

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Цупака Алексея Александровича “Интегральные уравнения и численный метод решения задач дифракции на системе тел и экранов”, представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.6 - “Вычислительная математика”

В диссертации Цупака А. А. изучается разрешимость задач дифракции на объединении конечного числа бесконечно тонких экранов и объемных тел и обосновывается метод Галеркина для решения возникающих при этом систем интегральных уравнений.

Сведение задачи дифракции к интегральным уравнениям и последующее применение численных методов для приближенного решения полученных уравнений является классической схемой исследования задач в этой области. Такой подход многократно применялся на практике и показал высокую эффективность, поэтому его распространение на случай рассеивателей более сложной конфигурации является естественным направлением развития теории дифракции. Рассматриваемые в диссертации рассеиватели, с одной стороны, **актуальны** с точки зрения приложений, а с другой стороны, для них **отсутствует** как теория разрешимости соответствующих задач дифракции, так и обоснование используемых численных методов.

В диссертации даны строгие постановки задач дифракции акустических и электромагнитных волн на системах объемных неоднородных тел и бесконечно тонких экранов. Доказана единственность решения таких задач. Описано сведение задачи дифракции к системе интегро-дифференциальных уравнений и доказана эквивалентность исходной задачи и полученной системы уравнений. Выяснена однозначная разрешимость системы уравнений в подходящих пространствах Соболева. Сформулирован и обоснован метод Галеркина для приближенного решения системы интегро-дифференциальных уравнений. Обсуждаются вопросы практического применения метода Галеркина (построение расчетных сеток, выбор базисных функций на объемных телах и экранах, согласование сеток на двух- и трехмерных многообразиях), приведены примеры вычислений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Введение, по существу, совпадает с авторефератом и содержит

постановку цели работы, обзор литературы по теме исследования, краткое содержание диссертации и перечень положений, вынесенных на защиту.

В главе 1 рассматривается скалярная задача рассеяния на объединении непересекающихся ограниченных рассеивателей, каждый из которых является либо объемным телом, либо бесконечно тонким экраном. Объемные рассеиватели предполагаются ограниченными, их границы - кусочно гладкими, липшицевыми (грубо говоря, некоторые конфигурации ребер на границе запрещены) и удовлетворяющими условию конуса (в частности, клин, моделирующий окрестность ребра, не может иметь нулевой угол раствора). Хорошо известно, что вблизи ребра не имеют места теоремы о повышении гладкости решений эллиптической задачи. Проблемы, связанные с наличием ребер, в диссертации успешно преодолеваются, при этом не используется общая теория эллиптических псевдодифференциальных операторов на многообразиях с ребрами. Экраны представляют собой гладкие незамкнутые ограниченные поверхности с гладким краем.

Доказывается единственность “сильного” решения поставленной задачи. Задача сводится к системе интегральных уравнений, и доказывается, что оператор этой системы фредгольмов с индексом ноль. Проверяется эквивалентность полученной системы и исходной задачи и выводится, что оператор системы ограниченно обратим. Затем формулируется метод Галеркина, обсуждается выбор базисных функций, удовлетворяющих условию аппроксимации, и доказывается сходимость метода Галеркина.

В главе 2 изучается та же скалярная задача, что и в главе 1, с тем отличием, что теперь некоторые экраны могут занимать часть границы объемных тел. Все этапы главы 1 реализуются и в этой ситуации, однако доказательства несколько усложняются. При переходе через границу такого экрана происходит смена граничного условия; линию смены граничных условий можно интерпретировать, как дополнительное ребро на границе объемного рассеивателя. В конце главы обсуждается вопрос о согласовании расчетных сеток на объемном рассеивателе и на экранах, находящихся на его границе. Проверяется, что согласование не требуется.

Главы 3 и 4 посвящены задачам дифракции электромагнитных волн, соответственно, в случае, когда объемные тела и экраны не пересекаются, и в случае, когда некоторые тела частично экранированы. Теперь границы экранов не предполагаются гладкими, а могут иметь конические точки. Трудность выкладок значительно возрастает в связи с векторным характером

задачи и выбором функциональных пространств. Последовательность изложения по сравнению со скалярной задачей, в целом, не меняется.

В главе 5 приведены примеры реализации развитого в диссертации подхода и обсуждаются некоторые связанные с этим практические аспекты.

