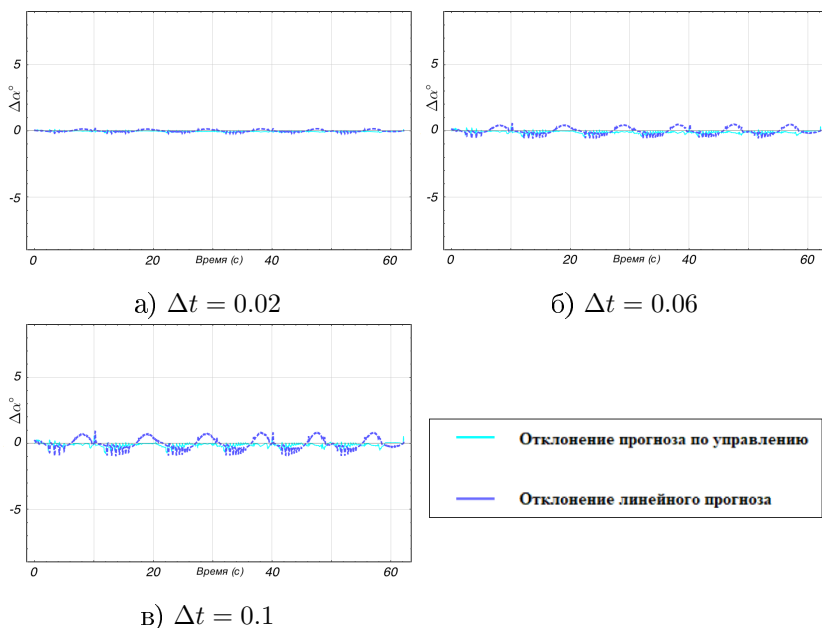


Рис. 7 — Графики отклонений оригинальных и прогнозируемых данных для различных алгоритмов прогноза

В работе представлены методы отслеживания и прогноза углового движения стенда на основе оптических данных. Рассматривается оптическая система трекинга (отслеживания движений), включающая набор ин-

фракрасных камер, излучатели, отражающие маркеры и специальное программное обеспечение. Рассматривается метод получения данных об угловой скорости объекта из показаний оптической системы трекинга. Обсуждаются два алгоритма прогнозирования углового движения стенда. Первый алгоритм предполагает, что управление, подаваемое пилотом, останется неизменным на протяжении следующих нескольких временных шагов (обычно нескольких сотых секунды). Второй алгоритм основывается на прогнозировании положения стенда при условии, что следующие несколько шагов по времени — угловая скорость движения платформы  $\omega \equiv \text{const}$ .

После анализа данных, полученных с использованием прогнозирующих алгоритмов, было выполнено сопоставление максимальных отклонений прогнозируемых углов от их реальных значений на соответствующем временном шаге. Иллюстративный пример этого сопоставления представлен на рисунке 7.

Основным результатом данной главы является метод управления стендом, основанный на информации об ускорении и учитывающий порог чувствительности вестибулярного аппарата. Этот метод представляет собой решение третьей подзадачи синхронизации визуальной и динамической составляющих имитации. Управление реализуется с применением интегрального скользящего режима. В отличие от предыдущих исследований по данной проблематике, управление осуществляется на основе данных об ускорении кабины, при этом учитывается величина порога чувствительности. Вводится разница  $\Delta(t) = w^p(t) - w(t)$  между эталонными (желаемыми) ускорениями  $w^p$  и ускорениями  $w$ , полученными из измерений акселерометров и датчиков угловой скорости, установленных в кабине стенда.

Задается ошибка имитации учитывающая порог чувствительности:

$$\delta(t) := [\Delta(t) \circ \text{Sig}(\Delta(t)) - \epsilon]^{(1+\nu)} \circ \text{Sig}^{1/\mu}(\Delta(t)). \quad (5)$$

Здесь  $\epsilon = (\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)^\top$  представляет собой вектор порогов чувствительности отолитового органа вестибулярного аппарата, а  $\mu > 0$  является нечетным целым числом. Скалярное значение  $0 < \nu < 1$  может быть выбрано достаточно малым, чтобы производная по времени  $\delta(t)$  была близка к производной по времени  $\Delta(t)$  вне зоны чувствительности. Операция  $\circ$  обозначает покомпонентное умножение. Векторная функция  $\text{Sig}(\cdot)$  представляет собой векторный сглаженный сигнум, сформированный из  $\tanh$ -функций (гиперболический тангенс).

