

**ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук Икэда Ясуси
на тему: «Квантовый метод сдвига аргумента и квантовые алгебры
Мищенко-Фоменко в $U(\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C}))$ »
по специальности 1.1.3. «Геометрия и топология»**

Диссертация Я.Икэда посвящена вопросам квантования коммутативных подалгебр в алгебрах функций на многообразиях с пуассоновой структурой. Коммутативность понимается относительно структуры алгебры Ли, определяемой скобкой Пуассона в коммутативной алгебре функций. Основным пример таких подалгебр, разобранный в диссертации, это так называемые подалгебры Мищенко-Фоменко в $\text{Sym}(\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C}))$ (изоморфной алгебре полиномиальных функций на двойственном линейном пространстве к алгебре Ли $\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C})$) со структурой Пуассона-Ли.

Проблема квантования коммутативной алгебры функций (или алгебры наблюдаемых по физической терминологии) является ключевой при построении квантово-механических и квантово-полевых моделей современной теоретической и математической физики, поэтому тема диссертации весьма важна и актуальна для современных исследований в этих областях. Выбор объекта исследования --- алгебры функций на $\mathfrak{gl}^*(d, \mathbb{C})$ со структурой Пуассона-Ли также представляется очень удачным и актуальным, поскольку, в частности, методы и результаты автора можно применить к алгебрам функций на орбитах коприсоединенного действия групп в пространстве $\mathfrak{gl}^*(d, \mathbb{C})$, что очень важно для построения квантовых версий моделей, обладающих группой симметрий. Это было бы хорошим продолжением исследований с развитой автором техникой в область некоммутативной геометрии и квантовых интегрируемых систем.

Сама задача квантования подалгебр Мищенко-Фоменко была поставлена Э.Винбергом в 1991 году и получила первое решение для случая алгебры Ли $\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C})$ и ее универсальной обертывающей в работах А.Тарасова

в начале 2000-х годов. Затем последовали работы Л.Рыбникова, Б.Фейгина, Э.Френкеля, В.Ларедо, А.Молева и других математиков, в которых задача квантования была решена для всех классических алгебр Ли. Однако следует отметить важное отличие подхода к построению квантовых коммутативных подалгебр, предложенного в диссертации Я.Икэды, от упомянутых исследований. Развита в диссертации техника, основанная на квазидифференциальных операторах, дает замечательные явные формулы для элементов коммутативной подалгебры, то есть позволяет проводить эффективные конструктивные доказательства необходимых теорем. К тому же этот подход весьма экономичен и не требует привлечения внешних по отношению к $U(\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C}))$ сложных объектов типа Янгианов (алгебр Хопфа специального вида, порожденных счетной системой образующих). Фактически, применение квазипроизводных позволяет работать в рамках квантовой деформации алгебры Вейля $\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C})$ типа.

Наиболее значительным результатом диссертации является, безусловно, Теорема 3.1.1, полностью решающая задачу построения квантового варианта подалгебры Мищенко-Фоменко в $U(\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C}))$. Причем ценность представляет не только результат этой теоремы, но и метод ее доказательства. Этот метод открывает перспективы доказательства аналогичной теоремы в более сложном случае так называемой квантовой универсальной обертывающей алгебре $U_q(\mathfrak{gl}(d, \mathbb{C}))$ (или квантовой группе) и различных ее обобщениях, известных как квантовые матричные алгебры.

В качестве замечаний и предложений для автора хочу отметить следующее.

1. Крайне сжатый, можно сказать «аскетичный» стиль изложения. Конечно, автору можно посочувствовать, так как пишет он не на родном языке, но все же хотелось бы добавить в текст больше мотивировок и комментариев к расчетам.
2. Местами применяются достаточно сложные обозначения, затрудняющие понимание формул (например, степень порождающей матрицы с одним

матричным индексом). К тому же, выбор следов матрицы генераторов алгебры Ли в качестве порождающих элементов центра универсальной обертывающей не является единственным. На мой взгляд, было бы проще работать с другой системой образующих для центра --- аналогами элементарных симметрических функций. Однако, данное замечание отражает, естественно, только мои личные предпочтения.

3. Как известно, матрица e , составленная из генераторов алгебры Ли, удовлетворяет тождеству Гамильтона-Кэли. Данное тождество позволяет ввести алгебраическое расширение центра универсальной обертывающей алгебры элементами, являющимися корнями полинома Гамильтона-Кэли. Все центральные элементы универсальной обертывающей представляют собой симметрические функции этих корней. Было бы крайне интересно и полезно определить действие квантовых производных на корни полинома Гамильтона-Кэли. Это еще одно возможное направление дальнейших приложений результатов автора.

В целом хочу отметить, что Я.Икэда представил замечательную диссертацию, с хорошими и важными результатами. Они опубликованы в профильных научных журналах и неоднократно докладывались на международных конференциях в России и за рубежом.

Таким образом, резюмируя вышесказанное, я считаю, что диссертация Я.Икэда соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология. Отмеченные выше замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.3. Геометрия и топология, а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена согласно требованиям Положения о совете по защите

диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Ясуси Икэда заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.3 Геометрия и топология.

Официальный оппонент:

доктор физ.-мат. наук,
профессор факультета математики
Национального Исследовательского Университета «Высшая школа
экономики»

Павел Алексеевич Сапонов

17.12.2024

Контактные данные:

тел e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация:

01.04.02 Теоретическая физика

Адрес места работы:

101000, Россия, г. Москва, ул. Усачева 6
факультет математики НИУ ВШЭ

тел. рабочий: +7 (495) 772-95-90 доб. 12743

e-mail рабочий: psaponov@hse.ru