Основные результаты диссертации опубликованы в 37 работах, 22 из них опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК РФ. Кроме того, основные результаты представлены в докладах на большом числе профильных научных конференций. **Достоверность** результатов обеспечивается точной математической постановкой задачи и полными доказательствами на высоком уровне математической строгости.

К тексту диссертации имеется несколько замечаний:

1. Термин “квазиклассическое решение” не вполне удачен, поскольку уже занят. Под квазиклассическим традиционно понимают приближенное решение дифференциального уравнения с малым параметром при старшей производной. В теории дифракции так можно было бы назвать старший член высокочастотной асимптотики решения. В диссертации этот термин несет другой смысл, что при первом чтении может приводить к недоразумению.
2. При описании гладкости решения задачи дифракции ставятся разные показатели гладкости вне рассеивателей и внутри объемных тел. Это выглядит неестественно, поскольку в обоих случаях решение локально удовлетворяет однородному эллиптическому уравнению с гладкими коэффициентами (либо системе Максвелла, которая может быть расширена до эллиптической системы), а потому бесконечно дифференцируемо.
3. Система интегральных уравнений, к которой сводится задача дифракции, в диссертации названа эллиптической, хотя на деле подразумевалась справедливость некоторых неравенств типа Гординга. Поэтому более естественно было бы называть ее сильно эллиптической. Определение эллиптичности дано в главе 3, хотя это понятие используется и в первых двух главах.
4. Определение эллиптичности в диссертации сформулировано несколько неловко. Например, в определении эллиптичности, данном в главе 3, (неравенство (3.70)) оценивается мнимая часть квадратичной формы; при таком определении тождественный оператор оказывается не эллиптическим, то есть операторы из глав 1 и 2 будто бы не эллиптические. В замечании, идущем после определения, сказано, что

можно оценивать вещественную часть формы, но тогда становятся не эллиптическими операторы из глав 3 и 4. В главе 1 (неравенства (1.58)) оценивается вся квадратичная форма, поэтому в левой части неравенства стоит комплексное число.

Из контекста становится ясно, что определение и замечание следует объединить и считать оператор эллиптическим, если нужную оценку допускает либо вещественная, либо мнимая часть соответствующей квадратичной формы. Здесь удобнее было бы использовать подходящий вариант стандартного определения сильной эллиптичности: оператор эллиптивен, если допускает оценку хоть какая-нибудь линейная комбинация вещественной и мнимой частей квадратичной формы.

Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Диссертация представляет собой законченную научно-квалификационную работу и посвящена **новым и актуальным** вопросам вычислительной математики. Полученные результаты вносят **существенный вклад** в теорию разрешимости задач дифракции акустических и электромагнитных волн на рассеивателях сложной формы и в исследование применимости метода Галеркина в теории дифракции. Прикладное значение диссертации заключается в возможности применения ее результатов для совершенствования существующих и проектирования новых СВЧ-устройств, для создания новых вычислительных алгоритмов и пакетов программ для численного анализа дифракции электромагнитных волн на частично экранированных телах. Результаты диссертации могут быть использованы в СПбГУ, МГУ им. М.В. Ломоносова, ПГУ, ИПМаш РАН, ИПМ РАН, УФИЦ РАН и в других учебных и научных учреждениях в учебном процессе и при проведении научно-исследовательской работы.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Цупака А.А. “Интегральные уравнения и численный метод решения задач дифракции на системе тел и экранов” соответствует паспорту специальности 1.1.6 “Вычислительная математика” и удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, а ее автор, Цупак Алексей Александрович, заслуживает присуждения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.6 - “Вычислительная математика”.

Официальный оппонент: доктор физико-математических наук, профессор
Кафедры высшей математики и математической физики ФГБОУ ВО Санкт-
Петербургский государственный университет

О. В. Сарафанов

03.12.2024

Адрес организации: 199034, Санкт-Петербург,
Университетская наб., д 7/9, ФГБОУ ВО
Санкт-Петербургский государственный университет
Тел.: 8 (812) 428-41-21
E-mail: o.sarafanov@spbu.ru

Лич
О. В. Са
И.О. начальника с
И.И. Константинов

Текст доку
в оцифр
на сайте СПбГУ по адресу
<http://spbu.ru/science/expert.html>

Документ подготовлен
в порядке исполнения
трудовых обязанностей