Производную  $\delta(t)$  по времени можно вычислить следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \delta = \Sigma(\Delta) \circ \frac{d}{dt} \Delta, \quad (6)$$

где  $\Sigma(\cdot)$  — ограниченная функция от  $\Delta$ .

Рассматривается модификация функционала (1), учитывающая порог чувствительности вестибулярного аппарата:

$$J(\delta) = \|\delta\|_1 = \sum_{i=1}^3 \lambda_i |\delta_i|, \quad \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1, \lambda_i > 0. \quad (7)$$

Вводится векторная скользящая переменная:

$$s = \dot{\Delta} + \frac{\delta + \eta}{t + \theta} + \frac{1}{t + \theta} \int_0^t a(\delta(t_s)) dt_s. \quad (8)$$

Здесь  $\theta \equiv \text{const} > 0$ ,  $\eta = -\theta \frac{d}{dt} \Delta|_{t=0} - \frac{d}{dt} \delta|_{t=0}$ .

Доказывается следующая **лемма**:

*В случае, если с некоторого момента времени  $t_0 > 0$  за счет изменения имитирующего ускорения  $w(t)$  можно обеспечить нахождение на скользящей поверхности  $s(t) \equiv 0 \forall t > t_0 \geq 0$ , то существует такой скаляр  $\Psi$ , что верна оценка:*

$$J(\delta) \leq \frac{\Psi}{t + \theta}.$$

Для построения управления вводится ряд вспомогательных матриц, определяемых конструкцией станда. Пусть динамика станда, аналогично первой главе и, в дальнейшем, четвертой главе, может быть представлена в следующей форме:

$$\ddot{q} = \Phi_a(\dot{q}, q) + \Phi_b(q)u. \quad (9)$$

Здесь  $q$  — обобщенные координаты (например, углы в звеньях станда-манипулятора),  $u$  — управление, представляющее собой моменты сил, выдаваемых двигателями,  $\Phi_a(\dot{q}, q) = -A^{-1}(q)(C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\Phi_b(q) = A^{-1}(q) \in \mathbb{R}^{n \times k}$ . Заметим, что правая часть (9) может быть известна неточно из-за наличия возмущений.

Для построения интегрального скользящего режима требуется расширить исходную систему дифференциальных уравнений (9), включив в качестве переменных  $u$  и  $\dot{u}$ . Для их формирования требуется найти изменение ускорения в пространстве обобщенных координат, которое представляется следующим образом:

$$\ddot{\ddot{q}} = F_a(\ddot{q}, \dot{q}, q) + F_b(\dot{q}, q)u + \Phi_b(q)\dot{u}. \quad (10)$$

Здесь матрицы  $F_a$  и  $F_b$  находятся из (9).

Производная ускорения расчетной точки представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} w(\ddot{q}, \dot{q}, q) &= A_3(q) \ddot{\ddot{q}} + A_2(\dot{q}, q) \ddot{\dot{q}} + A_1(\dot{q}, q) \dot{\ddot{q}} := \\ &:= \frac{\partial w(\ddot{q}, \dot{q}, q)}{\partial \ddot{q}} \ddot{\ddot{q}} + \frac{\partial w(\ddot{q}, \dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \ddot{\dot{q}} + \frac{\partial w(\ddot{q}, \dot{q}, q)}{\partial q} \dot{\ddot{q}}. \end{aligned} \quad (11)$$



С учётом (10), можно получить дифференциальное уравнение для производной ошибки:

$$\dot{\Delta} = \tilde{F} + G_1 u + G_2 \dot{u}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{F} &= h_w - A_3(q) F_a(\ddot{q}, \dot{q}, q) - A_2(\dot{q}, q) \Phi_a(\dot{q}, q) - A_1(\dot{q}, q) \dot{q}, \\ G_1 &= -A_3(q) F_b(\dot{q}, q) - A_2(\dot{q}, q) \Phi_b(q), \\ G_2 &= -A_3(q) \Phi_b(q). \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, производную по времени ошибки  $\delta$  можно представить в следующем виде:

$$\dot{\delta} = \Sigma(\Delta) \circ (\tilde{F} + G_1 u + G_2 \dot{u}). \quad (14)$$

Строится управление  $u(t)$  с использованием **интегрального скользящего режима**:

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= \begin{cases} G_2^* \tau^c, & \text{если } \|\delta\| = 0, \\ G_2^* \tau, & \text{если } \|\delta\| > 0, \end{cases} \\ \tau &= -k \text{Sign}(s) - \xi_1(u, \dot{u}, t) - \xi_2(\delta, \dot{\delta}, t), \\ \tau^c &= -\xi_1(u, \dot{u}, t) - \xi_2(\delta, \dot{\delta}, t), \\ \xi_1(u, \dot{u}, t) &= \left(\frac{d}{dt} G_1\right) u + \left(G_1 + \frac{d}{dt} G_2\right) \dot{u}, \\ \xi_2(\delta, \dot{\delta}, t) &= -\frac{\delta + \eta}{(t + \theta)^2} + \frac{\dot{\delta} + a(\delta)}{(t + \theta)} - \frac{1}{(t + \theta)^2} \int_t^0 a(\delta(t_s)) dt_s, \\ \text{Sign}(s) &= [\text{sign}(s_1), \text{sign}(s_2), \text{sign}(s_3)]^T. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь  $k$  — скалярный коэффициент усиления,  $G_2^* = G_2^T [G_2 G_2^T]^{-1}$  обозначает псевдоинверсию Мура-Пенроуза. Предполагается, что такая матрица существует. В качестве начальных условий для управления принимается  $u(0) = 0, \dot{u}(0) = 0$ .

Сформулирована и доказана **теорема**:

Пусть управление системой (9) представлено в виде (15) со скользящей переменной (8)  $u$  с известными матрицами (13).

При этом желаемое ускорение кинематически реализуемо и  $\exists f^+ \equiv \text{const}$  такая, что для  $\forall t > 0$  выполнено условие  $\left\| \frac{d}{dt} \tilde{F} \right\| \leq f^+$ .

Тогда для  $\forall t_{reach} > 0$  можно выбрать коэффициент усиления  $k = f^+ + \rho$ , где  $\rho = \frac{\|s(0)\|}{t_{reach}} > 0$ , в результате чего управление вида (15) обеспечит выход системы на скользящую поверхность  $s(t) \equiv 0 \forall t \geq t_{reach}$ .

При этом  $\forall \beta > \max\{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3\} \exists t_{conv} > t_{reach}$  такое, что

$$\|\Delta(t)\| \leq \beta \quad \forall t \geq t_{conv}.$$

Также в данной главе представлен анализ теоремы, применительно к случаю, когда система [9] содержит неопределенности. Доказательство этой теоремы позволяет разработать систему управления, способную решать задачу синхронизации динамической и визуальной составляющих имитации с точностью, соответствующей порогам чувствительности отолитового органа вестибулярного аппарата.

**Четвертая глава** описывает модель тренажерного стенда нового типа, основанную на комплексе, включающем промышленный робот-манипулятор и шлем виртуальной реальности. Алгоритмы динамической имитации проходят проверку на численной модели робота-манипулятора Fanuc m2000iA 900L, а также представлены кинематика и динамика данного робота.

На рис. 8 изображена структура робота-манипулятора. Точка  $M$  обозначает центр подвеса (крепления) кабины. Для упрощения модели принимается, что размеры кабины несущественные и чувствительные массы пилота также располагаются в точке  $M$ .  $O_1$  и  $O_2$  — точки, расположенные на осях вращения цилиндрических шарниров манипулятора для первого и второго звеньев соответственно. Для вывода динамических уравнений движения вводятся следующие системы координат: неподвижную — связанную с комнатой  $O_{init}\xi\eta\zeta$ , и несколько с.к., связанных с каждым из подвижных элементов (рис. 8).

Рассматриваются следующие параметры устройства, описывающие его физические свойства:

$m_i, i = 1, 2$  — массы первого и второго (вместе с креслом) звена,

$l_i, i = 1, 2$  — длины звеньев,

$s_i, i = 1, 2$  — расстояния от оснований звеньев до их центров масс,

$d_i, i = 1, 2$  — расстояния от центров масс до следующих по конструкции соседних соединений,

Можно заметить, что  $l_i = s_i + d_i$ .

$I_0$  — момент инерции основания вокруг вертикальной оси вращения,

$I_i, i = 1, 2, 3$  — главные моменты инерции 1-го звена,

$\Pi_i, i = 1, 2, 3$  — главные моменты инерции 2-го звена.

Углы в звеньях — обобщенные координаты:  $q = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)^\top$ .

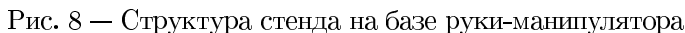
Для вывода уравнений движения системы применяется метод Лагранжа второго рода. Их можно представить в следующем виде:

$$\ddot{q} = A^{-1}(q)(u - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)), \quad (16)$$

где  $u(t)$  — векторное управление (моменты сил в двигателях).

Ненулевые элементы матрицы  $A(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  определяются как:

$$\begin{aligned} a_{11} &= I_0 + I_2 \cos^2 \alpha_1 + \Pi_2 \cos^2(\alpha_1 + \alpha_2) + I_1 \sin^2 \alpha_1 + (s_1^2 m_1 + d_1^2 m_1) \sin^2 \alpha_1 + \\ &+ 2s_2 d_1 m_2 \sin \alpha_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + \Pi_1 \sin^2(\alpha_1 + \alpha_2) + s_2^2 m_2 \sin^2(\alpha_1 + \alpha_2), \\ a_{22} &= I_3 + \Pi_3 + s_1^2 m_1 + s_2^2 m_2 + d_1^2 m_2 + 2s_2 d_1 m_2 \cos \alpha_2, \end{aligned}$$



$$a_{23} = a_{32} = \Pi_3 + s_2^2 m_2 + s_2 d_1 m_2 \cos \alpha_2.$$

$$c_{11} = ((I_1 - I_2 + s_1^2 m_1 + d_1^2 m_2) \sin(2\alpha_1) + (II_1 - II_2 + s_2^2 m_2) \sin(2(\alpha_1 + \alpha_2))),$$

$$c_{12} = 2s_2d_1m_2\sin(2(\alpha_1 + \alpha_2)),$$

$$c_{13} = 2(s_2 d_1 m_2 \sin \alpha_1 + (\Pi_1 - \Pi_2 + s_2^2 m_1) \sin(\alpha_1 + \alpha_2)) \cos(\alpha_1 + \alpha_2),$$

$$c_{21} = -\dot{\alpha}_0(I_1 - I_2 + s_1^2 m_1 + d_1^2 m_2) \sin(2\alpha_1) + (II_1 - II_2 + s_2^2 m_2) \sin(2(\alpha_1 + \alpha_2)) + 2s_2 d_1 m_2 \sin(2(\alpha_1 + \alpha_2))/2,$$

$$c_{22} = 2\dot{\alpha}_2 s_2 d_1 m_2 \sin \alpha_2,$$

$$c_{23} = \dot{\alpha}_2 s_2 d_1 m_2 \sin \alpha_2.$$

Ненулевые элементы вектора  $G(q) \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ :

$$g_1 = -g(s_1 m_1 + d_1 m_2) \sin \alpha_1 + s_2 m_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2),$$

$$g_2 = -gs_2m_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2).$$

Следует отметить, что правая часть уравнения (16) может быть определена неточно из-за присутствия возмущений, таких как ошибки в определении массовых характеристик стенда, неточности реализации моментов двигателей, и влияние движения кабины на динамику. В то же время геометрические параметры считаются идентифицированными с использованием алгоритма, представленного в первой главе.

Основываясь на ограничениях системы, определяются множество допустимых положений и рабочая область стэнда. Форма множества допустимых положений определяется ограничениями и геометрическими параметрами стэнда. Рабочая область определяется на основе решения задачи о минимизации времени остановки кабины на границе множества допустимых положений с применением принципа максимума Понтрягина. В главе

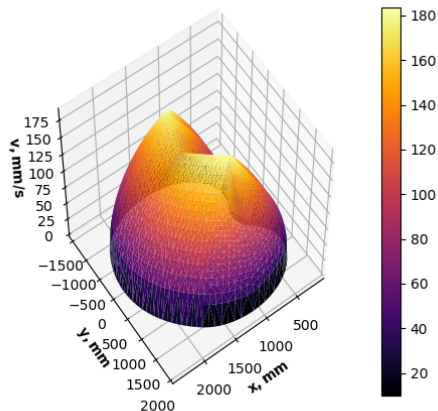


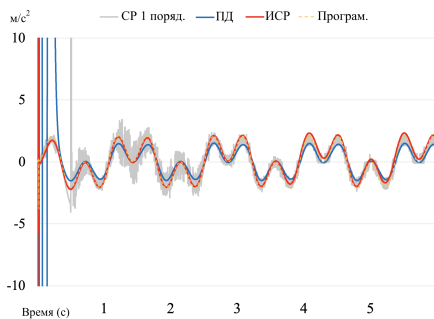
Рис. 9 — Зависимость модуля максимальной скорости движения к границе от координат расчетной точки

представлено полное решение этой задачи. На рисунке 9 показан модуль максимальной допустимой скорости кабины в направлении к границе в зависимости от положения кабины стенда.

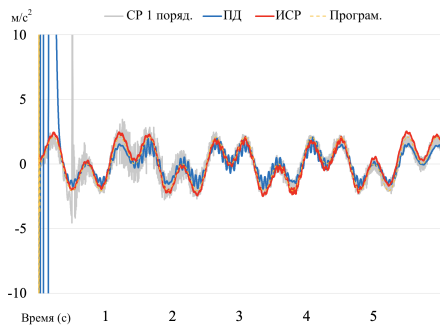
С учетом найденных ограничений, алгоритм управления, представленный в третьей главе, был протестирован на численной модели. Эталонные ускорения, полученные в симуляторе полета, реализованном в Unity 3D, использовались для тестирования маневрирования в турбулентности. Управление с интегральным скользящим режимом, предложенное в главе 3, сравнивается с управлением по обратной связи (ПД) и с управлением в виде скользящего режима первого порядка со скользящей поверхностью  $s = x(t) - \dot{x}(t)$ .

С использованием методики максиминного тестирования определяются наихудшие возмущения, которые затем используются для оценки робастности полученного управления. В качестве примера рассматривается одна из реализаций работы алгоритмов управления при наличии возмущений и сравнивается поведение возмущенной системы с невозмущенной.

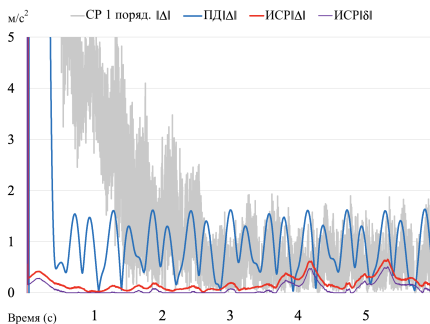
На рисунках 10a и 10б для оси  $x$ , наблюдается, что общий вид формируемых ускорений существенно меняется только для пропорционально-дифференциального управления. Анализируя рисунки 10в и 10г, можно заметить, что максимальная ошибка после 3-х секунд для пропорционально-дифференциального управления превышает в 1,5 раза максимальную ошибку, полученную при использовании скользящих режимов. Средняя ошибка достаточно сильно возрастает в интегральном скользящем режиме, при этом максимальная ошибка растет в 1,2 раза, но все равно остается значительно меньше, чем у других вариантов управления.



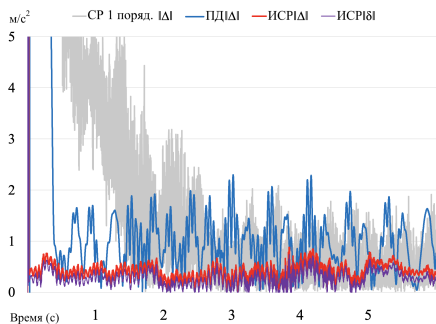
а) Ускорения по оси  $x$  без возмущений



б) Ускорения по оси  $x$  при наихудших возмущениях



в)  $\|\delta\|$  и  $\|\Delta\|$  ( $\epsilon = 0.1$ ) без возмущений



г)  $\|\delta\|$  и  $\|\Delta\|$  ( $\epsilon = 0.1$ ) при наихудших возмущениях

Рис. 10 — Сравнение результатов (ускорения и ошибки имитации) при отсутствии и при наличии возмущений, полученных с помощью методики максиминного тестирования

Таким образом, демонстрируется устойчивость к возмущениям предложенного управления с использованием интегрального скользящего режима, что позволяет применять его в составе решения задачи синхронизации визуальной и динамической имитации.

В заключении приводится краткий обзор полученных результатов, отмечается их значимость и актуальность.

## Публикации

**Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах Scopus, WoS, RSCI:**

1. Бугров Д. И., Лебедев А. В., Чертополохов В. А. Оценка угловой скорости вращения тела при помощи системы трекинга // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2014. № 1. С. 68–71. = Bugrov D. I., Lebedev A. V., Chertopolokhov V. A. Estimation of the angular rotation velocity of a body using a tracking system // Moscow University Mechanics Bulletin. 2014. Vol. 69, № 1. P. 25–27. (JCI 0.08; SJR 0.223)
2. Бурлаков Д. С., Латонов В. В., Чертополохов В. А. Идентификация параметров модели подвижной платформы опорного типа // Фундаментальная и прикладная математика. 2018. Т. 22, № 2. С. 73–88. = Burlakov D. S., Latonov V. V., Chertopolokhov V. A. Identification of parameters of a model of a movable motion platform // Journal of Mathematical Sciences. 2021. Vol. 253, № 6. P. 806–817. (SJR 0.357)
3. Chertopolokhov V., Andrianova O., Hernandez-Sanchez A., Mireles C., Poznyak A., Chairez I. Averaged sub-gradient integral sliding mode control design for cueing end-effector acceleration of a two-link robotic arm // ISA Transactions. 2023. Vol. 133, P. 134–146. (JCI 1.64; SJR 1.474)
4. Hernandez-Sanchez A., Chairez I., Poznyak A., Andrianova O., Chertopolokhov V. Cueing end-effector acceleration of a two-link robotic arm by dynamic averaged sub-gradient integral sliding mode control // Asian Journal of Control. 2022. P. 1–11. <https://doi.org/10.1002/asjc.2994> (JCI 0.55; SJR 0.731)

**Публикации в трудах конференций, индексируемых в Scopus:**

5. Alexandrov V. V., Chertopolokhov V. V. Human eye's sharp vision area stabilization for VR headsets // SID Symposium Digest of Technical Papers. 2021. Vol. 52. P. 376–378.
6. Chertopolokhov V. A. On the Problem of Synchronization of Virtual and Real Movements for Virtual Reality Systems // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2056. № 1. Art. 012052. P. 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2056/1/012052>
7. Chertopolokhov V. A., Khinenzon E. V., Pravdivtsev A. V., Grigoryan G. L. High-frequency optical solution for human motion tracking and eye-tracking // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1560, № 1. Art. 012020. P. 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1560/1/012020>

8. Kruchinina A. P., Chertopolokhov V. A., Grigoryan G. L., Belyaev V. V. Prediction of saccadic eye movement for foveated rendering // SID Symposium Digest of Technical Papers. 2020. Vol. 51. P. 803–806.
9. Lemak S. S., Chertopolokhov V. A., Makarov M. A. Set of dynamic restrictions imposed on robotic arm-based motion simulator phase coordinates // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 1864, № 1. Art. 012133. P. 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1864/1/012133>

#### **Прочие публикации:**

10. Сухочев П. Ю., Чертополохов В. А. Полное погружение в виртуальную реальность в кино: сочетание 360-градусного видео и виртуальной сцены // Инновационные технологии в кинематографе и образовании: III Международная научно-практическая конференция. Материалы и доклады. Москва, 2016. С. 28–35.
11. Кручинина А. П., Латонов В. В., Чертополохов В. А. Обзор технологий виртуальной имитации в тренажерных системах // Пилотируемые полеты в космос. 2019. № 3. С. 89–107.
12. Новые задачи физико-математического практикума. Часть II. Тестирование качества сближения устройства спасения космонавта с международной космической станцией / В. В. Александров, Д. И. Бугров, С. С. Лемак и др. Изд-во попечительского совета механико-математического факультета МГУ. Москва, 2015. ISBN: 978-5-4294-0008-2. 56 с.
13. Чертополохов В. А., Григорян Г. Л., Применение технологии фовеального рендеринга для оптимизации производительности сложных сцен виртуальной исторической реконструкции // Исторические исследования в контексте науки о данных: информационные ресурсы, аналитические методы и цифровые технологии: материалы международной конференции, Москва, 04–06 декабря 2020 года. Москва: ООО "МАКС Пресс", 2020. С. 371–377.